

IULIAN GRINDEI

CHRISTOPHER CLARK

*Să învățăm*  
**FIZICA**  
*plecînd de la experimente*

---

MECANICA PENTRU GIMNAZIU

EDITURA ȘTEFAN PROCOPIU - Iași

1994



*Dedicăm această carte gingașilor pui de om  
care, prin curiozitatea și inocența privirii  
ca și prin energia lor cinetică aflată într-o  
permanentă disipare, fac frumoasă meseria de  
profesor și, totodată, cea de părinte.*

*Autorii*



IULIAN GRINDEI

CHRISTOPHER CLARK

# Să învățăm FIZICA

plecând de la experimente

*Proiect pentru îmbogățirea învățării fizicii*

mecanica  
pentru  
gimnaziu

EDITURA ȘTEFAN PROCOPIU - Iași  
1993



## CUPRINS

<b>1. INTRODUCERE</b>	<b>7</b>
1.1. INTRODUCERE PENTRU ELEVII CARE UTILIZEAZĂ ACEASTĂ CARTE LA ȘCOALĂ	8
1.2. INTRODUCERE PENTRU ELEVII CARE UTILIZEAZĂ CARTEA ACASĂ	9
1.3. INTRODUCERE PENTRU PROFESORI.	10
<b>2. SFATURI LA ÎNCEPUT DE DRUM</b>	<b>12</b>
2.1. SFATURI PENTRU SUCCESUL ACTIVITĂȚII ÎN LABORATOR	12
2.2. SFATURI PENTRU APLICAREA METODELOR EXPERIMENTALE	13
2.3. OBSERVAȚIA	13
2.4. MĂSURAREA	14
2.5. CUM SĂ MĂSURĂM CU RIGLA	15
2.5.1. Eroare de zero	15
2.5.2. Eroare de paralaxă	16
2.6. CUM SE MĂSOARĂ INTERVALELE DE TIMP	18
2.7. CUM SE MĂSOARĂ MASELE CORPURILOR	20
2.7.1. Utilizarea unei balanțe obișnuite	20
2.7.2. Fiți atenți cu instrumentele sensibile!	20
2.8. CUM SE UTILIZEAZĂ UN DINAMOMETRU	21
2.8.1. Eliminarea erorii de zero	22
2.8.2. Eliminarea erorii de paralaxă	22
2.8.3. Etalonarea	22
2.9. REPRESENTAREA GRAFICĂ	23
2.9.1. Cum să reprezentăm grafic rezultatele experimentale?	23



2.10. ERORI EXPERIMENTALE . . . . .	28
2.10.1. Tipuri de erori . . . . .	28
2.10.2. Precizia și numărul de cifre semnificative . . . . .	32
2.10.3. Forma standard a numerelor . . . . .	34
<b>3. ELEMENTE DE CINEMATICĂ . . . . .</b>	<b>35</b>
3.1. CÂT DE REPEDE SE MIȘCĂ UN CORP . . . . .	35
3.2. VITEZA-MĂRIME VECTORIALĂ . . . . .	37
3.3. DEPLASAREA . . . . .	38
3.3.1. Un vector care reprezintă rezultatul unei călătorii . . . . .	38
3.3.2. Deplasări negative . . . . .	38
3.4. PUNCT MATERIAL . . . . .	39
3.5. MĂSURAREA VITEZEI MAȘINILOR . . . . .	40
3.6. VITEZA MEDIE . . . . .	43
3.7. ACCELERAȚIA . . . . .	44
3.8. CÂTEVA ELEMENTE DE CINEMATICĂ PENTRU TINERII PRIETENI AI TEORIEI . . . . .	46
<b>4. FORȚA . . . . .</b>	<b>50</b>
4.1. INTERACȚIUNE. EFECTE . . . . .	50
4.2. MĂRIMI SCALARE ȘI VECTORIALE. VECTORUL FORȚĂ. . . . .	51
4.3. MĂSURAREA FORȚELOR . . . . .	53
4.3.1. Construcția unui dinamometru . . . . .	53
4.3.2. Studiul forțelor cu ajutorul a două dinamometre . . . . .	56
4.4. COMPUNEREA FORȚELOR . . . . .	60
4.4.1. Compunerea forțelor coliniare de același sens . . . . .	60
4.4.2. Compunerea forțelor coliniare de sens contrar . . . . .	62
4.4.3. Compunerea forțelor concurente . . . . .	63



4.4.4. Descompunerea unei forțe în două componente de direcții date . . . . .	67
4.5. TIPURI DE FORȚE . . . . .	68
4.6. GREUTATEA CORPURILOR . . . . .	69
4.7. FORȚA DE FRECARE . . . . .	70
4.7.1 Studiul experimental al frecării . . . . .	71
4.7.2. Forța de frecare: tratare teoretică . . . . .	78
4.7.3. Experimente de cădere a corpurilor în vid (fără rezistență) și în aer (cu forță de rezistență) . . . . .	83
4.8. FORȚA ELASTICĂ . . . . .	90
4.8.1. De ce dinamometrele utilizează resorturi și nu benzi elastice . . . . .	90
4.8.2. Alungirea unui resort . . . . .	95
4.8.3. Constanta de elasticitate a resortului . . . . .	98
4.8.4. Constanta elastică pentru resorturi legate în serie . . . . .	99
4.8.5. Constanta elastică pentru resorturi legate în paralel . . . . .	100
4.8.6. Câteva precizări privind forța elastică . . . . .	102
4.8.7. O proprietate deosebită a meselor . . . . .	104
5. PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE . . . . .	110
5.1. PRINCIPIUL INERTIEI . . . . .	110
5.2. PRINCIPIUL FUNDAMENTAL . . . . .	111
5.2.1. Forța rezultantă și mișcarea . . . . .	111
5.2.2. Principiul fundamental - observații și enunț . . . . .	114
5.3. PRINCIPIUL ACȚIUNILOR RECIPROCE . . . . .	115
5.3.1. Tensiunea în fire . . . . .	116



<b>6. LUCRUL MECANIC. PUTEREA MECANICĂ . . . . .</b>	<b>118</b>
6.1. CUM AR FI FOST PLĂTIȚI INCAȘII . . . . .	118
6.2. LUCRUL MECANIC . . . . .	119
6.3. PUTEREA MECANICĂ . . . . .	124
6.3.1. Definiție; unități de măsură. . .	124
6.3.2. Măsurarea puterii unei persoane care aleargă pe scări în sus . . .	126
<b>7. MECANISME SIMPLE . . . . .</b>	<b>129</b>
7.2. PÂRGHII . . . . .	131
7.2.1. Prezentare. Clasificare . . . . .	131
7.2.3. Lucrul mecanic la pârghii . . . . .	133
7.3. RANDAMENTUL MECANIC . . . . .	135
7.3.1. Randamentul pârghiilor . . . . .	135
7.3.2. Randamentul mașinii „OM” . . . . .	136
7.4. STUDIUL SCRIPETILOR . . . . .	139
7.4.1. Experimente cu scripeți . . . . .	139
7.4.2. Tipuri de scripeți, relații caracteristice și randamentul lor .	143
7.5. PLANUL ÎNCLINAT . . . . .	147
7.5.1. Prezentare teoretică . . . . .	147
7.5.2. Determinarea randamentului unui plan înclinat . . . . .	151
<b>8. ENERGIA MECANICĂ . . . . .</b>	<b>155</b>
8.1. UTILIZAREA LUCRULUI MECANIC PENTRU SCHIM- BAREA STĂRII DE MIȘCARE A CORPURILOR . .	155
8.2. ENERGIA MECANICĂ - TRATARE TEORETICĂ . . .	157
8.2.1. Energia cinetică . . . . .	157
8.2.2. Energia potențială . . . . .	159
8.2.3. Energia mecanică . . . . .	161
8.2.4. Conservarea energiei mecanice . .	162



9. MOMENTUL FORȚEI . . . . .	165
9.1 INTRODUCERE . . . . .	165
9.2. CONDIȚII DE ECHILIBRU . . . . .	167
9.3. COMPUNEREA FORȚELOR PARALELE . . . . .	169
9.3.1 Rezultanta forțelor paralele . . . . .	169
9.3.2. Aplicație practică . . . . .	173
9.4. CUPLU DE FORȚE . . . . .	174
9.5. CENTRUL DE GREUTATE . . . . .	176
10. ELEMENTE DE HIDROSTATICĂ . . . . .	178
10.1. CONCEPTUL DE PRESIUNE . . . . .	178
10.1.1. Presiunea exercitată de un corp solid asupra unei mese . . . . .	178
10.2. PRESIUNEA ÎN INTERIORUL UNUI FLUID . . . . .	181
10.2.1. Cauza apariției acestei presiuni . . . . .	181
10.2.2. Presiunea atmosferică . . . . .	184
10.2.3. Forța arhimedică . . . . .	186
10.2.4. Întrebări despre presiune și presiune hidrostatică . . . . .	187
10.2.5. Experimente demonstrative la ca- pitolul presiune hidrostatică și presiune atmosferică . . . . .	189
10.2.6. Un alt mod de a înțelege cum apare forța arhimedică . . . . .	192
10.2.7. Forța arhimedică crește atunci când corpul este introdus mai adânc în fluid? . . . . .	194
10.3. METODE PENTRU DETERMINAREA DENSITĂȚII . . . . .	197
10.3.1. Determinarea densității relative a unui corp solid față de un lichid . . . . .	197
10.3.2. Determinarea densității relative a plastilinei . . . . .	200
10.3.3. Determinarea densității relative a uleiului . . . . .	202



10.3.4. Comparație între rezultate obținute prin metode diferite . . . . .	204
10.4. CE TREBUIE SĂ REȚINEM PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR DE HIDROSTATICĂ . . . . .	206
10.4.1. Presiunea hidrostatică . . . . .	206
10.4.2. Legea lui Arhimede . . . . .	208
10.4.3. Plutirea corpurilor . . . . .	210
PROBLEME ȘI SOLUȚII PENTRU CLASA a VII-a . . . . .	212

	Probleme	Soluții
Forța; compunerea forțelor;		
principiile mecanicii . . . . .	212 .. .. .	293
Tipuri de forțe . . . . .	217 .. .. .	297
Lucru mecanic. Putere		
mecanică. Randament. . . . .	228 .. .. .	306
Mecanisme simple . . . . .	231 .. .. .	309
Energia mecanică . . . . .	252 .. .. .	319
Echilibrul corpurilor . . . . .	264 .. .. .	328
Hidrostatica . . . . .	271 .. .. .	335
RECOMANDĂRI FINALE . . . . .		346



## 1. INTRODUCERE

Ideea scrierii acestei cărți a venit în urma colaborării dintre cei doi autori în cadrul unui program special de pregătire a unei grupe de elevi din clasa a VII-a. Acest program a fost patronat de Ministerul Învățământului, reprezentat prin Stelian Ursu și George Enescu cărora autorii țin să le aducă mulțumiri.

Profesorul, englez Christopher Clark a găsit, prin orele de „Tehnici de laborator în fizică”, cadrul favorabil pentru dezvoltarea ideilor sale, idei care corespund metodologiei, conținutului și obiectivelor actuale ale învățământului britanic (din considerente de accesibilitate, întregul material este prezentat în limba română). Profesorii vor sesiza imediat maniera mai deosebită de prezentare a aspectelor legate de activitățile din laborator (experimente și probleme conexe).

Profesorul Grindei Iulian a predat grupei de elevi obiectul „Fizică” redactând în prezenta lucrare o parte din teorie, problemele și rezolvările lor; deasemenea s-a ocupat de ținuta științifică a materialului prezentat.

Cei doi autori au colaborat permanent, schimbul lor de idei reprezentând, în final, un câștig al întregii lucrări. Autorii mulțumesc în mod deosebit referenților acestei lucrări: domnului prof. Enescu George (Ministerul Învățământului, membru în Comisia Națională de Fizică), d-lui lector dr. Rusu Gheorghe (Cat. de Mecanică teoretică a Universității Iași) și doamnei prof. Petruș Carmen (Liceul Internat Iași) pentru observațiile pe care le-au făcut asu-



pra textului. Apariția lucrării a fost posibilă și datorită traducerilor și discuțiilor asupra textului efectuate de doamna Sabina Săruleanu și domnii profesori Andu Ouatu și Nicolae Țăranu, cărora autorii le sunt recunoscători.

Pentru condițiile favorabile create apariției acestei lucrări, autorii mulțumesc I.S.J-Iași, reprezentat prin dl. prof. Lefter Octavian (inspector general) și dl. prof. Anton Florin (inspector fizică) ca și Liceului Național, reprezentat prin doamnele profesoare Doina Spiță (director), Rodica Geangalău (director adjunct), Simon Georgeta (șef catedră fizică), și domnului ing. Carpovici Gabriel, care au ajutat la rezolvarea multor probleme curente.

Cei doi autori adresează mulțumiri anticipate pentru orice observații utile asupra cărții (pe care le puteți trimite pe adresa indicată la sfârșitul lucrării).

## 1.1. INTRODUCERE PENTRU ELEVII CARE UTILIZEAZĂ ACEASTĂ CARTE LA ȘCOALĂ

Dacă folosiți această carte pentru a vă iniția în „TEHNICI DE LABORATOR IN FIZICĂ”, atunci va trebui să efectuați majoritatea experimentelor descrise aici. Gândind și efectuând experiențe veți începe să înțelegeți cum folosesc oamenii de știință experimentele în scopul de a găsi modalități din ce în ce mai perfecționate pentru a descrie și a explica lumea din jurul nostru și chiar lumea îndepărtată - Universul.

Majoritatea lucrărilor practice pe care le veți face vor consta în măsurători. Veți avea însă și probleme de



optimizare și design, la care va trebui să vă gândiți asemeni unui inginer ce are de realizat un lucru cu materiale limitate.

Uneori se vor da foarte multe explicații înainte de a începe un experiment. Alteori veți începe doar urmând indicațiile. După aceea veți avea posibilitatea să vă gândiți la ceea ce ați făcut și să explicați cele observate. Deseori, după aceste experimente, vor urma întrebări. Întotdeauna încercați să răspundeți voi înșivă la aceste întrebări înainte de a citi mai departe. Doar gândind singuri răspunsurile vă veți îmbogăți treptat capacitatea de a înțelege și veți învăța să fiți un bun fizician.

Veți efectua unul sau două experimente asemeni celor reale, când nu veți fi siguri de cele ce se vor întâmpla. Veți începe cu o idee generală sau ipoteză și apoi veți organiza un experiment pentru a o verifica.

## **1.2. INTRODUCERE PENTRU ELEVII CARE UTILIZEAZĂ CARTEA ACASĂ**

Vă puteți îmbunătăți înțelegerea fizicii citind și gândindu-vă la experimentele descrise aici. Încercați să vă închipuiți că le faceți și gândiți-vă la ceea ce credeți că se va întâmpla. Unele experimente le puteți improviza acasă (cu sticle, cărți, monede etc). Vor fi destule pentru a vă trezi interesul pentru fizică (chiar și în cazul în care sunteți mai atrași de profilul umanist).

În lucrare veți găsi și unele prezentări teoretice asupra fenomenelor de natură mecanică ce se studiază în



clasa a VII-a (cu unele extinderi pentru elevii interesați) precum și un număr de probleme propuse și rezolvate. Sperăm ca lucrarea, în totalitatea ei, să fie capabilă a vă provoca să luați parte la Olimpiadele de fizică.

Vă dorim mult succes !

### 1.3. INTRODUCERE PENTRU PROFESORI

Îndemânarea elevilor la folosirea atentă a aparaturii și la măsurarea cu acuratețe sînt folositoare, dar nu și cele mai importante aspecte care trebuie urmărite de profesor cînd aceștia efectuează experimente. Scopul principal este de a încuraja elevii să efectueze și să se gîndească la optimizarea experimentelor, de a le dezvolta înțelegerea intuitivă a fizicii și abilitatea lor de a da explicații. Experimentele le dau timpul necesar să se gîndească și să se concentreze.

Prezenta carte nu este doar un curs de practica lucrărilor de laborator ci pune accent pe modul în care trebuie conduse discuțiile și dirijată gîndirea elevilor.

Lucrînd în grupe mici, elevii pot învăța și cum să coopereze și să comunice într-un limbaj adecvat fizicii.

Explicațiile au fost scrise ținînd seama de experiența și noțiunile pe care copiii le au deja despre lumea fizică, înainte ca ei să înceapă studiul sistematic al fizicii.

Deși pe parcursul a două ore pe săptămână la obiectul "FIZICĂ" clasa a VII-a nu este prea mult timp disponibil, credem că unii profesorii vor găsi în lucrarea noastră unele idei pe care pe vor încerca a le introduce în lecțiile lor obișnuite.



Fără îndoială, fiecare profesor va adapta explicațiile de la experimente în așa fel încât să fie înțelese de clasa la care predă. O parte din explicații pot fi oferite prin întrebări adresate de către profesor (direct clasei, sau cu ironie socratică). Pentru mulți profesori metoda experimentală poate fi reconsiderată: ascultați-i pe elevi, lăudați-le încercările, rezistați tentației de a le spune de la bun început răspunsul. Urmărind cu atenție explicațiile și experimentele elevilor, vă puteți da seama mai bine de ce unii elevi nu înțeleg fizica în profunzime și de ce fug de ea.

De fapt, la vârsta clasei a VII-a, marea majoritate a elevilor sunt foarte entuziaști; trebuie doar ca profesorul, prin experimente interesante și prin întrebări inteligente formulate, să capteze atenția elevilor astfel încât ora de fizică să se desfășoare cu o autentică plăcere.

Prezentarea teoretică a mecanicii într-un mod concis și riguros este necesară elevilor pentru a le forma un limbaj științific corespunzător și pentru a-i ajuta să atingă nivelul necesar rezolvării celor mai grele probleme.

Prin capitolele de teorie, prin experimentele și problemele selectate pe care le conține, lucrarea este concepută și ca un ghid al profesorilor necesar pregătirii elevilor pentru Olimpiadele de fizică.

În forma actuală cartea este concepută a fi utilizată în paralel cu manualul de fizică; dacă se va dovedi utilă sperăm că va putea fi adaptată viitoarei programe de fizică și transformată într-unul din manualele ce vor fi oferite, la alegere, elevilor.



## 2. SFATURI LA ÎNCEPUT DE DRUM

Efectuînd experimentele puteţi căpăta imaginaţia şi gîndirea unui fizician şi puteţi înţelege ce este fizica. Puteţi învăţa multe lucruri citind şi reflectînd asupra unor experimente, dar sigur veţi învăţa mai mult dacă efectuaţi aceste experimente.

### 2.1. SFATURI PENTRU SIGURANŢA ŞI SUCCESUL ACTIVITĂŢII ÎN LABORATOR

Respectarea măsurilor de PROTECŢIA (SIGURANŢA) MUNCII reprezintă modalitatea de a evita o vizită la spital; datorită neatenţiei au fost şi cazuri mortale în laboratoarele de fizică şcolare.

SUCCESUL înseamnă a descoperi ceva folositor în urma experimentelor voastre, a mări gradul de înţelegere al fenomenelor precum şi dragostea faţă de acest obiect.

SIGURANŢA şi SUCCESUL depind de grija şi concentrarea cu care, mînuind aparate şi făcînd măsurători, lucraţi în laborator. Cele mai frecvente accidente în laboratorul şcolar sunt cauzate de împiedecarea de o servietă sau haină. Aveţi grijă cum le aţezaţi şi cum vă deplasaţi. Accidentele care pot avea loc în experimentele descrise în carte pot fi: spargerea unor obiecte din sticlă (inclusiv a termometrelor), deteriorarea unor aparate sensibile datorită unei întrebuinţări greşite, vărsarea unor lichide, loviri uşoare sau răniri. Urmaţi instrucţiunile care vi se dau, solicitaţi ajutorul atunci cînd nu sînteţi siguri cum să folosiţi un



instrument de măsurare și, mai ales, evitați joaca și glumele care pot conduce la accidente.

## 2.2. SFATURI PENTRU APLICAREA METODELOR EXPERIMENTALE

Metodele experimentale descrise în următoarele pagini nu trebuie memorate așa cum memorați nume de râuri și munți. Ele de fapt sunt metode pe care voi trebuie să le folosiți. Aplicându-le de mai multe ori până la sfârșitul anului școlar, le veți înțelege mai profund și veți căpăta îndemânarea de a ști singuri când și cum pot fi folosite. Este exact ca atunci când, exersînd treptat, căpătați îndemînarea de a merge cu bicicleta.

## 2.3. OBSERVAȚIA

Cînd un om de știință efectuează un experiment este evident că el trebuie să privească ceea ce se întîmplă. În unele experimente însă, a privi nu este suficient. Experimentatorul trebuie să audă, să pipăie și uneori chiar să miroasă. Aceste afirmații furnizate de simțurile noastre constituie OBSERVAȚIA. Experimentatorul trebuie să noteze imediat observațiile sale deoarece nimeni nu are o memorie perfectă. Există însă o mare diferență între observațiile pe care le face un experimentator și observațiile făcute de un poet, de exemplu. Trei mari poeți care scriu despre aceeași pădure vor obține trei descrieri diferite. Trei experimenta-



tori buni care efectuează același experiment vor face aceleași observații și vor da descrieri similare. Desigur, nu există nici un motiv ca un mare experimentator să nu fie și un mare poet. De fapt, poetul descrie sentimentele sale în legătură cu subiectul ales. Observațiile experimentale reprezintă o descriere concretă a celor constatate prin simțuri. Observația și înregistrarea (scrierea) observațiilor este mult mai dificilă decât pare la prima vedere. Multe experimente nu au reușit pentru că cel care le efectua a scris ceea ce el S-AR FI AȘTEPTAT SĂ OBSERVE, în loc să scrie ceea ce A OBSERVAT ÎN REALITATE. Marile descoperiri sunt rezultatul direct al unor experimente din care reieșeau observații neașteptate. Deci, încercați întotdeauna să descrieți exact ceea ce observați și nu ceea ce v-ați aștepta să observați.

## 2.4. MĂSURAREĂ

Un lucru important în timpul observației este de a aprecia cât de mare este un obiect comparativ cu altul, care pasăre este mai rapidă, care elev este mai înalt, etc. Dacă vrem să descriem cât de mare este un obiect, noi îl comparăm cu un obiect pe care îl cunoaștem foarte bine. Operația de comparare a unei proprietăți fizice cu o altă proprietate de același fel, cunoscută, se numește MĂSURARE. Dacă vrem să vedem cât de zgomotos este un sunet, atunci va trebui să comparăm acel sunet cu o „cantitate de zgomot” deja cunoscută, pe care o numim UNITATE DE ZGOMOT. Pentru a putea compara măsurători efectuate în diferite laboratoare și



diferite țări trebuie folosite aceleași unități. În acest „SISTEM INTERNAȚIONAL” (S.I.) oamenii de știință au căzut de acord ca 1 metru, 1 kilogram și 1 secundă să fie unități pentru măsurarea distanțelor, maselor și respectiv a duratelor.

## 2.5. CUM SĂ MĂSURĂM CU RIGLA

O riglă este un instrument folosit pentru măsurarea distanței între două puncte. Acest lucru poate fi foarte simplu dacă rezolvăm corect unele probleme care apar frecvent.

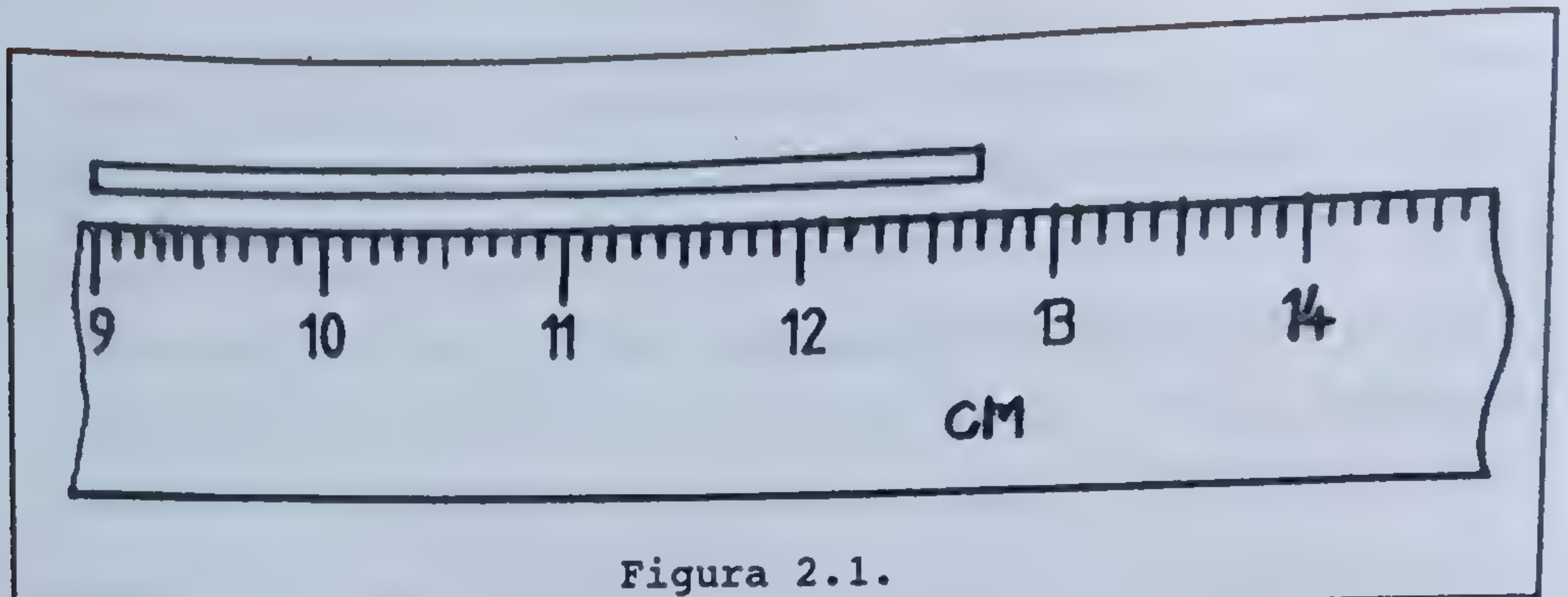
### 2.5.1. Eroare de zero (apare când diviziunea zero nu este la capătul riglei)

Faptul că rigla este ruptă în dreptul diviziunii 9cm nu constituie o problemă. Dacă măsurați distanța dintre două puncte (lungimea bețișorului din figura 2.1) puteți pune capătul rupt al riglei lângă un capăt al bețișorului și orienta rigla în lungul acestuia. Încercați să puneți rigla cât mai aproape de obiectul măsurat. Distanța dintre două puncte pentru care rigla indică 9cm respectiv 12,7cm este:

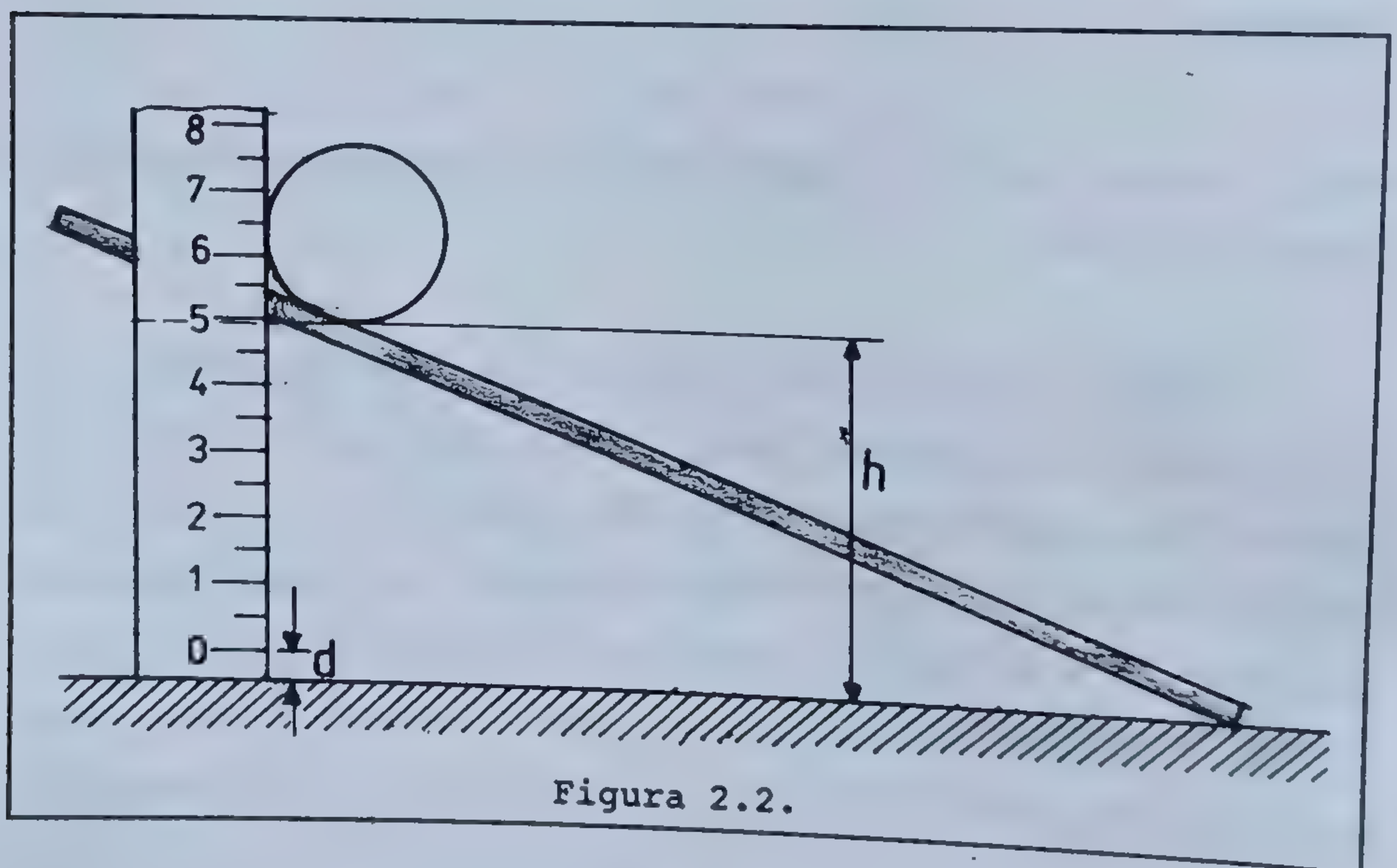
$$12,7 \text{ cm} - 9,0 \text{ cm} = 3,7 \text{ cm}.$$

O problemă asemănătoare apare dacă diviziunea 0 nu este chiar la capătul riglei. Imaginați-vă că vreți să măsurați înălțimea la care se află un corp pe planul





înclinat (vezi figura 2.2.). La valoarea măsurată trebuie să adunați distanța  $d$ , de la diviziunea 0 la marginea riglei. Această distanță  $d$  care trebuie adunată sau scăzută se numește EROARE DE ZERO.

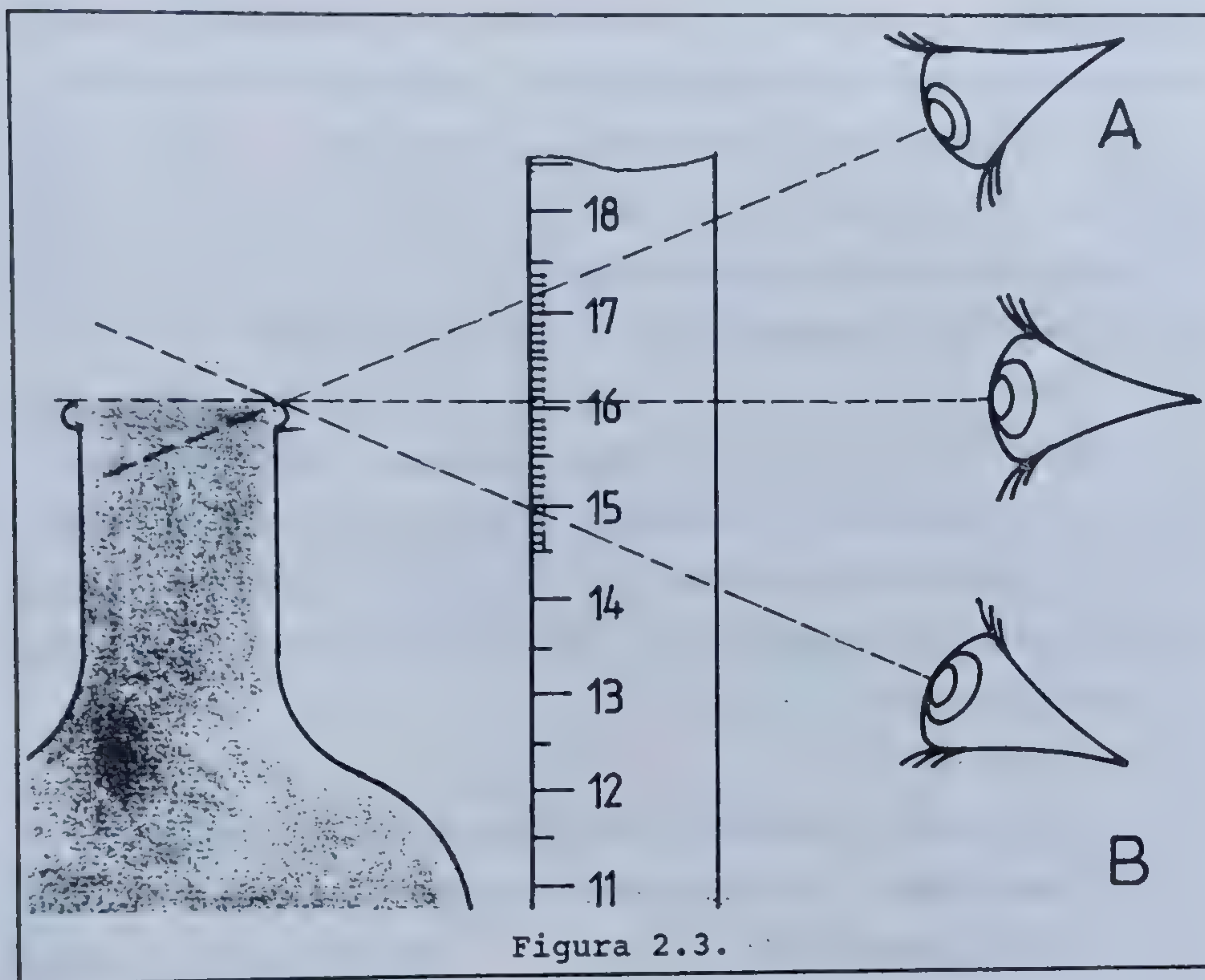


### 2.5.2. Eroare de paralaxă

Pentru a măsura înălțimea unei sticle trebuie să țineți rigla vertical (vezi figura 2.3.); dacă priviți cu



ochiul prea de sus (A) sau prea de jos (B), măsurătoarea va da o valoare mai mare sau mai mică față de înălțimea reală a sticlei. Pentru o măsurare corectă a înălțimii sticlei trebuie să așezați ochiul la același nivel cu capătul sticlei. Cu alte cuvinte, o linie imaginată care unește capătul sticlei cu ochiul vostru trebuie să fie perpendiculară pe riglă.



Dacă o măsurătoare dă o valoare prea mare sau prea mică deoarece ochiul experimentatorului a fost așezat greșit, spunem că există o EROARE DE PARALAXĂ.

Desigur, în acest exemplu, nu trebuie să uitați a lua în considerare și eroarea de zero.



## 2.6. CUM SE MĂSOARĂ INTERVALELE DE TIMP

Dacă aveți nevoie să măsurați un timp mai mare de 10 secunde, un ceas obișnuit cu secundar este destul de bun. Va fi un moment pentru început și un moment pentru sfârșit și veți înregistra și nota numărul secundelor de la „început” până la „sfârșit”. Dacă doriți să măsurați durata unei conversații telefonice, „începutul” și „sfârșitul” vor fi începutul și sfârșitul conversației. Ce poate fi mai simplu?

O EROARE este o diferență între două lucruri care aparent sunt identice cum ar fi părul pe care l-a tăiat frizerul și părul care a rămas pe podeaua frizeriei; dacă există eroare, înseamnă că v-a rămas păr pe gât!

Deci, să încercăm să ne gândim la toate lucrurile care pot cauza o eroare. De ce timpul pe care l-ați înregistrat pentru o convorbire telefonică poate fi diferit de timpul real al convorbirii? Iată trei întrebări ajutătoare care sugerează la ce trebuie să ne gândim pentru ca să răspundem la întrebarea de mai sus:

1. Care este momentul exact pentru „începutul” conversației și care este momentul exact pentru „sfârșitul” ei?
2. Calibrarea ceasului este sigură?
3. Ce puteți spune despre timpul vostru de reacție? (Acesta este timpul care trece din momentul la care se produce un eveniment și până în momentul când citim indicația ceasului).



1. Începutul ar putea fi momentul când terminați de format ultima cifră, ar putea fi momentul când auziți primul sunet de apel, sau când cealaltă persoană ridică receptorul, sau când îi auziți vocea, sau când vorbiți prima oară. Toate acestea sunt momente diferite. Puteți alege pe oricare dintre ele drept moment de început și aceasta va fi „definiția” pentru începutul convorbirii. În același mod trebuie să definiți și sfârșitul convorbirii.

Dacă nu mențineți aceeași definiție a începutului și sfârșitului unei convorbiri, atunci veți măsura timpi diferiți pentru două convorbiri identice. În general, trebuie să definiți întotdeauna foarte clar mărimea pe care doriți să o măsurați, altfel vor apare discrepanțe (erori).

2. Alte surse de erori sunt legate de instrumentul de măsură (în cazul nostru ceasul sau cronometrul) și de utilizarea lui. Aceste tipuri de erori se numesc ERORI INSTRUMENTALE. Oamenii sunt foarte pretențioși în privința ceasurilor. Se enervează dacă ele o iau înainte doar cu câteva secunde în fiecare zi (o zi are 86400 secunde). De aceea ceasurile sunt calibrate foarte, foarte bine, iar eroarea datorată calibrării imperfecte este foarte mică atunci când măsurați o perioadă de câteva secunde sau minute.

3. Majoritatea oamenilor au un timp de reacție de aproximativ 0,2 secunde, ceea ce nu este foarte mult în comparație cu 10 secunde sau un minut. Deci, eroarea datorată timpului de reacție este semnificativă doar atunci când măsurați timpi mai mici de câteva secunde.



## 2.7. CUM SE MĂSOARĂ MASELE CORPURILOR

De obicei, când vrem să facem un experiment care implică măsurarea masei putem folosi corpuri care au masele deja măsurate pentru noi. Acestea sunt discuri metalice cu masa de 10 g sau 100 g sau etaloanele din cutiile cu mase marcate. (Care sunt motivele pentru care etaloanele de masă ar putea avea alte valori decât cele scrise pe ele?)

### 2.7.1. Utilizarea unei balanțe obișnuite

Mai întâi reglați șuruburile până când acul indicator este la semnul zero. Așezați cu grijă corpul a cărui masă vreți să o măsurați pe un taler. Apoi, cu atenție, așezați pe celălalt taler etaloanele din cutia care însoțește balanța. Puneți și luați progresiv etaloane din ce în ce mai mici până când acul indicator este din nou la zero, sau oscilează de o parte și de alta a poziției zero, deplasându-se în mod egal în fiecare parte.

### 2.7.2. Fiți atenți cu instrumentele sensibile!

Bara orizontală și talerele sunt susținute de margini foarte ascuțite. Acestea permit ca acul indicator să se miște vizibil atunci când o masă foarte mică este adăugată pe un taler. Această proprietate de a distinge diferențe foarte mici de mase, face ca balanța să fie mult mai bună pentru măsurarea maselor decât dacă ținem corpul în mână și spunem cam câte kilograme are. Cu alte cuvinte, balanța este un instrument de măsură foarte sensibil atâta vreme cât



marginile sunt foarte ascuțite. Aveți grijă să folosiți ambele mâini când mutați o balanță, să nu lăsați corpuri pe talere și să nu o mișcați brusc (pentru a preîntâmpina uzura cuțitelor).

Această idee a sensibilizației unui instrument este aplicabilă oricărui instrument de măsură. De exemplu, un ceas obișnuit poate sesiza diferența între 5s și 6s, sau 2min 32s și 2min 33s; el poate deci distinge o secundă. Cronometrul mecanic este un instrument și mai sensibil, deoarece poate distinge zecimile unei secunde. Cronometrul electronic poate distinge sutimi și miimi de secundă. Instrumentele sensibile sunt alcătuite din părți fragile, deci tratați-le ca pe bunica voastră iubită!

## 2.8. CUM SE UTILIZEAZĂ UN DINAMOMETRU.

Etalonarea dinamometrului a fost realizată de firma producătoare, astfel încât fiecare dinamometru din laboratorul nostru are o SCALĂ gradată în newtoni, și DIVIZIUNI de 0,1 N. Este bine să ne gândim că ceea ce este scris într-un ziar sau pe un pachet de mâncare preambalată ar putea să nu fie complet adevărat. O anumită neîncredere în lucruri ce n-au fost verificate este importantă și în efectuarea experimentelor. De exemplu, dacă indicația dinamometrului este 0,2N, nu putem fi siguri că forța care îl întinde are chiar această valoare.

Tipurile de erori discutate anterior (eroarea de zero și eroarea de paralaxă) trebuie luate în considerație și atunci când utilizăm dinamometrul.



### 2.8.1. Eliminarea erorii de zero

Dacă indicatorul care se mișcă de-a lungul scalei, arată o valoare oarecare nenulă atunci când nici o forță nu acționează asupra dinamometrului, trebuie să scădeți această valoare (acest surplus de forță) din indicația dinamometrului ce corespunde forței pe care o măsurăm.

Uneori puteți anula EROAREA DE ZERO înainte de măsurare. La unele dinamometre se poate AJUSTA poziția indicatorului astfel încât acesta să arate zero în lipsa forței. Ajustarea unui instrument de măsură se numește aducere la zero a instrumentului.

### 2.8.2. Eliminarea erorii de paralaxă

Pentru a fi siguri că punctul de pe scala dinamometrului pe care îl vedeți lângă reperul indicator este ÎNTRADEVĂR lângă acesta, asigurați-vă că ochiul este la același nivel cu indicatorul și perpendicular pe scală, la fel ca ochiul care măsoară înălțimea unei sticle.

### 2.8.3. Etalonarea

Dacă dinamometrul pe care îl utilizați este vechi, este foarte posibil ca arcul lui să fie uzat. Dacă arcul a fost PREA ÎNTINS atunci fiecare DIVIZIUNE de pe scală nu va mai reprezenta o forță de exact 0,1 newtoni. Deci, dacă dinamometrul nu este nou, va trebui să verificați dacă scala este încă bună.



După ce ați adus la zero dinamometrul, agățați de el o masă de 100 g. Acum dinamometrul măsoară o forță de 0,98 N (aproape de 1 N). Dacă scala este bună (ETALONATĂ CORECT), indicatorul va fi foarte aproape de semnul 1 N. În același fel puteți controla faptul că o masă de 200 g dă o CITIRE pe dinamometru de aproape 2N.

Dacă scala nu este etalonată corect, vă puteți felicita că nu ați avut încredere în scalele gata etalonate și veți continua prin a face o scală nouă! Se spune, în acest caz, că trebuie să etalonați dinamometrul. Agățați de dinamometru mase de: 10g, 20g, 30g, etc. și de fiecare dată marcați printr-un semn lângă indicator valorile: 0,1N; 0,2N; 0,3N etc.

## 2.9. REPREZENTAREA GRAFICĂ

Un grafic ne oferă o reprezentare vizuală a unei relații dintre două variabile, ne arată cum variază o mărime când altă mărime se modifică.

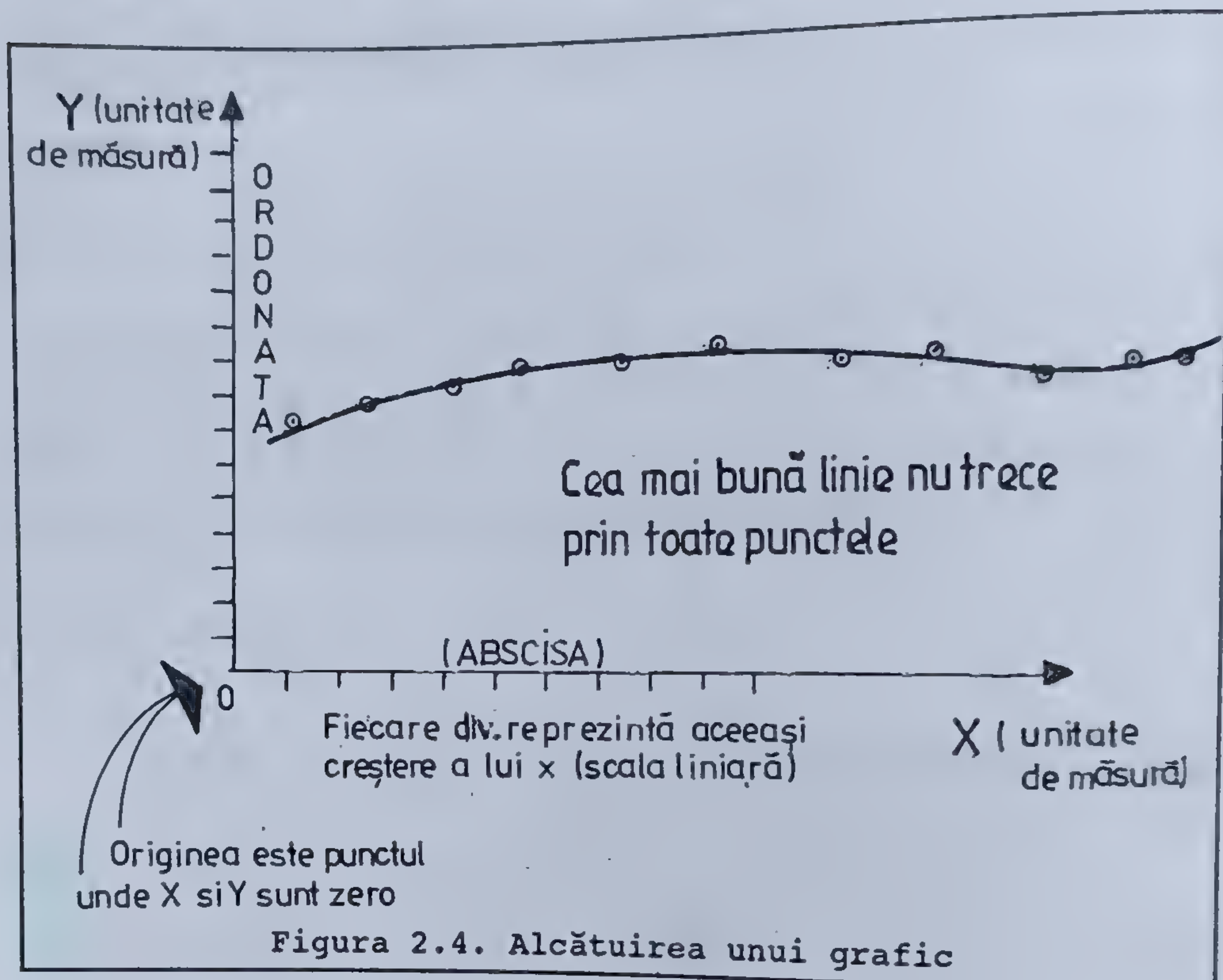
### 2.9.1. Cum să reprezentăm grafic rezultatele experimentale?

Titlul va fi „Graficul lui Y ca variabilă dependentă în funcție de variabila independentă X”. Acest titlu este bine să fie scris după ce a fost reprezentat graficul, în funcție de spațiul liber rămas pe pagină.

Axele sunt două linii drepte trasate exact deasupra liniilor tipărite ale hârtiei: una aproape de partea de jos a hârtiei, cealalta lângă partea stângă a ei. Pe axa orizon-



tală, numită abscisă, se vor reprezenta, de obicei, valorile variabilei independente  $X$ , iar pe axa verticală, numită ordonată, valorile variabilei dependente  $Y$  (figura 2.4.).



Dacă punctul unde se întâlnesc cele două axe reprezintă valoarea zero pentru ambele mărimi, atunci acest punct se numește ORIGINE. La capătul fiecărei axe trebuie scrise mărimea reprezentată și unitățile ei de măsură.

Scalele trebuie alese pentru fiecare axă în parte. Aceste scale trebuie să fie liniare, astfel încât fiecare cm în lungul axei să reprezinte aceeași creștere a variabilei. Deasemenea, scala nu trebuie să fie prea mare: prea mulți cm pentru fiecare unitate pot să nu permită reprezentarea unor valori mai mari. Trebuie să fiți atenți ca scala să nu fie



prea mică deoarece întregul grafic va fi mic și va fi dificil de citit cu exactitate. Dacă domeniul valorilor unei mărimi se îndepărtează de valoarea zero, atunci trebuie să alegeți o valoare (altă decât zero) de la care să înceapă scala (figura 2.5.). Bineînțeles, această valoare trebuie să fie mai mică decât cea mai mică valoare a măsurătorilor făcute (în caz contrar, porțiunea de hîrtie cuprinsă între zero și valoarea minimă măsurată va rămâne neutilizată).

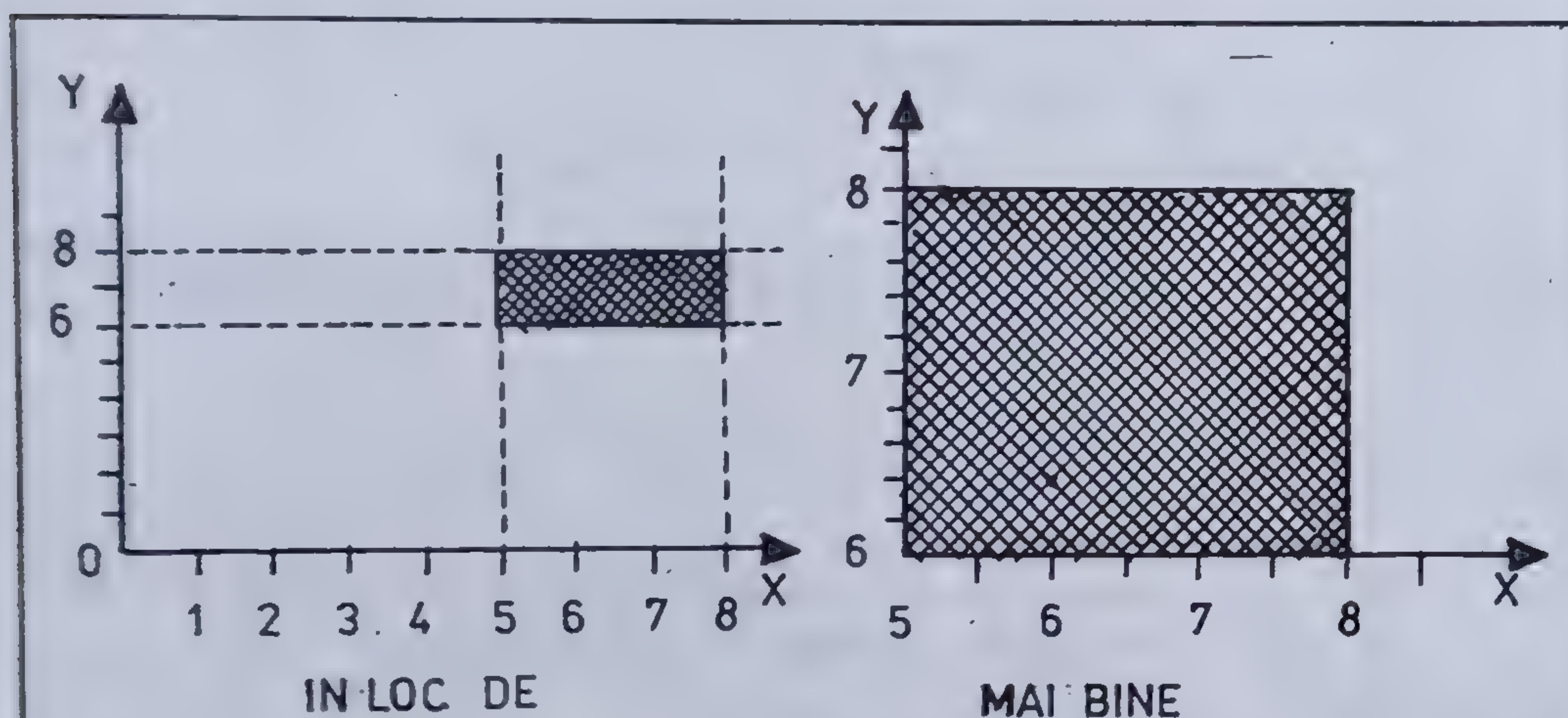


Figura 2.5. Alegerea valorilor pentru încadrarea graficului pentru cazul  $5 < x < 8$  și  $6 < y < 8$ . S-a hașurat zona folosită pentru grafic

Pe axe nu se trec orice valori, ci numai valori echidistante, cât mai întregi. Punctele experimentale se poziționează corect, fără a scrie pe axe valorile corespunzătoare lor (figura 2.6.).

Când variabilele au valori foarte mari sau foarte mici putem scrie factorul de multiplicare lângă unitatea de măsură (figura 2.7.). În acest fel, în dreptul diviziunilor, se trec valori care nu depășesc de obicei două-trei cifre.



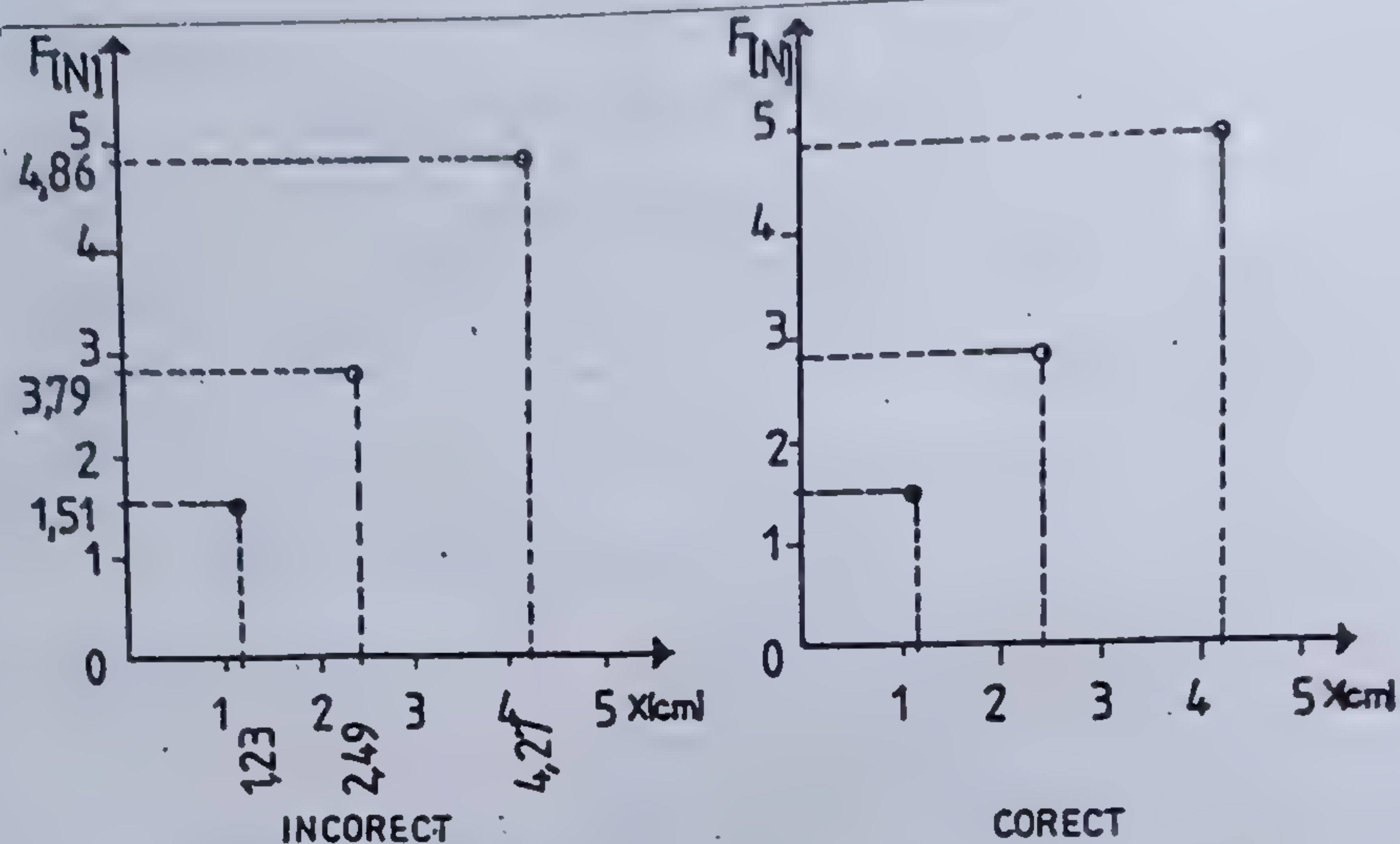


Figura 2.6. Pe scală se trec numai valori echidistante.

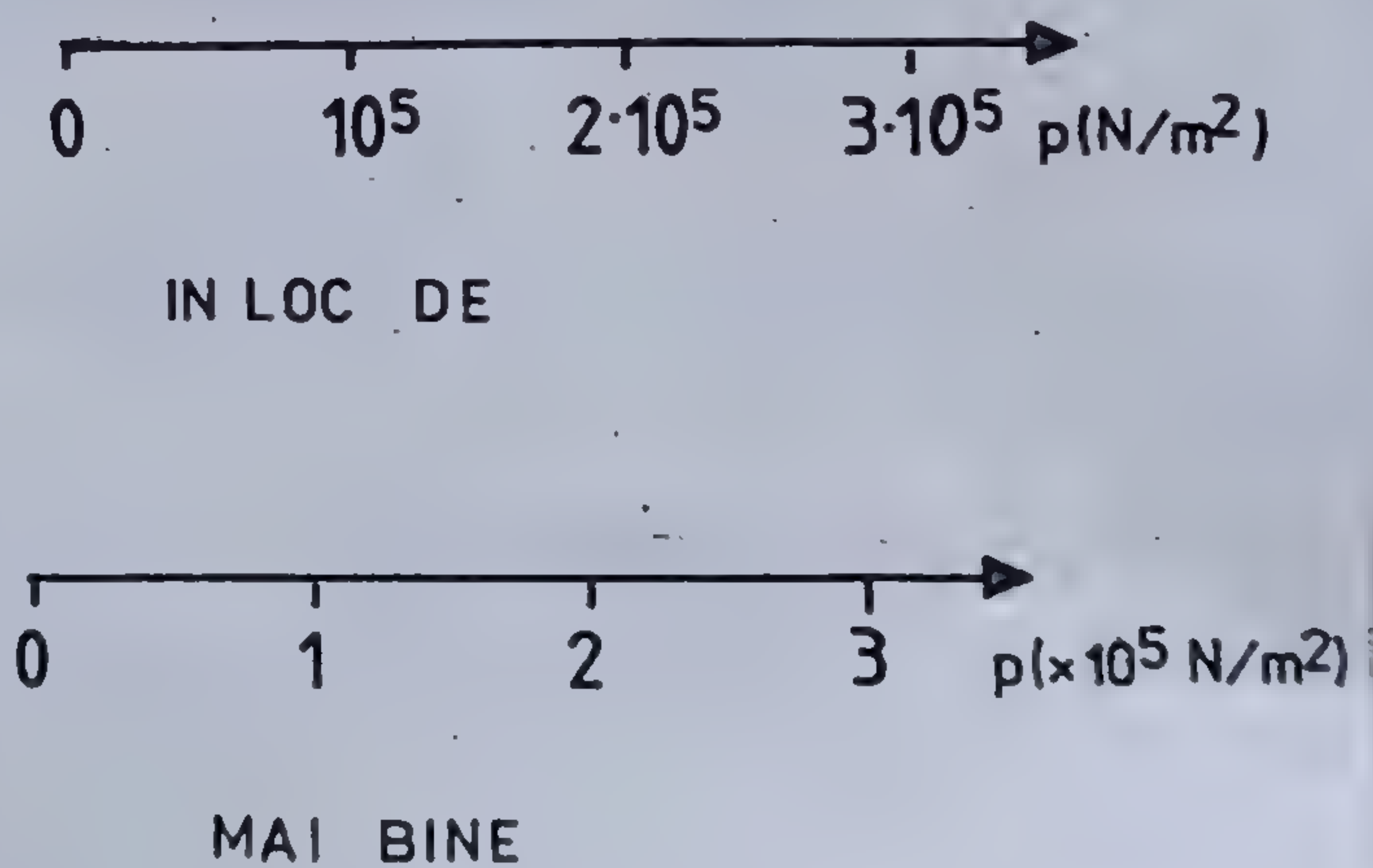


Figura 2.7. Utilizarea factorului de multiplicare pentru unitatea de măsură.

Fiecare punct reprezintă, în fond, o măsurătoare pentru valoarea variabilei independente și valoarea corespunzătoare a variabilei dependente.



Punctele vor fi marcate prin unul din semnele  $\times$ ,  $\square$ ,  $\odot$ ,  $\triangle$ ,  $x$ ,  $+$ , și vor fi reprezentate cu creionul (astfel încât greșelile să poată fi corectate). Când pe aceeași foaie reprezentăm mai multe grafice de aceeași natură (de exemplu graficul mișcării pentru 3 mașini ce merg pe aceeași șosea, în același interval de timp) vom folosi pentru punctele ce aparțin fiecărui grafic câte un semn distinct. În caz contrar nu se mai știe de care grafic aparține fiecare punct reprezentat pe foaia respectivă.

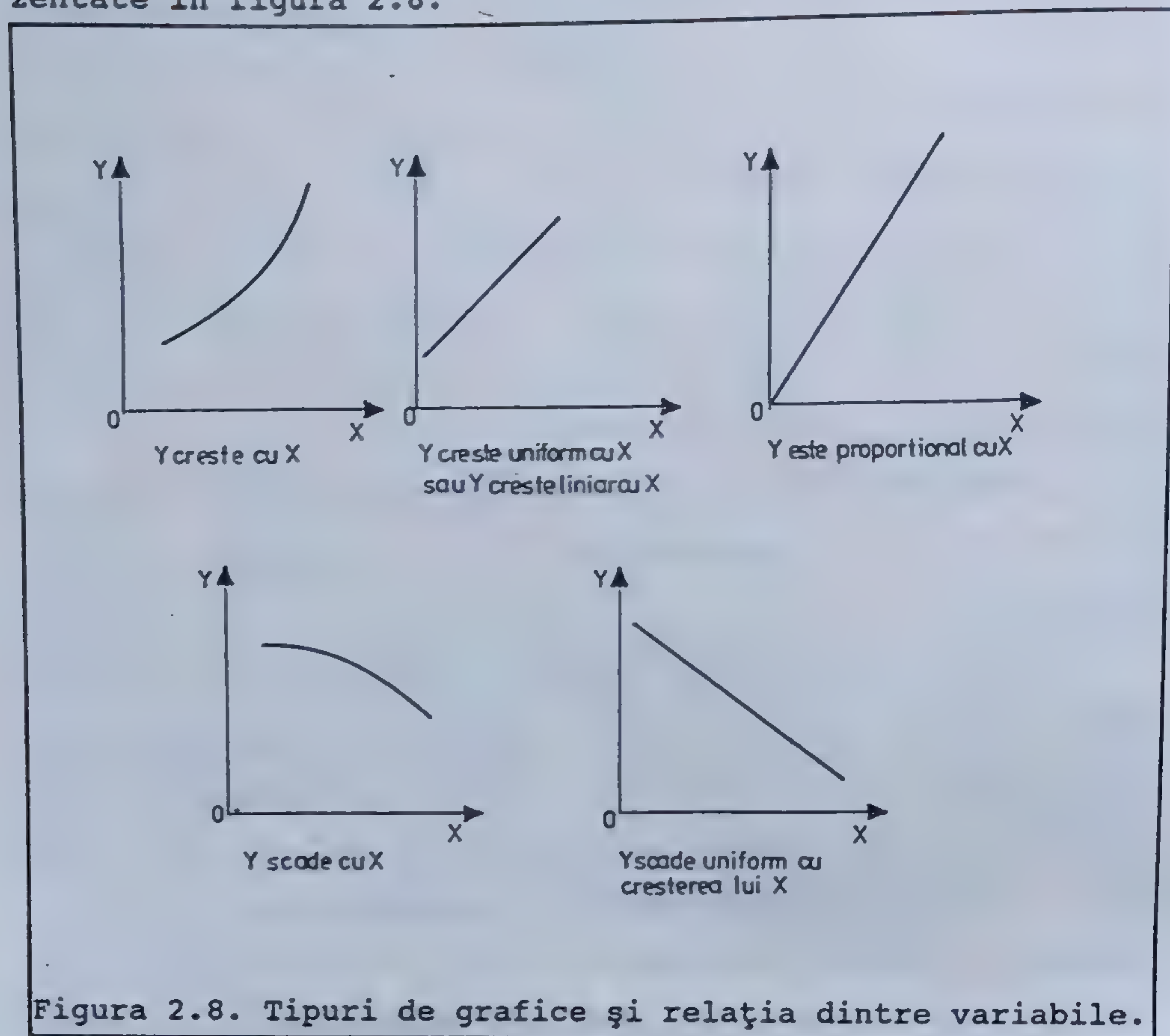
Aveți grijă să reprezentați mijlocul semnului exact la nivelul unde este reprezentată, pe fiecare axă, valoarea măsurată.

Graficul reprezintă relația între variabile. Într-o lume „perfectă” am putea obține graficul unind toate punctele succesive. Dar, datorită erorilor experimentale, toate măsurătorile dau valori puțin mai mari sau mai mici. Din acest motiv majoritatea punctelor „adevărate” vor fi în apropierea punctelor reprezentate grafic. De fapt putem gândi fiecare punct experimental ca fiind centrul unui dreptunghi mic (ale cărui semilaturi sunt egale cu erorile de măsură ale mărimilor reprezentate grafic) punctele „adevărate” putând fi oriunde în interiorul acestui dreptunghi. Din aceste motive NU VOM REALIZA GRAFICUL UNIND PUNCTELE EXPERIMENTALE SUCESIVE ci vom strecura cea mai „bună” linie continuă (nefrântă) astfel încât numărul de puncte care rămâne de o parte a ei să fie aproximativ egal cu numărul de puncte care rămâne de cealaltă parte (figura 2.4.).

Graficul obținut în acest mod va furniza date cu o precizie mai bună decât precizia datelor experimentale care au stat la baza alcătuirii lui!



Câteva tipuri de grafice, mai uzuale, au fost reprezentate în figura 2.8.



## 2.10. ERORI EXPERIMENTALE

### 2.10.1. Tipuri de erori

Atunci când măsurați o mărime fizică, valoarea găsită nu va fi pe deplin egală cu valoarea adevărată pe care o are mărimea fizică respectivă. Se numește eroare diferența dintre valoarea măsurată și valoarea reală a unei mărimi fizice.



În paragrafele consacrate măsurării lungimii, timpului, masei și forței am văzut care sunt motivele apariției și am vorbit deja despre unele erori (de paralaxă, de zero) ca și despre modul de etalonare al instrumentelor de măsură.

Pentru ca rezultatul unei măsurători să fie cât mai aproape de valoarea reală, experimentatorii buni se gândesc totdeauna la posibilele surse de erori și la modul în care ar putea reduce sau elimina aceste erori.

Putem clasifica erorile în trei categorii:

**Erori grosolane,** care sunt foarte mari și se datoresc unor greșeli flagrante de măsurare. De exemplu, dacă măsurați lungimea unei casete audio și găsiți valorile : 9,9 cm; 10,0 cm; 10,1 cm; 9,9 cm; 12,9 cm; 9,9 cm; 10,0 cm etc, se vede clar că valoarea de 12,9 cm nu poate fi corectă. De aceea, astfel de valori se elimină, adică nu se iau în considerație.

**Erori sistematice,** apar atunci când există o cauză care determină ca valorile să fie totdeauna puțin mai mari sau puțin mai mici ca valoarea mărimii măsurate. De exemplu, un ceas care merge cu două minute înainte va da o eroare de două minute la fiecare măsurătoare, deasemeni, dacă ceasul este potrivit la ora exactă, dar avansează cu 1 minut pe zi, atunci indicațiile acestuia vor fi afectate de erori sistematice.



**Erori întâmplătoare**, se datorează apariției unor cauze de moment, astfel încât valoarea măsurată poate fi diferită când măsurăm de mai multe ori aceeași mărime. De exemplu, dacă veți măsura de mai multe ori, cu rigla, lungimea băncii în care stați, veți vedea că rezultatele nu sunt identice, putând să difere cu 1-2mm. Desigur că cea mai bună soluție pe care o avem „împotriva” erorilor întâmplătoare este aceea de a lua în considerare MEDIA ARITMETICĂ a valorilor măsurate. Dacă reprezentăm datele experimentale într-un grafic, atunci putem să ne dăm seama de mărimea erorilor întâmplătoare urmărind cât de apropiate sau depărtate sunt punctele reprezentate în raport cu graficul construit.

Există numeroase cauze care pot da erori experimentale; ele se numesc **SURSE DE ERORI**. De aceea erorile se pot clasifica și în funcție de sursele care le produc, după cum veți vedea în cele ce urmează.

### **1. Erori instrumentale**

Aceste erori se datorează instrumentului de măsură (ele pot fi datorate unor defecțiuni de fabricație, modului în care este etalonat instrumentul, uzării sau dereglării aparatului respectiv). De exemplu, în cazul unui dinamometru uzat, am văzut deja că acesta poate indica o creștere de 1,1 N dacă forța aplicată crește doar cu 1 N sau poate da indicații greșite dacă nu este adus la zero, sau poate indica valori puțin diferite pentru aceeași forță dacă reperul nu este bine strâns (joacă) între șuruburi etc.



## 2. Erori de model

Înainte de a face o măsurătoare noi trebuie să definim clar mărimea pe care o măsurăm. Să presupunem că definim lungimea acestei pagini ca distanța de la colțul din dreapta sus până la colțul din dreapta jos. Am putea defini la fel de bine lungimea paginii ca distanța de la colțul din stânga sus la colțul din stânga jos. Dacă cumva foaia de hârtie nu este perfect dreptunghiulară, cele două distanțe nu vor coincide. Eroarea care apare în acest caz se datorează faptului că modelul asociat mărimii măsurate (dreptunghi) nu este destul de bun.

Unele erori se datorează faptului că metodele care stau la baza măsurătorilor nu sunt suficient de precise. De exemplu, noi măsurăm direct greutatea unui corp atârându-l de un dinamometru. În realitate, prezența aerului influențează indicația dinamometrului (veți vedea mai târziu cum apare forța arhimedică). Noi neglijăm această eroare de metodă pentru că ea este mult mai mică decât erorile datorate altor cauze.

Mediul exterior poate influența prin numeroși factori (temperatură, presiune, umiditate) unele experimente, modificând astfel rezultatele. De exemplu volumul unui cilindru gradat depinde de temperatură, deci trebuie precizată temperatura la care acesta a fost etalonat.

În unele experimente se întâmplă ca instrumentele de măsură să influențeze (schimbe) valoarea mărimii pe care o măsurăm. Se spune că între instrumentul de măsură și corpul a cărui mărime o măsurăm apare o interacțiune, de unde și numele acestei erori. De exemplu, dacă vrem să măsurăm temperatura apei calde dintr-o eprubetă atunci, prin



introducerea rezervorului termometrului, temperatura apei va scădea (deci indicația termometrului nu va corespunde temperaturii inițiale a apei).

### 3. Erori personale

Acestea se datoresc experimentatorului. Îndemânarea și acuitatea vizuală și auditivă joacă un rol important în timpul unui experiment. Înainte de a lua date, este bine ca experimentatorul să facă probe pentru a cunoaște instalația și a căpăta îndemânarea necesară.

#### 2.10.2. Precizia și numărul de cifre semnificative

Cu cât erorile sunt mai mici, cu atât spunem ca măsurătorile sunt mai precise. Pentru a vedea cât de precise sunt rezultatele unei măsurători, fizicienii obișnuiesc să scrie datele cu un anumit număr de CIFRE SEMNIFICATIVE. Acesta reprezintă numărul de cifre dintr-un număr, excluzând zerourile care pot apare la stânga numărului datorită prezenței virgulei. Astfel, numărul 1204 are patru cifre semnificative, numărul 0,0017 numai două, iar numărul 1,2000 are cinci cifre semnificative.

Cu cât numărul care exprimă rezultatul unei măsurători are mai multe cifre semnificative, cu atât precizia măsurătorii este mai bună. Astfel, când citim că lungimea băncii este de 1,2 m, înseamnă că diviziunea de pe riglă a corespuns ultimei zecimale, adică decimetrului. Când vom citi că lungimea băncii este de 1,200 m înseamnă că diviziunea riglei cu care s-a măsurat a fost milimetrul (adică banca are sigur 1,200 m și nu 1,201 m sau 1,199 m).



Totdeauna când exprimăm valoarea numerică a unei mărimi, trebuie să utilizăm numărul de cifre semnificative corespunzător preciziei cu care aceasta este cunoscută.

Astfel, dacă cunoaștem deplasarea și durata cu trei cifre semnificative, nu are rost să exprimăm viteza cu mai mult de trei cifre semnificative (la împărțirea celor două mărimi un calculator ne poate furniza rezultatul cu foarte multe cifre; noi vom opri numai trei).

La prelucrarea datelor experimentale este bine să utilizați deocamdată, în lipsa unei analize mai riguroase, următoarea regulă practică:

**Pentru mărimea calculată vom lua atâtea cifre semnificative, câte are mărimea măsurată cu precizia cea mai mică.**

Dacă un instrument de măsură furnizează rezultatul cu o eroare fixă (de obicei cea care corespunde unei jumătăți de diviziune) atunci, cu cât mărimea măsurată are o valoare mai mare, cu atât precizia măsurătorii va fi mai bună. De exemplu, dacă lungimea și grosimea unei sârme sunt măsurate cu aceeași riglă ce are diviziuni de 1 mm, evident că prima măsurătoare va fi precisă, pe când a doua nu.

Raportul dintre eroarea de măsură a unei mărimi și valoarea acesteia se numește EROARE RELATIVĂ de măsură a mărimii date. Evident că precizia unei măsurători este invers proporțională cu eroarea relativă (matematic este chiar inversul acesteia).



### 2.10.3 Forma standard a numerelor

Orice număr se poate pune în forma:  $X \cdot 10^Y$ , unde  $X$  este un număr care are o singură cifră nenulă înainte de virgulă, iar  $Y$  este un exponent întreg (pozitiv sau negativ).

Aceasta se numește FORMA STANDARD a numărului respectiv. Ca exemplu, urmăriți mai jos punerea în formă standard a diferitelor numere:

$$1200 = 1,200 \cdot 10^3$$

$$0,021 = 2,1 \cdot 10^{-2}$$

$$76,2 \cdot 10^3 = 7,62 \cdot 10^4$$

$$123,001 = 1,23001 \cdot 10^2$$

În fizică este elegant să exprimăm valorile numerice ale diferitelor mărimi în forma standard. Se observă că prima parte a numărului în formă standard ( $X$ ) este aceeași, indiferent de unitățile folosite:

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{exemplu:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1300 \text{ mm} = 1,300 \cdot 10^3 \text{ mm} \\ 130,0 \text{ cm} = 1,300 \cdot 10^2 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ \text{(1,300 este} \\ \text{același)} \end{array}$$

Exponentul  $Y$  al puterii lui 10 este ORDINUL DE MĂRIME al numărului dat sau al mărimii măsurate.

De exemplu despre volumul  $V=1274,2\text{m}^3=1,2742 \cdot 10^3\text{m}^3$  se spune că are ordinul de mărime  $10^3 \text{ m}^3$  (sau că este de ordinul decametrului cub).



### 3. ELEMENTE DE CINEMATICA

Cinematica este o parte a fizicii care se ocupă cu descrierea mișcării corpurilor fără a ține seama de cauzele care o produc.

#### 3.1. CÂT DE REPEDE SE MIȘCĂ UN CORP

Cu toții suntem obișnuiți cu deosebirea dintre un corp care se mișcă mai repede și un corp care se mișcă mai încet. Adeseori descriem această deosebire spunând lucruri ca: „Hei! Trabantul acela se mișcă repede!” și „Aș vrea tare mult să te grăbești și să fii gata pentru școală!”. Pe la mijlocul secolului al XVI-lea, când oamenii au început să facă observații organizate asupra Lumii (făcând ceea ce noi numim acum Fizică), a devenit necesar să se găsească o modalitate mai precisă de a descrie cât de repede se mișcă corpurile. Nu a trecut mult timp până ce problema a fost rezolvată și a fost introdusă mărimea fizică numită VITEZĂ.

S-ar putea să fie evident pentru voi că un corp „rapid” este un corp care parcurge o distanță mare într-un timp scurt, iar un corp „încet” este un corp care parcurge o distanță scurtă într-o perioadă de timp relativ mare.

Putem găsi un număr care să descrie cât de repede se mișcă un corp prin împărțirea distanței exprimate prin numărul lungimilor unei Dacii cu care el călătorește la numărul de ore care îi sunt necesare pentru a străbate acea



distanță. Deci, dacă profesorul vostru de fizică călătorește cu mașina de la Iași la Vaslui (o distanță de aproximativ 18000 lungimi de Dacie) într-un timp de două ore, el poate calcula cât de repede a călătorit, iar răspunsul este un număr de „lungimi de Dacie pe oră”.

$$\frac{18000 \text{ lungimi de Dacie}}{2 \text{ ore}} = 9000 \text{ lungimi de Dacie/oră}$$

Precizând că profesorul de fizică parcurge 9000 lungimi de Dacie/oră avem o formulare mult mai precisă decât a spune că „Profesorul meu de fizică a condus destul de încet”.

Lungimea unei Dacii este o unitate bună pentru a măsura distanțe în România, dar există fizicieni din alte țări care nu au văzut niciodată o Dacie; deci aceasta nu este o unitate de măsură comună pentru distanță. Avem nevoie de unități mai potrivite pentru ca toată lumea să înțeleagă ceea ce înțelegem și noi când spunem cât de departe este orașul Vaslui de orașul Iași. Unitatea internațională adoptată pentru măsurarea distanțelor este METRUL (cu prescurtarea m). Când vrem să măsurăm distanțe mari, putem utiliza multiplii acestuia DECAMETRUL, HECTOMETRUL și KILOMETRUL, iar pentru distanțe mici utilizăm submultiplii DECIMETRUL, CENTIMETRUL și MILIMETRUL.

În SISTEMUL INTERNAȚIONAL (S.I.) unitatea pentru timp este SECUNDA (cu prescurtarea s). Deci unitatea standard, în S.I., pentru a măsura cât de repede se deplasează un corp va fi „metrul pe secundă” (m/s). Unitățile de măsură trebuie adaptate mișcării corpului; de exemplu pentru o rachetă vom alege kilometrul pe secundă iar pentru melc metrul pe oră.



### 3.2. VITEZA-MĂRIME VECTORIALĂ

Mărimea care arată cât de repede se mișcă un corp se numește VITEZĂ, notată cu litera  $v$ . Deci putem spune:

$$v = 60\text{km/h: viteza trenului este de } 60\text{km/h}$$

Mărimea vitezei nu ne spune totul despre corpul aflat în mișcare. Astfel, există o mare diferență între un tren care se deplasează cu 60 km/h de la Iași la București și un tren care se deplasează tot cu 60 km/h de la București la Suceava; dacă cineva din Buzău face nefericita greșeală să le confunde, va pierde o groază de timp și se va supăra foarte tare. Pentru a evita confuziile, CFR-ul tipărește pe bilete direcția în care merg trenurile. Pentru același motiv fizicienii precizează împreună cu informația despre mărimea vitezei pe care o are un corp atât direcția cât și sensul în care se deplasează acesta. Putem spune, de exemplu, că viteza trenului care merge de la București la Iași este de 60 km/h.

Viteza este o mărime care trebuie să cuprindă informații despre direcția și sensul mișcării corpului.

Există un mod mai rapid pentru a spune că „aceasta este o mărime care include informații despre direcție și sens”. Putem spune doar că „aceasta este o mărime vectorială”. Viteza este o mărime VECTORIALĂ. Caracterul vectorial al vitezei este dat de posibilitatea DEPLASĂRII în direcții și sensuri diferite. Devine astfel necesar să explicăm ce reprezintă deplasarea unui corp și ce proprietăți are această mărime fizică.



### 3.3. DEPLASAREA

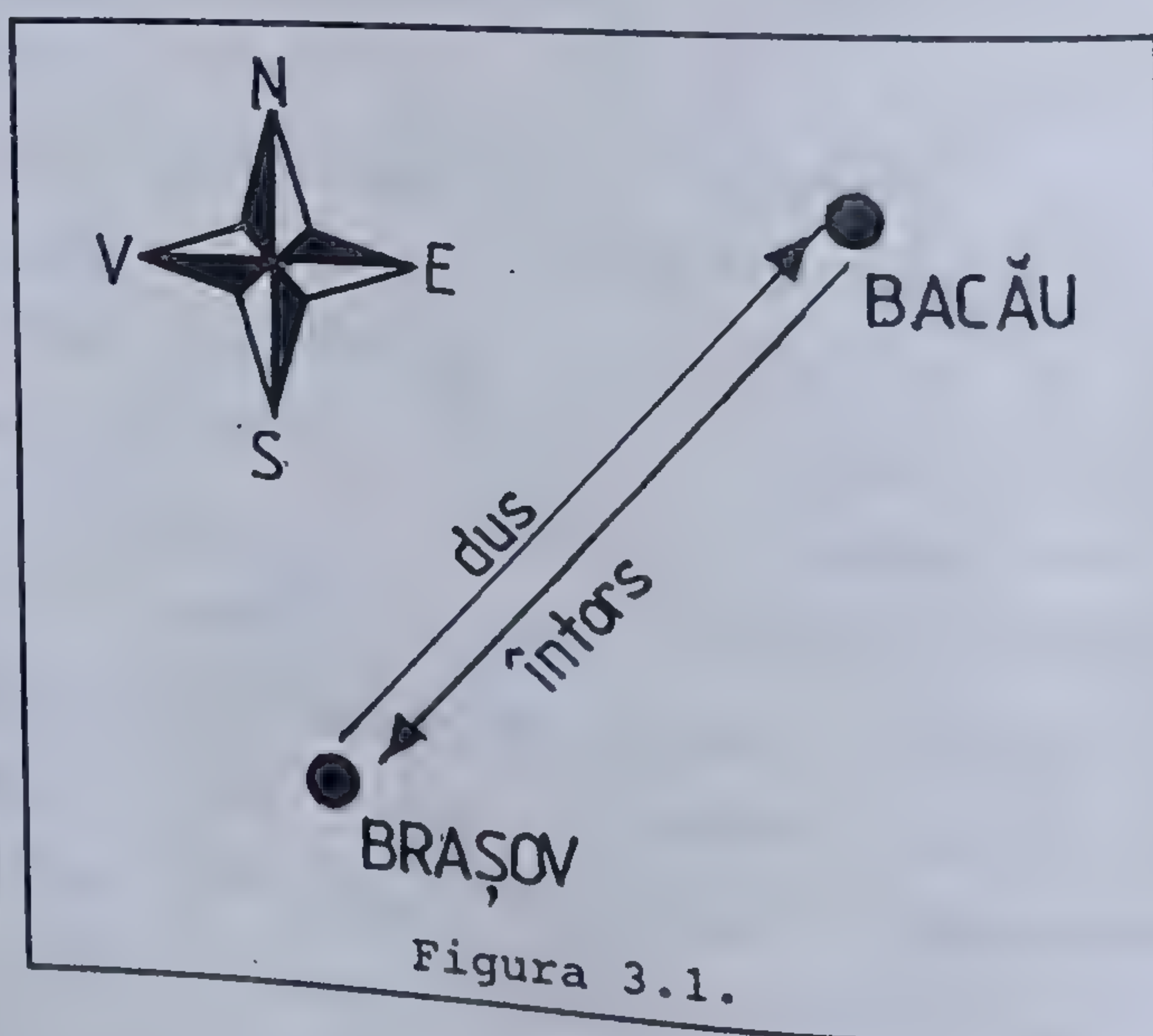
#### 3.3.1. Un vector care reprezintă rezultatul unei călătorii

Există mai multe posibilități pentru a vă deplasa din camera de unde sunteți către ușă. Ați putea merge direct către ușă, în linie dreaptă (dacă nu este nici o piesă de mobilier în cale).

În drumul vostru către ușă v-ați putea abate pe la fereastră. Ba chiar ați putea ocoli unele obiecte din cameră, înainte de a ajunge la ușă. În fiecare situație ați parcurge o distanță diferită, dar rezultatul este același: vă mișcați de pe scaun și vă opriți la ușă. Această distanță care are nu numai o lungime ci și o direcție și un sens bine determinate (în cazul nostru de la scaun la ușă) definește o mărime numită DEPLASARE. Deplasarea este o mărime vectorială (sau, pe scurt, un vector) noutatea constând în faptul că astfel de mărimi au o anumită orientare.

#### 3.3.2. Deplasări negative

O călătorie cu trenul dus-întors Brașov-Bacău-Brașov vă aduce înapoi, acolo de unde ați plecat. DEPLASAREA în acest caz este zero.





Această deplasare este alcătuită din „CĂLĂTORIA DUS” plus „CĂLĂTORIA ÎNTORS” (vezi figura 3.1.).

De la Braşov la Bacău avem o deplasare de 140 Km NE (pe direcţia nord-est) iar de la Bacău la Braşov vom avea o deplasare de 140 Km SV. Deci putem scrie:

$$140 \text{ km NE} + 140 \text{ km SV} = 0.$$

De aici rezultă că:

$$140 \text{ km NE}_1 = - 140 \text{ km SV}$$

*Deci minus un vector înseamnă un vector de aceeaşi lungime şi direcţie, dar de sens opus.*

### 3.4. PUNCT MATERIAL

De multe ori când vrem să descriem mişcarea unui corp, ceea ce este înăuntrul corpului nu contează. Acest lucru este valabil adesea în cinematică! Când decr ieţi cum se mişcă un taxi sau un tren, spuneţi care este vectorul viteză şi vă întrebaţi când va sosi, dar nu vă îngrijorează dacă şoferul se scarpină în cap sau dacă al 8-lea vagon este gol! Deci, dacă ne interesează cum se mişcă un corp când dimensiunile sale sunt mult mai mici ca deplasarea, ne putem gândi la el ca la un punct mic (fără dimensiuni); acesta este numit PUNCT MATERIAL.

Când spunem că „acesta este un punct material” nu ne vom lăsa furaţi de detalii: ce este înăuntrul acestui corp, din ce este făcut, ce culoare are sau cât costă. Aceasta



este una din cele mai elegante simplificări din fizică și ea permite să se găsească modalități simple pentru descrierea universului complex.

În următoarele pagini ne vom ocupa de mișcarea corpurilor; bucăți de lemn, mașini, cești, sănii și picături de ploaie, toate considerate ca puncte materiale. Nu vom încerca să descriem mișcarea unei roți de automobil, a gimnaștilor sau a stațiilor spațiale.

O rotație a unui corp poate afecta fenomenele observate și nu ne putem gândi la el ca la un punct material.

Pentru început vom încerca să ne concentrăm asupra corpurilor care execută mișcări de translație, deci asupra corpurilor care pot fi considerate puncte materiale. În cinematică un punct material se mai numește și **MOBIL**.

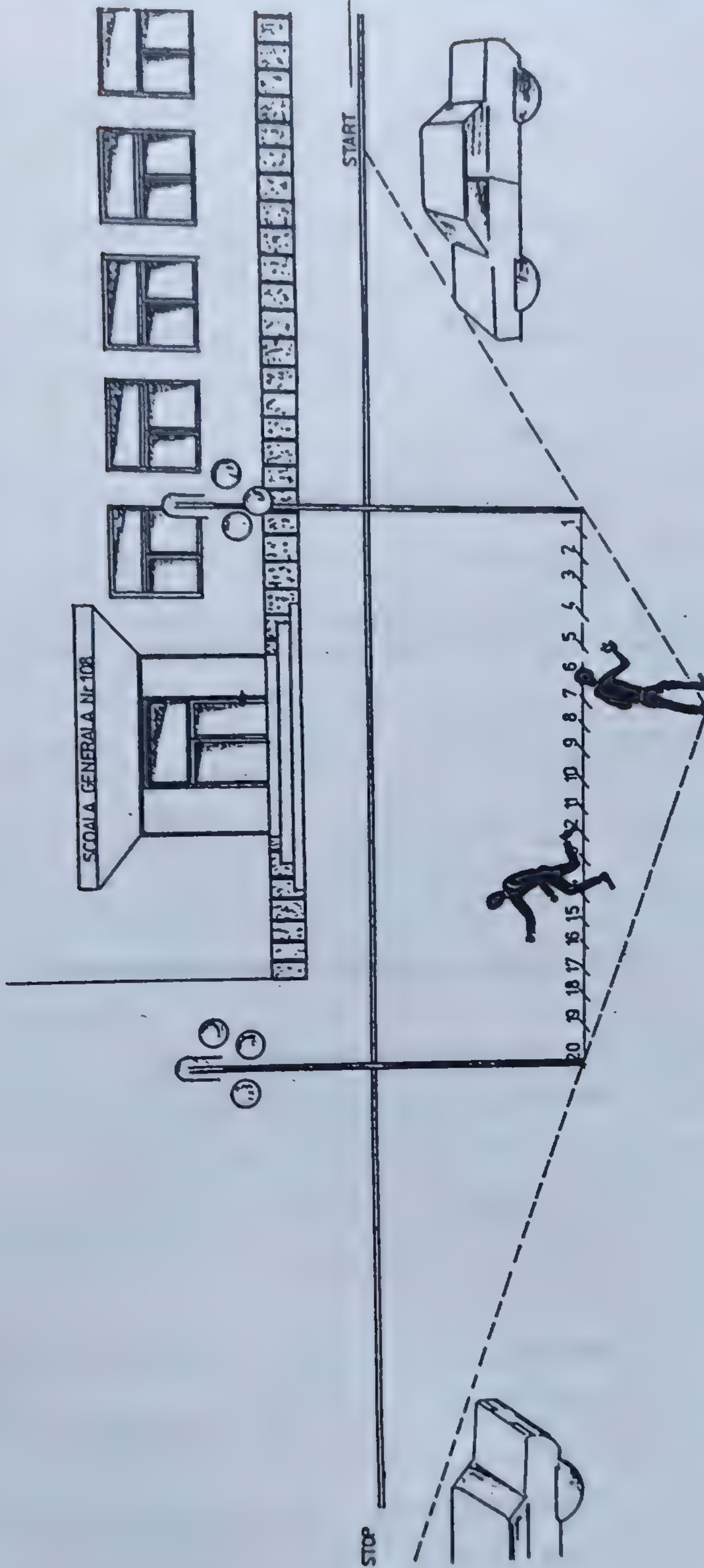
### 3.5. MĂSURAREA VITEZEI MAȘINILOR

Veți măsura viteza unor mașini care trec pe lângă școala voastră. Probabil că aveți unele idei despre cum să faceți acest lucru.

Mai întâi citiți instrucțiunile de mai jos împreună cu unul sau doi colegi și hotărâți exact ce trebuie să facă fiecare persoană din grupul vostru.

Uitați-vă la diagrama care reprezintă 2 elevi măsurând viteza mașinilor (figura 3.2.). Puteți găsi vreo modalitate de a îmbunătăți tehnica lor? Problemele de discutat, care urmează după instrucțiuni, vă ajută să răspundeți mai ușor la această întrebare.







## INSTRUCȚIUNI

1. Hotărâți unde veți merge pentru a măsura viteza mașinilor.
2. Alegeți o distanță: ORI alegeți două puncte pe marginea șoselei și măsurați distanța dintre ele, ORI faceți un semn cu o bucată de cretă și măsurați în continuare distanța de 1 m sau 5 m sau 10 m sau 30 m sau 70 m sau 100 m.
3. Pregătiți un tabel pentru măsurătorile pe care le veți efectua.

TABEL DE DATE : MĂSURAREA VITEZEI UNOR VEHICULE				
Vehicul	x distanța(m)	t timpul(s)	$v=x/t$ viteza(m/s)	v viteza(km/oră)

4. Întrebuințați un ceas cu secundar, sau un cronometru, pentru a măsura timpul necesar unei mașini să se deplaseze pe distanța pe care ați măsurat-o.
5. Notați timpii pentru cel puțin 6 vehicule. Nu uitați să scrieți unde erau mașinile și în ce direcție se deplasau.
6. Calculați mărimea vitezei pentru fiecare mașină.  
Cea mai cunoscută unitate de măsură pentru viteză în cazul mașinilor este Km/h, dar viteza calculată de voi este m/s. De aceea trebuie să realizați transformarea vitezei din m/s în km/h:  $1\text{ m/s}=3,6\text{ km/h}$ .



7. Dacă aveți timp, repetați experimentul pentru o distanță diferită.

### PROBLEME DE DISCUTAT

1. Măsurătorile voastre pentru distanță și timp au fost foarte precise?
2. Credeți că mașinile și-ar fi putut schimba viteza în timpul măsurătorilor?
3. Care este cel mai bun loc pentru a sta și a vedea exact când să opriți cronometrul?
4. Vă puteți gândi la avantajul și dezavantajul folosirii unei distanțe mai mari în acest experiment?

Dacă întrebarea vi se pare prea grea, atunci răspundeți la următoarele două întrebări:

- 4.a. O distanță scurtă este mai bună din punctul de vedere al măsurării cu precizie a timpului?
- 4.b. Este mai bună o distanță mai mică pentru a afla viteza mașinii la un anumit moment?

### 3.6. VITEZA MEDIE

Dacă o mașină se deplasează 20 m în timpul unei secunde, și în secunda următoare mai face alți 20 m, iar în următoarea secundă se mai deplasează alți 20 m, putem spune că mașina are o viteză de 20 m/s.

Imaginați-vă că ne uităm la o altă mașină timp de 3 secunde și aceasta se deplasează 18 m în timpul primei



secunde, 22 m în timpul celei de a doua secunde și 20 m pe parcursul celei de a treia secunde. Putem calcula viteza medie care reprezintă media numărului de metri parcurși în fiecare secundă:

$$\text{viteza medie} = \frac{18\text{m} + 22\text{m} + 20\text{m}}{3\text{s}} = 20\text{m/s}$$

$$\text{viteza medie} = \frac{\text{distanța totală}}{\text{timpul total}}$$

### 3.7. ACCELERAȚIA (cât de repede își mărește viteza un corp)

Cel mai simplu tip de mișcare este cel în care se continuă cu aceeași viteză deplasarea de-a lungul unei linii drepte, fără a schimba direcția și fără a merge mai repede sau mai încet.

Mișcarea uniformă (cu viteză constantă) nu este o modalitate obișnuită de deplasare pentru că majoritatea corpurilor care se mișcă (incluzând mașini și tramvaie, lingurițe și mingi de tenis) au porniri și opriri, deplasări mai rapide și mai încete sau schimbări de direcție. La fel cum viteza unui corp descrie cât de repede se mișcă acesta, ACCELERAȚIA este o modalitate de a descrie cât de repede se schimbă viteza lui.

Imaginați-vă o mașină care se deplasează de-a lungul unei șosele drepte. Cel mai simplu mod în care își poate



schimba viteza este să înceapă să se deplaseze mai repede, adăugând la viteza sa aceeași mărime în fiecare secundă.

Accelerația mașinii (folosind unități din S.I.) reprezintă numărul de m/s care se adaugă la viteza sa în fiecare secundă. De exemplu, dacă viteza punctului material crește în fiecare secundă cu 3m/s, atunci se spune că accelerația sa este de 3m/s<sup>2</sup>.

Dacă o mașină își mărește viteza într-un mod neregulat, putem calcula accelerația sa, dar rezultatul va fi accelerația medie. Imaginați-vă că îndreptăm radarul unui polițist către o mașină care accelerează și notăm creșterea vitezei în fiecare secundă. Presupunem că în prima secundă, viteza crește cu 1m/s, în a doua cu 2m/s și în a treia secundă cu 3m/s.

$$\text{Accelerația medie} = \frac{\text{totalul variațiilor de viteză}}{\text{timpul total}} =$$

$$= \frac{1\text{m/s} + 2\text{m/s} + 3\text{m/s}}{3\text{s}} = 2\text{m/s}^2$$

Întrucât suma variațiilor de viteză reprezintă de fapt variația totală a vitezei putem scrie:

$$\text{Accelerația medie} = \frac{V_{\text{finală}} - V_{\text{inițială}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inițial}}} = \frac{\text{variația vitezei}}{\text{interval de timp}}$$

Dacă o mașină (sau oricare alt corp) încetinește, viteza finală va fi mai mică decât viteza sa inițială iar accelerația medie va avea o valoare negativă.



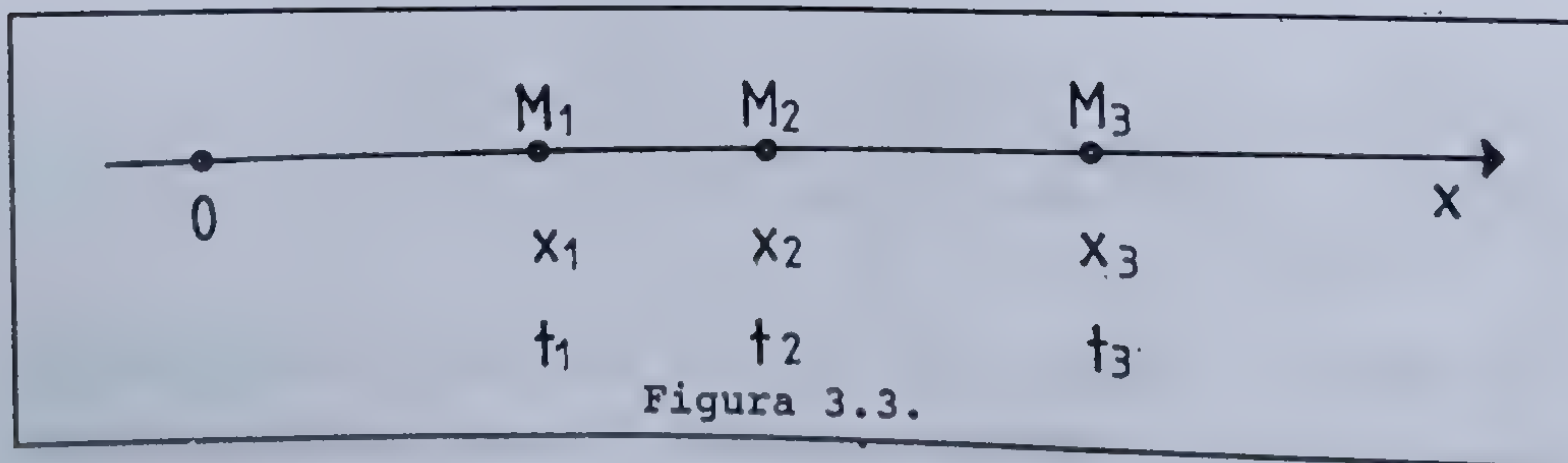
### 3.8. CÂTEVA ELEMENTE DE CINEMATICĂ PENTRU TINERII PRIETENI AI TEORIEI

Acest capitol are un triplu scop: a vă sistematiza unele noțiuni de cinematică, a vă preciza unele elemente necesare rezolvării de probleme și a vă familiariza cu un limbaj teoretic mai riguros în ceea ce privește utilizarea termenilor de fizică.

Starea mecanică a unui corp poate fi precizată numai în raport cu alte corpuri. De exemplu, un călător într-un autobuz, poate fi simultan în repaus față de autobuz și în mișcare față de clădirea în care locuiește.

Corpul față de care studiem mișcarea, împreună cu un cronometru necesar măsurării timpului și o riglă pentru măsurarea distanțelor alcătuiesc un sistem de referință.

Alegem un punct de referință pe corpul față de care studiem mișcarea pentru măsurarea distanțelor până la mobil. Evident că această distanță depinde de timp. Astfel, la momentul  $t_1$  mobilul este în punctul  $M_1$  având coordonata  $x_1$ , la momentul  $t_2$  mobilul este în punctul  $M_2$  având coordonata  $x_2$  etc (figura 3.3.).



Deplasarea unui mobil reprezintă distanța dintre pozițiile mobilului la două momente diferite.



De exemplu, între  $t_1$  și  $t_2$ , deplasarea este egală cu lungimea segmentului  $|M_1M_2|$ , adică este egală cu  $x_2 - x_1$ . În general, deplasarea se notează cu  $\Delta x$ , fiind egală cu variația coordonatei mobilului între momentele de timp inițial și final.

Viteza mobilului se definește ca fiind mărimea fizică egală cu raportul dintre deplasarea acestuia și durata corespunzătoare acestei deplasări:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

În Sistemul Internațional ea se măsoară în METRI PE SECUNDĂ (m/s):

$$[v]_{S.I.} = m/s$$

Viteza vehiculelor se măsoară adesea în km/h:

$$1m/s = 3,6km/h$$

Din punct de vedere intuitiv viteza ne indică ce deplasare are mobilul în unitatea de timp.

În cursul mișcării unui mobil se poate întâmpla ca viteza să nu fie constantă. Dacă aceasta crește spunem că mobilul accelerează iar când viteza scade spunem că mobilul încetinește (frânează). Mărimea care ne arată cât de repede crește sau scade viteza unui mobil se numește accelerație. Ea se definește ca raportul dintre variația vitezei și intervalul de timp corespunzător acestei variații:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$



Când viteza este constantă, accelerația este nulă și mișcarea se numește uniformă.

Când accelerația este constantă, mișcarea se numește uniform variată (uniform accelerată sau uniform încetinită).

Intuitiv, accelerația arată cu câți metri pe secundă crește viteza unui mobil în timp de o secundă.

Unitatea ei de măsură este METRUL PE SECUNDĂ LA PĂTRAT:

$$[a]_{SI} = \frac{[v]_{SI}}{[t]_{SI}} = \frac{m/s}{s} = m/s^2$$

Când viteza respectiv accelerația unui mobil sunt constante este evident că, pentru calculul acestora din relațiile de definiție, putem alege orice interval de timp  $\Delta t$ .

Când viteza sau accelerația variază de la un moment la altul, relațiile lor de definiție dau VITEZA MEDIE respectiv ACCELERAȚIA MEDIE pentru intervalul de timp considerat. Putem gândi însă că dacă alegem intervalul de timp foarte, foarte mic, atunci viteza și accelerația pot varia foarte puțin. De aceea, pentru un interval de timp extrem de mic, relațiile în cauză ne dau VITEZA (ACCELERAȚIA) MOMENTANĂ SAU INSTANTANEE.

În cinematică prezintă un interes deosebit studiul mișcării unui mobil față de sisteme de referință diferite. De exemplu, un călător care stă într-un tramvai aflat în mers este simultan în repaus (față de tramvai) și în mișcare (față de Pământ); față de călător copacii și casele sunt în mișcare!



Se spune că MIȘCAREA ȘI REPAUSUL SUNT RELATIVE, înțelegând prin aceasta că ele depind de sistemul de referință ales.

Prin exemple, încercați să arătați singuri că:  
LA TRECEREA DE LA UN SISTEM DE REFERINȚĂ LA ALTUL SE POT SCHIMBA: TRAIECTORIA, DEPLASAREA, VITEZA ȘI ACCELERATIA MOBILULUI.

Plecând de la aceste observații, fizicienii și-au pus o interesantă întrebare (mult mai generală față de sfera cinematicii): cum se modifică legile mecanicii pentru observatori aflați în sisteme de referință diferite? (Altfel spus, oare un observator aflat într-o altă parte a Universului va găsi, în urma experimentelor de mecanică, aceleași legi ca și un observator aflat pe Pământ?)

Răspunsul afirmativ la această ultimă întrebare (numai pentru legile mecanicii) a fost dat de GALILEO GALILEI și de ISAAC NEWTON.

Generalizând, între altele, aceste concluzii pentru legile din toate domeniile fizicii, ALBERT EINSTEIN a elaborat, în 1905, cunoscuta și moderna sa TEORIE A RELATIVITĂȚII.



## 4. FORȚA

### 4.1. INTERACȚIUNE. EFECTE

Corpurile au proprietatea generală de a putea acționa unele asupra altora. Totdeauna se observă că dacă un corp acționează asupra altui corp, la rândul lui, și al doilea corp acționează asupra primului corp. Deci acțiunea dintre corpuri este reciprocă și de aceea se numește INTERACȚIUNE.

Interacțiunea dintre corpuri poate fi mai puternică sau mai slabă; ea este deci o proprietate fizică măsurabilă. În consecință interacțiunea dintre corpuri conduce la definirea unei mărimi fizice numită forță.

**Forța este mărimea fizică ce măsoară interacțiunea dintre corpuri.**

Unitatea de măsură pentru forță se numește NEWTON și are simbolul N. Definiția acestei unități o vom da la sfârșitul acestui paragraf (pentru a ne face o idee asupra valorii sale arătăm că 1N reprezintă forța minimă cu care putem ridica de pe Pământ un corp cu masa de aproximativ 100g).

Ori de câte ori o forță acționează asupra unui corp, ea poate produce următoarele efecte:

a. schimbarea stării de mișcare (adică schimbarea vitezei ca mărime sau/și ca direcție și sens). Acesta este efectul dinamic al forței (interacțiunii).

b. schimbarea formei corpului (deformarea sa). Acesta este efectul static al forței (interacțiunii). Deformările



pot fi elastice (corpul revine la forma inițială când forța încetează) și plastice (corpul rămâne deformat).

Corpurile, după tipul deformării pe care o suferă, se numesc și ele elastice (resort din oțel, furtun de cauciuc, radieră etc.) și plastice (ceară, plastilină, tubul cu pastă de dinți, bilă de plumb etc).

Efectul dinamic al forței permite definirea unității de măsură pentru forță: un Newton este acea forță care provoacă asupra unui corp cu masa de 1kg o variație a vitezei de 1m/s în fiecare secundă (se presupune că forța acționează tot timpul pe direcția vitezei).

#### 4.2. MĂRIMI SCALARE ȘI VECTORIALE. VECTORUL FORȚĂ.

Pentru a cunoaște unele mărimi fizice este suficient să precizăm valoarea lor numerică și unitatea de măsură. Acestea se numesc mărimi scalare și putem da ca exemplu: masa, timpul, lungimea, aria, volumul, densitatea, temperatura.

Există însă și mărimi care, pentru a fi complet cunoscute, trebuie caracterizate prin elemente suplimentare. De exemplu, un vagonet în mișcare poate fi accelerat dacă îl împingem în sensul mișcării și frânat dacă acționăm în sens contrar; ca mărime forța poate fi aceeași, dar efectul ei depinde de orientarea pe care o are.

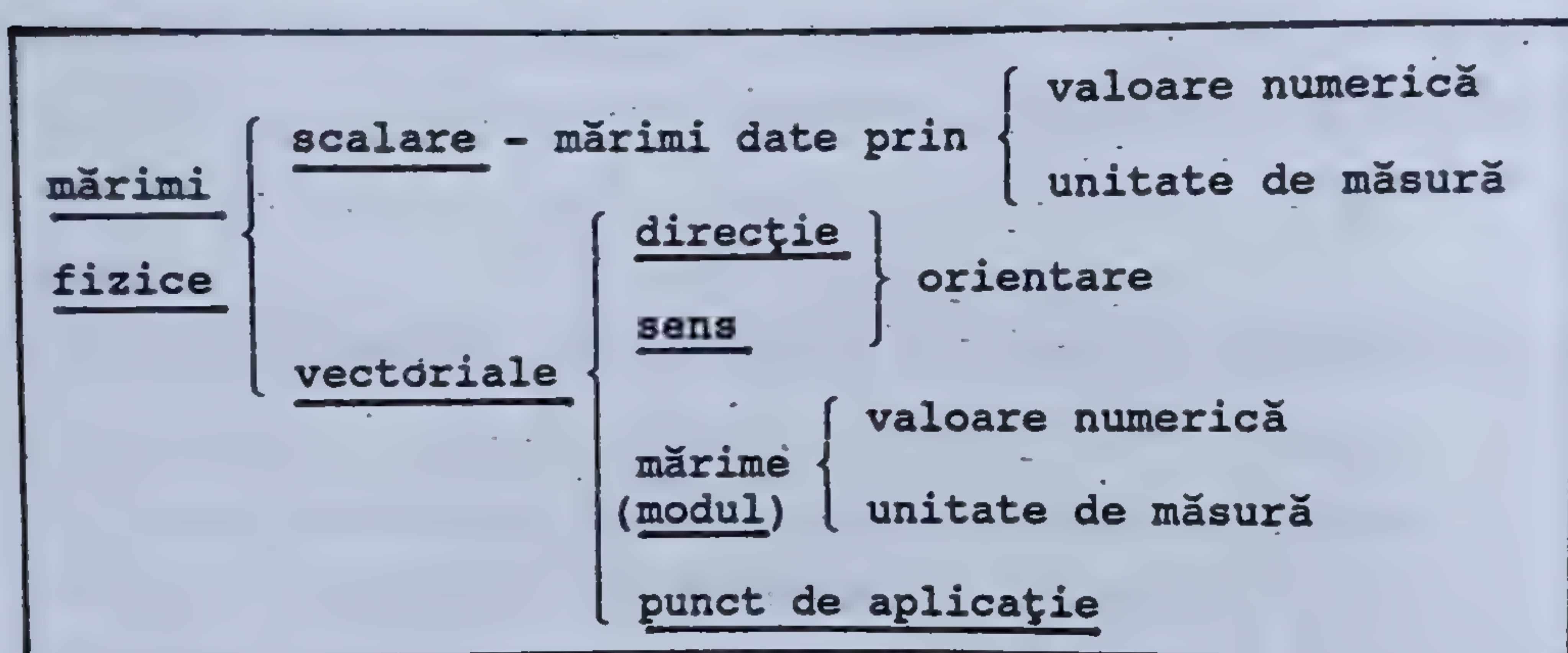
Mărimile fizice la care trebuie să precizăm și orientarea lor în spațiu se numesc mărimi vectoriale. Viteza și forța sunt mărimi vectoriale (sau, pe scurt, vectori).



Orientarea unui vector este cunoscută dacă precizăm **DIRECȚIA** acestuia (de exemplu nord-sud sau est-vest sau verticală sau grafic sub forma unei drepte numită dreapta suport a vectorului) și **SENSUL** spre care acționează acesta (spre nord, spre est, spre stânga, în sus etc.). Vectorii paraleli se consideră că au aceeași direcție.

Când un vector acționează într-un punct precizat, acesta se numește **PUNCTUL DE APLICAȚIE** al vectorului dat.

Sistematizăm cele discutate în următoarea schemă:



Reprezentarea mărimilor vectoriale se poate face printr-un segment de dreaptă orientat (săgeată). Se reprezintă mai întâi direcția după care acționează vectorul sub forma unei drepte (figura 4.1.a.).

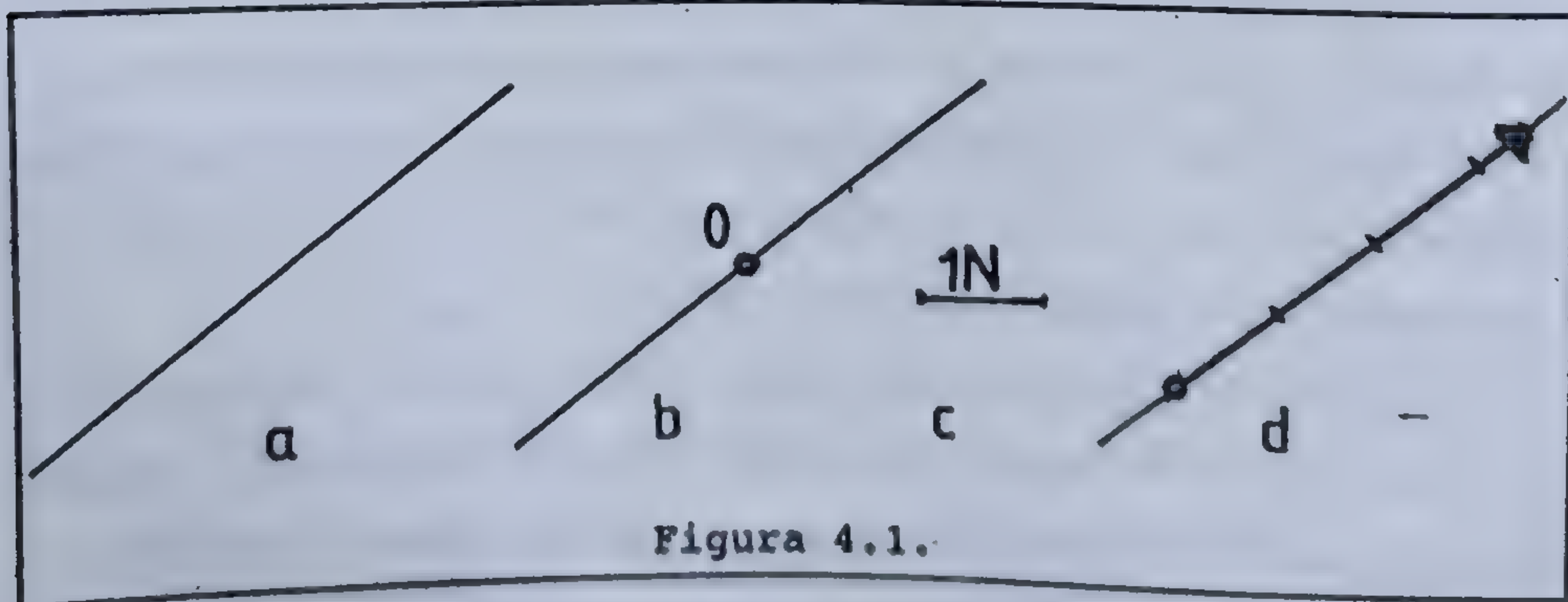


Figura 4.1.



Se alege un punct  $O$  considerat ca punct de aplicație al vectorului (figura 4.1.b.). Alegem o anumită scară de reprezentare a vectorului. Să presupunem, de exemplu, că forța pe care o avem de reprezentat are modulul de  $3,5\text{N}$ . Considerăm că pentru fiecare  $\text{N}$  putem alege un segment de  $1\text{cm}$  (figura 4.1.c.)  $1\text{N} \leftrightarrow 1\text{cm}$ . La această scară, forței de  $3,5\text{N}$  îi va corespunde un segment de  $3,5\text{cm}$ . Luăm pe dreapta suport, dinspre punctul de aplicație, în sensul în care acționează forța, un segment orientat  $OA$ , care are lungimea de  $3,5\text{cm}$ . Punctul  $A$  se numește vârful vectorului, iar  $O$  punctul de aplicație sau originea vectorului (figura 4.1.d.).

O mărime vectorială se notează cu o mică săgeată deasupra literei ce o caracterizează (de exemplu  $\vec{F}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ )

Când ne referim numai la modulul mărimii nu trebuie să punem această săgeată ( $F=3,5\text{N}$ ).

### 4.3. MĂSURAREA FORȚELOR

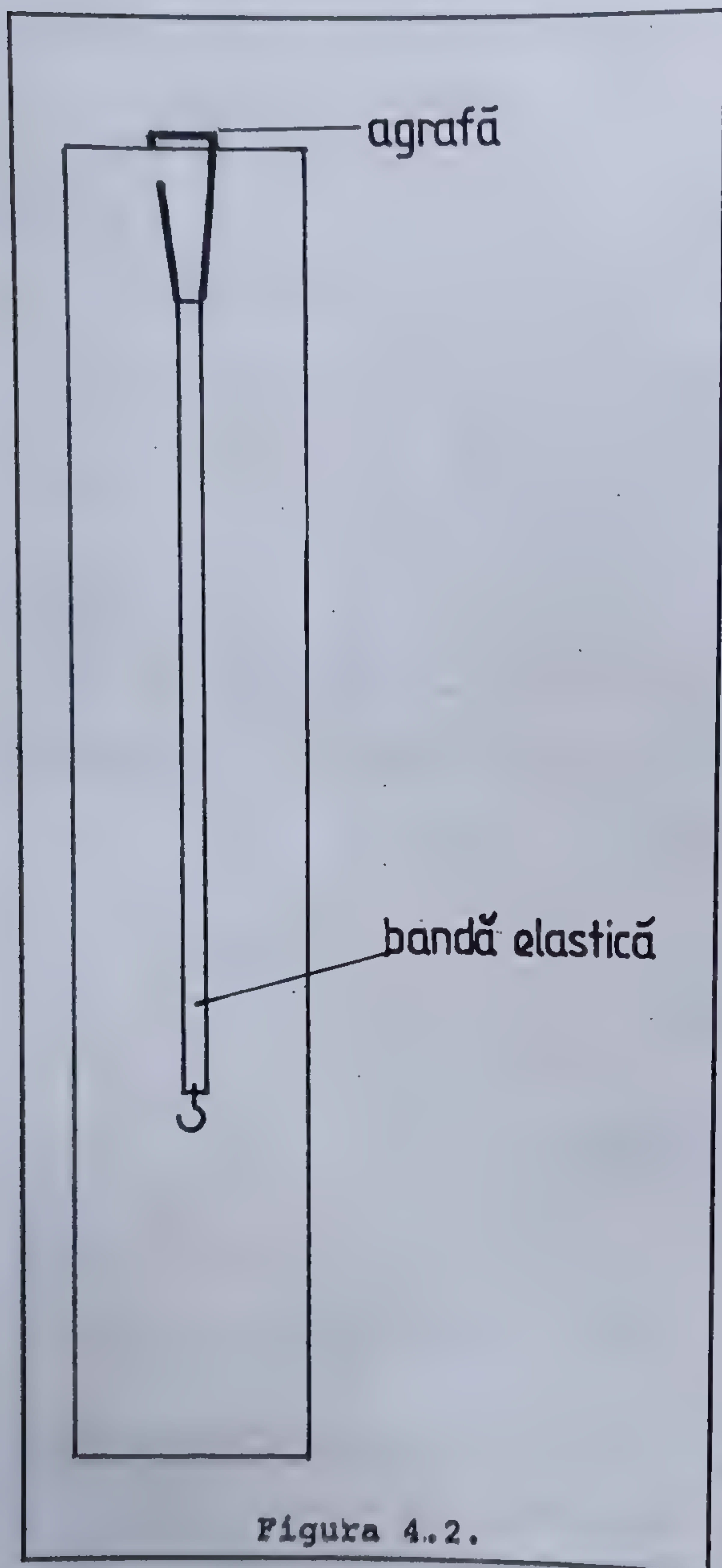
#### 4.3.1. Construcția unui dinamometru

A măsura orice mărime fizică înseamnă a o compara cu o mărime fizică de același fel, aleasă prin convenție drept unitate de măsură.

Cel mai adesea, în practică, noțiunea de forță este legată de tragerea sau împingerea unui corp. Pentru a înțelege mai multe lucruri despre forțe și pentru a învăța câte ceva despre măsurători în general, este util să se construiască un instrument pentru măsurarea forțelor.



Instrumentul cu care se măsoară forța se numește DINAMOMETRU. Cum puteți construi un dinamometru ?



Faceți o gaură într-o bucată de carton și introduceți în ea o agrafă de hârtie de care este agățată o bandă elastică (figura 4.2.). Lăsați elasticul să atârne liber și marcați pe carton nivelul la care ajunge capătul său inferior cu „0” unități. Apoi atârnați de elastic un corp cu o masă de 100g și marcați nivelul la care ajunge capătul inferior cu „1”. Vom întrebuința acest dinamometru pentru a compara diverse forțe cu forța egală cu greutatea unui corp cu masa de 100g. Cu alte cuvinte, UNITATEA de forță va fi greutatea unui corp cu masa de 100g. În continuare atârnați un corp cu

masa de 200g de elastic și marcați poziția capătului inferior cu „2”. Repetați procesul cu corpuri având masele



300g și 400g. Dacă elasticul vostru este foarte slab (moale), puteți măsura cu ajutorul lui doar forțe mici și, deci, va trebui să folosiți o unitate mai mică pentru forță, de exemplu greutatea unui corp cu masa de 50g (sau chiar și mai mică). Când ați terminat de marcat pozițiile menționate anterior de-a lungul unei linii drepte, de la 0 unități la 4 unități,... se spune că ați terminat procesul numit "ETALONAREA DINAMOMETRULUI". Aceasta înseamnă că ați construit o scară care permite măsurarea unei forțe de valoare necunoscută. Pentru înregistrarea rezultatelor măsurărilor alcătuiți un tabel după modelul de mai jos:

TABEL DE DATE: MĂSURAREA FORȚELOR CU DINAMOMETRUL		
No. det.	Forța	Mărimea forței
1.	greutatea unui penar	
2.	forța necesară ruperii unei bucăți de plastilină	

Precizări: presupunem că vreți să măsurați greutatea unui penar. Găsiți o modalitate pentru a atârna acest penar de dinamometru și observați unde ajunge capătul inferior al elasticului. Dacă acest capăt ajunge între 2 unități și 3 unități, puteți să scrieți în tabel 2 unități (sau 3 unități). Deci dacă acest capăt ajunge între 2 semne de pe scară, va trebui să estimați (aproximați) dacă sunt  $2+1/4$  unități,  $2+1/2$  unități,  $2+2/3$  unități etc. Acest proces de aproximare a valorii unei mărimi se numește INTERPOLARE.



Dacă unitățile de pe scală sunt egal depărtate una de alta, totul devine foarte ușor. Puteți împărți spațiul dintre două unități succesive în 10 părți egale și astfel puteți măsura a zecea parte dintr-o unitate. O scală cu spații egale între unități este numită SCALĂ LINIARĂ. Scala voastră este liniară? Încercați să marcați pe scala voastră  $1 \frac{1}{4}$  unități,  $1 \frac{1}{2}$  unități,  $1 \frac{3}{4}$  unități etc.

#### 4.3.2. Studiul forțelor cu ajutorul a două dinamometre

1. Încercați să purtați un mic „război” cu o altă persoană! Pentru aceasta agățați dinamometrul vostru de dinamometrul altui elev prin intermediul unui inel de hârtie sau al unei bucăți dintr-un resort (figura 4.3.). Este necesar ca dinamometrul celuilalt elev să aibă aceeași unitate de măsură pentru forță ca și al vostru.

2. Trageți foarte ușor, până când dinamometrul vostru arată o unitate.

3. Apoi trageți puțin mai tare, astfel ca dinamometrul vostru să arate două unități.

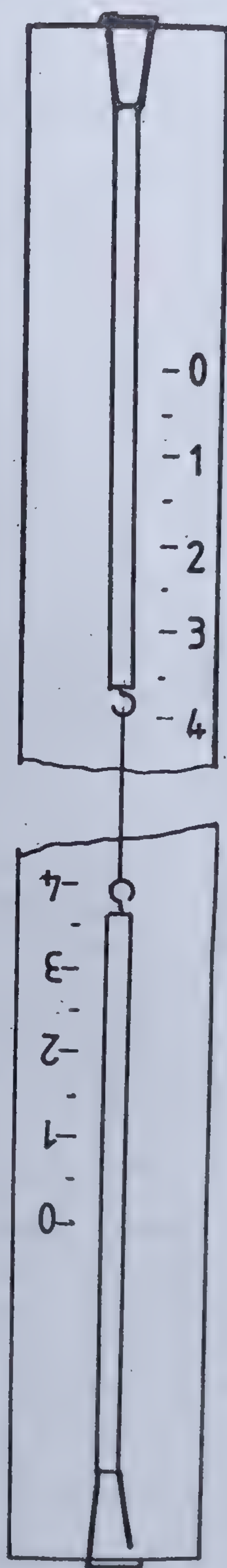


Figura 4.3.



4. Completați următorul tabel de rezultate pentru a urmări ce forță indică dinamometrele în fiecare caz:

TABEL DE DATE - STUDIUL FORTELOR CU DOUĂ DINAMOMETRE		
No.det.	Dinamometrul meu	Celălalt dinamometru
1.	1 U	
2.	2 U	
3.	3 U	

Acum este evident pentru voi că amândouă dinamometrele indică aceeași mărime a forței.

#### OBSERVAȚII

Instrumentele de măsură nu sunt perfecte și poate exista o diferență între ceea ce ați măsurat (valoarea măsurată) și valoarea reală a mărimii respective. Această diferență este tocmai EROAREA EXPERIMENTALĂ. Trebuie să știți că erorile experimentale există întotdeauna într-o măsurătoare. Erorile experimentale sunt mai mici dacă măsurătorile se efectuează cu atenție sporită și cu unele precauțiuni. Astfel este absolut necesar ca să eliminăm eroarea de zero și să citim corect indicațiile dinamometru-lui pentru a nu avea eroare de paralaxă; deasemenea trebuie ca, în prealabil, să verificăm dacă indicațiile dinamometre-lor sunt corecte (atârănând greutatea de valori cunoscute).



## Concluzii

Ce puteți spune despre forțele pe care le-ați măsurat și ce puteți „ghici” despre forțe în general? Desigur, mărimea forței care acționează asupra dinamometrului vostru este aceeași cu mărimea forței care acționează asupra celuilalt dinamometru. Dar ce putem spune despre direcțiile și sensurile celor două forțe? Voi trageți într-un sens, iar prietenul vostru trage exact în SENSUL OPUS.

Deci cele două forțe (care acționează asupra unor corpuri diferite) sunt egale ca mărime, acționează pe aceeași direcție dar au SENSURI OPUSE.

Este timpul acum să ne întrebăm dacă există alte perechi de forțe pe care să le putem descrie în același fel. Încercați să generalizați ceea ce ați observat în experimentele efectuate. Observați că și ceilalți elevi care au efectuat același experiment au obținut aceleași concluzii.

Gândirea plină de imaginație a lui ISAAC NEWTON i-a permis generalizarea acestei idei în anul 1666 în felul următor:

„Când un dinamometru trage de un obiect, atunci și acel obiect trage de dinamometru și chiar dacă această forță nu se poate vedea sau măsura, este sigur că ea are aceeași valoare numerică ca și prima”.

De fapt Newton dezvoltă ideea că o forță nu poate exista izolat (singură): fiecare forță are o pereche - cu aceeași mărime, în aceeași direcție, dar având sens opus și care acționează asupra celuilalt corp.



Direcția, sensul și mărimea sunt deci foarte importante în descrierea unei forțe ca dealtfel și punctul unde acționează (punctul de aplicație).

Unitatea de forță pe care ați folosit-o este de fapt aproximativ aceeași cu unitatea din Sistemul Internațional - care se numește NEWTON având simbolul N. Un newton este cu 2% mai mare decât forța necesară pentru a echilibra greutatea unui corp cu masa de 100g.

#### PRECIZARE

Forța cu care Pământul atrage orice corp se numește greutatea corpului. Această forță acționează spre centrul Pământului. Mărimea acestei forțe este aproximativ 1N pentru un corp cu masa de 100g, 10N pentru un corp cu masa de 1kg, 100N pentru un corp cu masa de 10kg etc.

Putem generaliza spunând că „tăria” gravitației (în România) este de aproximativ 10 Newtoni pe kilogram (mai exact, este de 9,81N/kg).

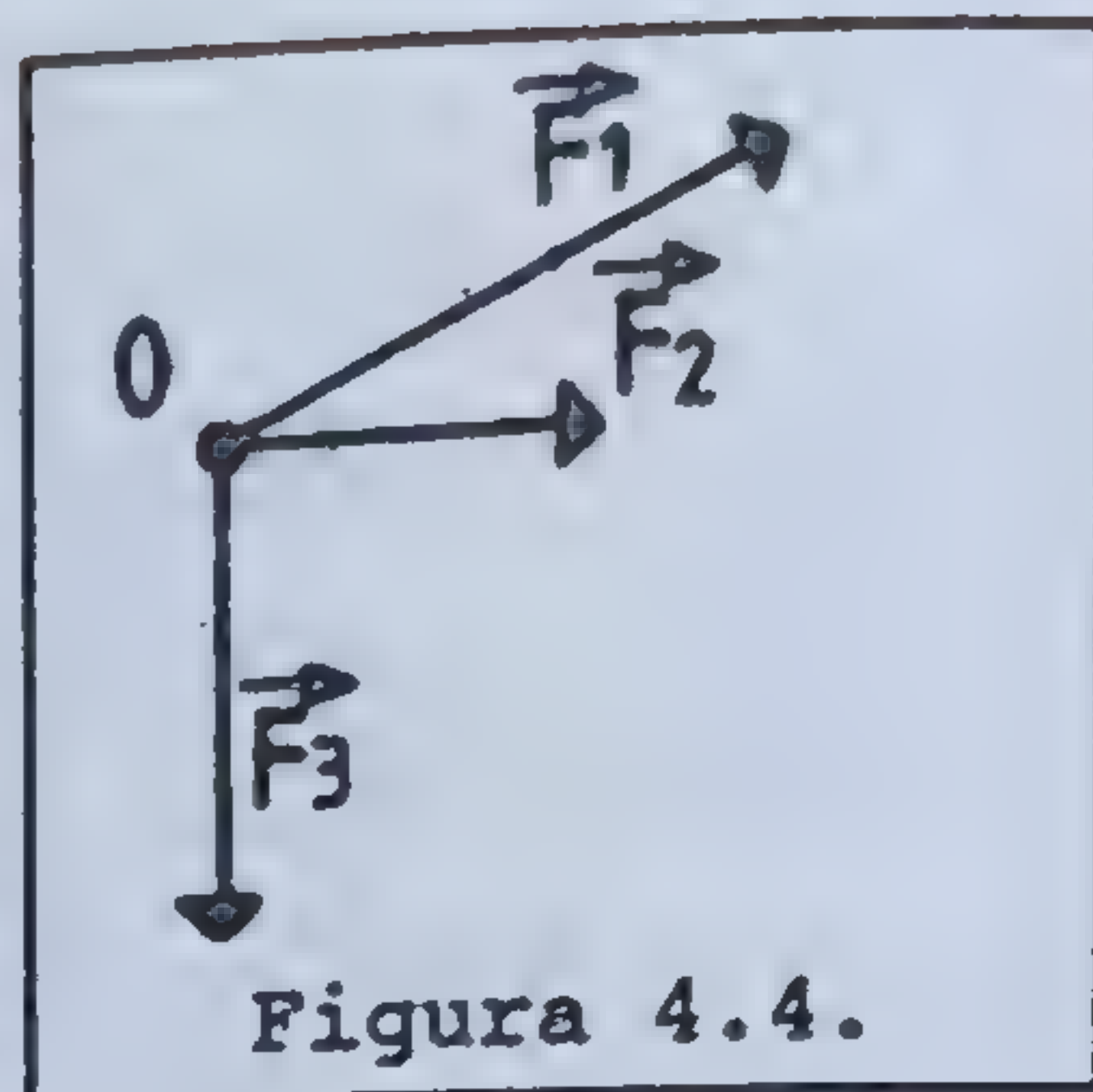
Unul dintre cele mai interesante și curioase lucruri din fizică este coincidența dintre valorile accelerației de cădere a corpurilor și „tăriei gravitației”. Astfel, propoziția: „accelerația de cădere a corpurilor în România este egală cu  $9,81\text{m/s}^2$  ” este echivalentă cu propoziția: „tăria gravitației în România este 9,81N/kg”.

De fapt această coincidență nu este întâmplătoare, dar mai multe lucruri despre acest aspect veți învăța mai târziu.



#### 4.4. COMPUNEREA FORTELOR

De multe ori asupra unui corp acționează simultan mai multe forțe. Fiecare forță are propriul ei efect și de aceea mișcarea sau deformarea corpului este influențată de fiecare din forțe. Ar fi mai simplu să considerăm că asupra corpului acționează o singură



forță care să exercite același efect ca și grupul de forțe dat. Forța care înlocuiește un grup de forțe (determinând, deci, asupra unui corp același efect) se numește rezultanta acelor forțe. Găsirea rezultantei este în general o operație dificilă dar în anumite cazuri (forțe constante în timp, de direcție fixă) devine mai simplă. Notând rezultanta forțelor  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  și  $\vec{F}_3$  cu  $\vec{R}$  (vezi figura 4.4.) putem scrie:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

##### 4.4.1. Compunerea forțelor coliniare de același sens

Forțele care acționează simultan asupra unui corp după aceeași dreaptă suport se numesc coliniare.

Două forțe coliniare pot avea același sens sau sensuri contrare.

Compunerea forțelor coliniare de același sens se poate face generalizând rezultatul experimentului descris mai jos:



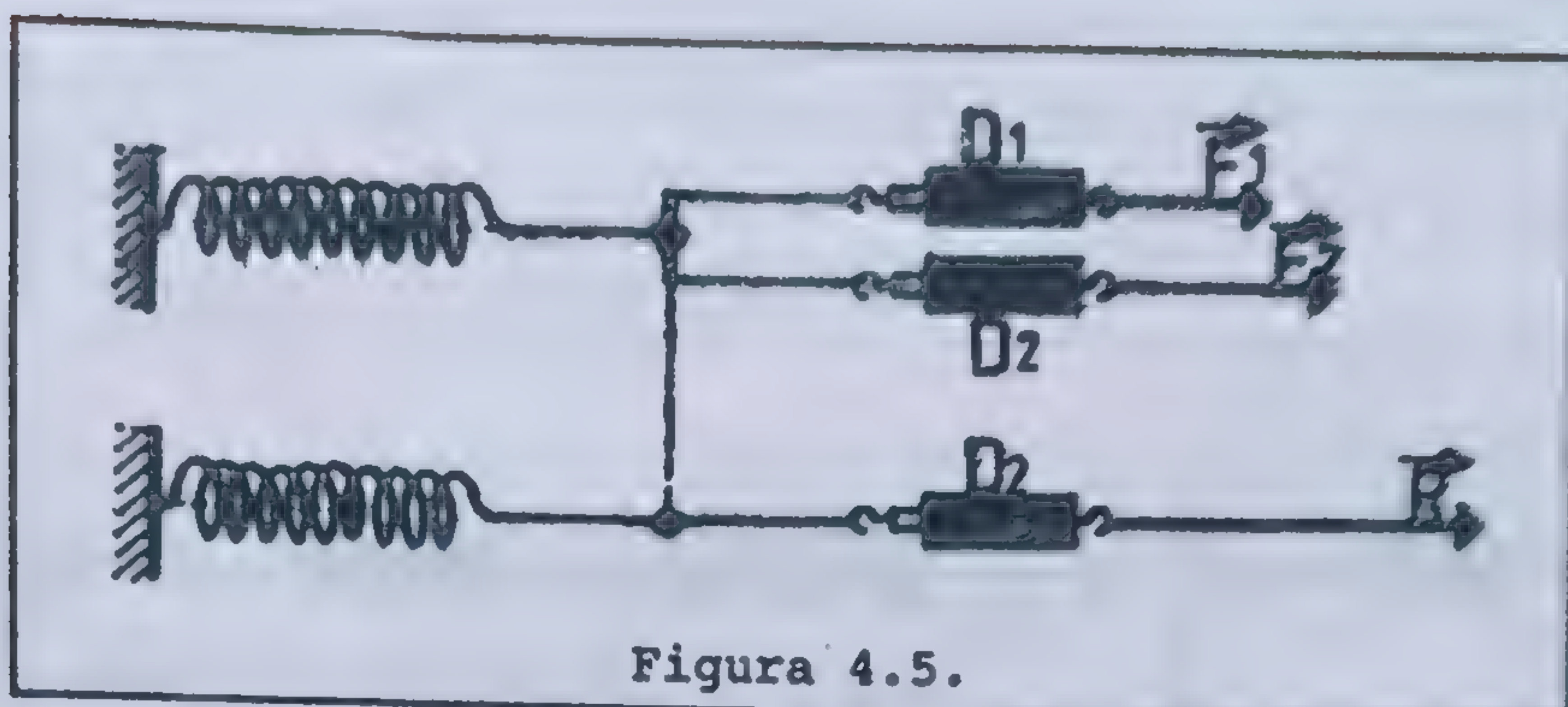


Figura 4.5.

Considerăm un resort orizontal (figura 4.5.) de care tragem simultan cu două dinamometre. Notăm alungirea resortului și valorile celor două forțe  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ . Tragem apoi resortul cu un singur dinamometru, astfel încât alungirea să fie aceeași. Forța cu care tragem poate fi considerată, în acest caz, rezultanta  $\vec{R}$  a forțelor  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ . Notăm valoarea forței  $R$ . Constatăm, repetând experimentul pentru diferite forțe, că  $R = F_1 + F_2$ .

**Rezultanta a două forțe coliniare de același sens este o forță coliniară și de același sens cu forțele date și care are modulul egal cu suma modulelor celor două forțe.**

#### Observație:

Relația  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  arată că forța  $\vec{R}$  este rezultanta forțelor  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ , în timp ce relația  $R = F_1 + F_2$  arată că modulul rezultantei este egal cu suma modulelor acestor forțe.



**4.4.2. Compunerea forțelor coliniare de sens contrar**  
 Capătul resortului din experimentul anterior este tras acum de două forțe coliniare de sens contrar (figura 4.6.).

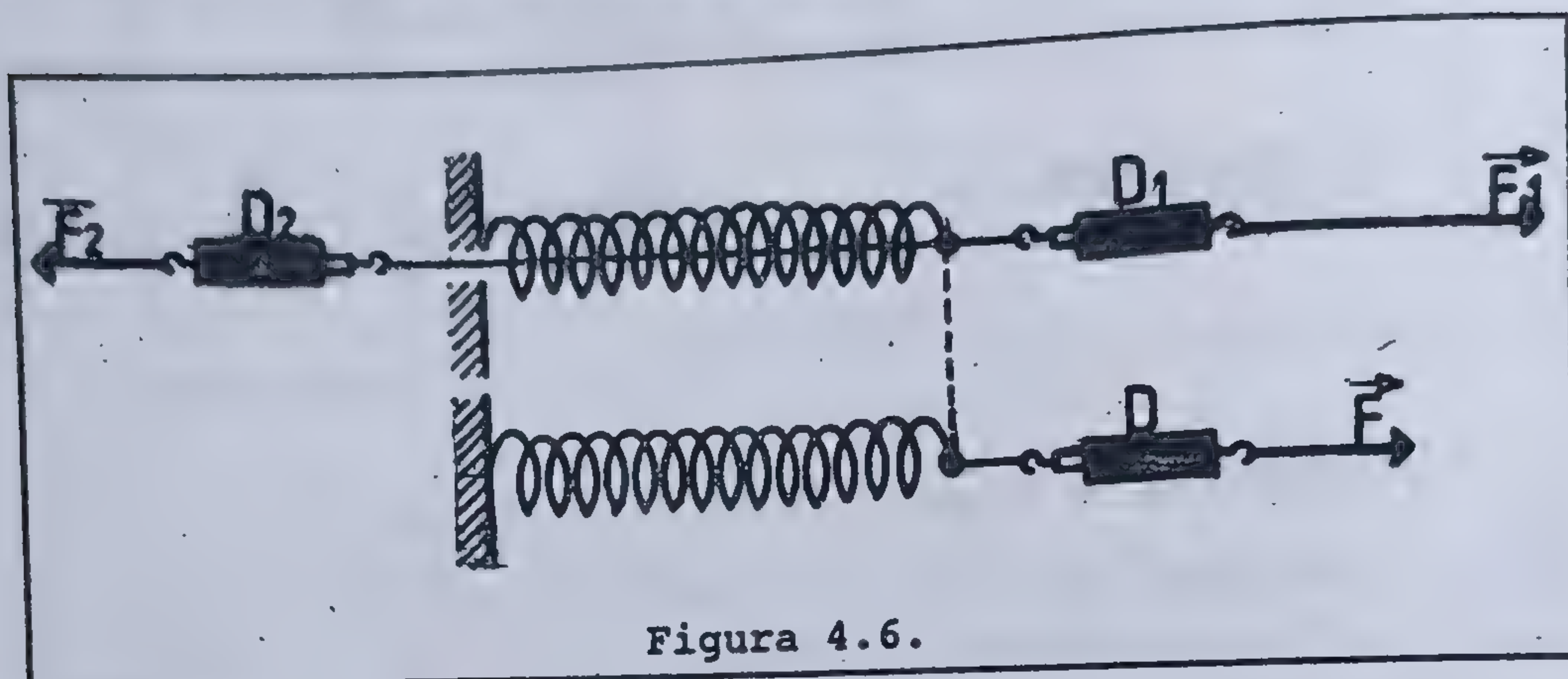


Figura 4.6.

Pentru a alungi resortul trebuie ca  $F_1 > F_2$ . Înlocuim cele două forțe cu o singură forță, indicată de dinamometrul D astfel ca resortul să aibă aceeași alungire. Putem repeta experimentul pentru diverse valori ale forțelor  $F_1$  și  $F_2$ , constatând de fiecare dată că  $R = F_1 - F_2$ .

**Rezultanta a două forțe coliniare de sens contrar este o forță coliniară cu forțele date, având sensul forței mai mari și cu modulul egal cu diferența modulelor celor două forțe.**

**Observații:**

1. Vectorial se scrie:  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  (rezultanta este suma vectorilor chiar dacă modulele se scad)  
 și:  $R = F_1 - F_2$  dacă  $F_1 > F_2$   
 sau:  $R = F_2 - F_1$  dacă  $F_2 > F_1$   
 sau:  $R = |F_1 - F_2|$  dacă nu știm care din forțe este mai mare
2. În particular, dacă  $F_1 = F_2$ , rezultă că:  $R = 0$



**Dacă rezultanta a două forțe este nulă, atunci cele două forțe sunt egale ca modul și de sens contrar.**

#### 4.4.3. Compunerea forțelor concurente

Forțele concurente sunt forțele care au același punct de aplicație. Schematic, acestea se reprezintă sub forma unor vectori care fac un anumit unghi între ei, având originea comună. Forțele coliniare sunt cazuri particulare de forțe

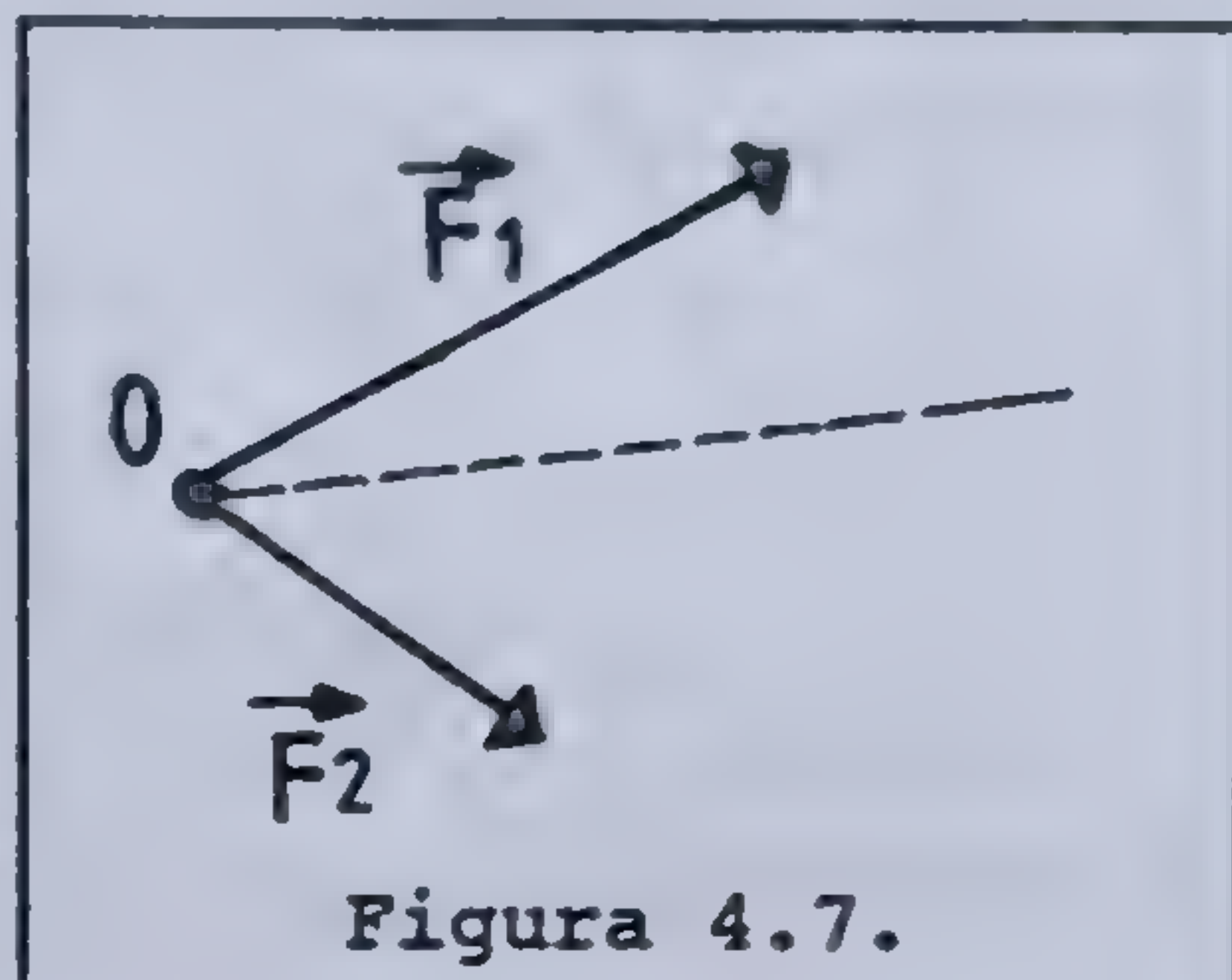


Figura 4.7.

concurente; ele corespund unui unghi de  $0^\circ$  sau  $180^\circ$  între cei doi vectori.

Să considerăm că asupra unui corp acționează simultan două forțe concurente ca în figura 4.7.

Corpul se va mișca după direcția dată de dreapta punctată. Deci forța rezultantă va avea o altă direcție decât forțele date; se constată că ea depinde atât de mărimea forțelor  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  cât și de unghiul dintre ele. Vom efectua un experiment care ne va indica modul de găsim a rezultantei a două forțe concurente.

Pe o masă orizontală punem o foaie curată de hârtie pe care stă un mic inel din sârmă. Tragem de inel cu ajutorul a trei dinamometre potrivind cele trei forțe în așa fel ca inelul să fie în repaus (figura 4.8.).

Pe foaia de hârtie însemnăm direcțiile după care acționează cele trei forțe; deasemenea notăm valoarea fiecărei forțe. Scoatem apoi foaia de hârtie și reprezentăm cele trei forțe la aceeași scară (figura 4.9.a.).



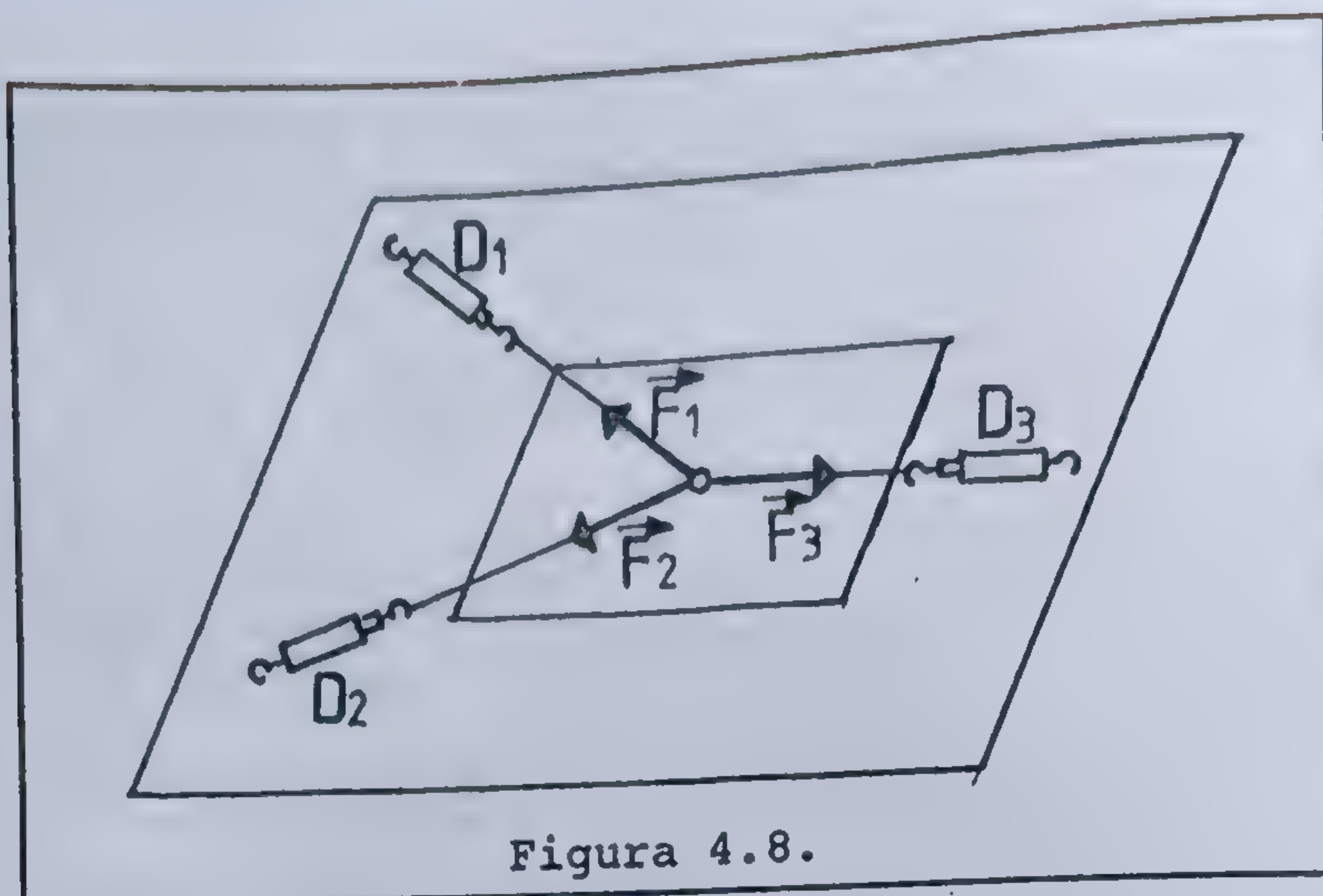


Figura 4.8.

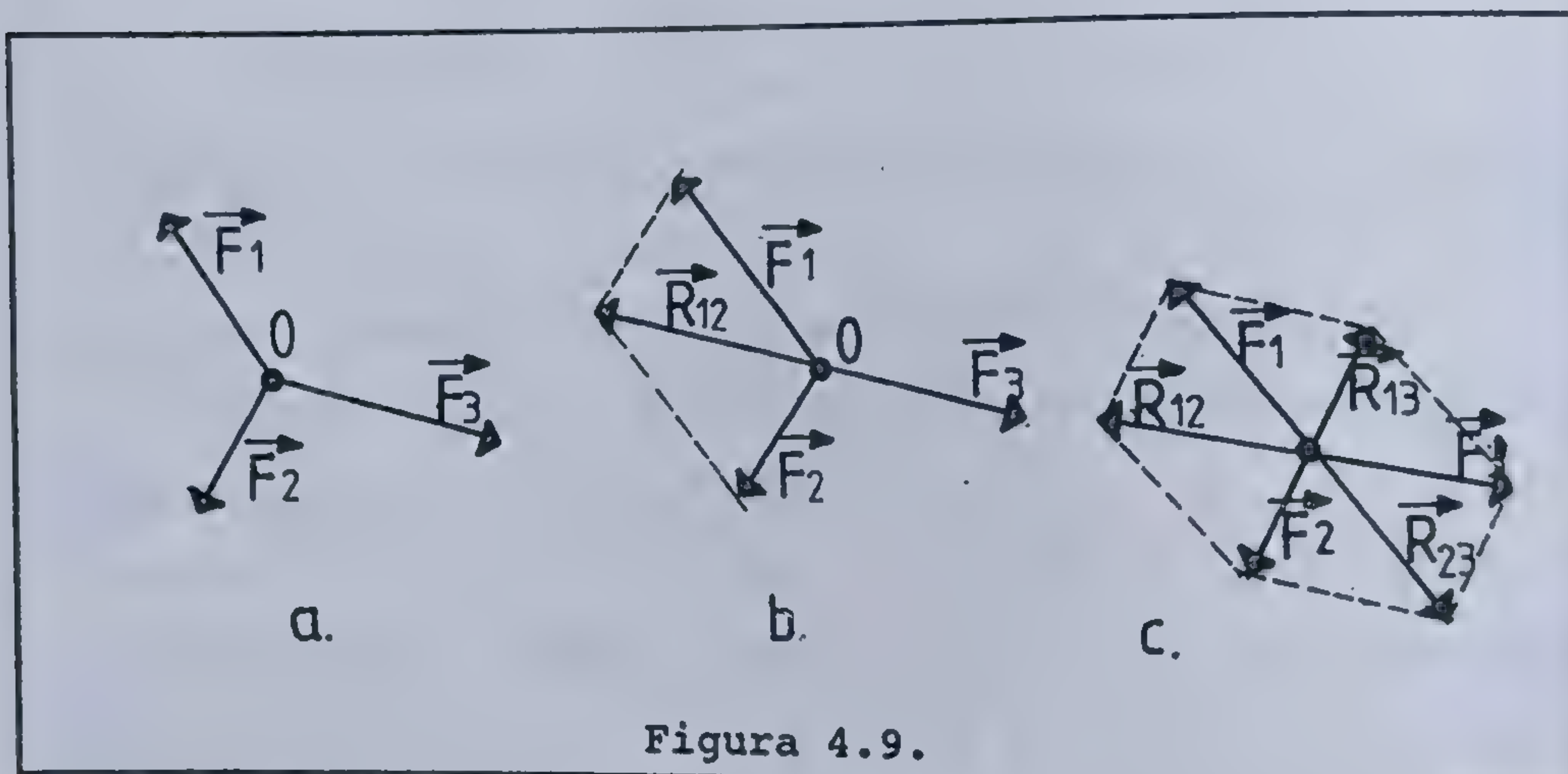


Figura 4.9.

Construim paralelogramul care are forțele  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  drept laturi (prin vârful fiecărei forțe ducem o paralelă la cealaltă forță). Observăm că diagonala acestui paralelogram (figura 4.9.b.), este coliniară și are aceeași lungime ca și  $\vec{F}_3$ . Transformând această diagonală într-un vector  $\vec{R}_{12}$  coliniar, de sens contrar și egal în modul cu  $\vec{F}_3$ , putem scrie:

$$\vec{R}_{12} + \vec{F}_3 = 0$$

Pe de altă parte, pentru că inelul este în echilibru, avem:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ . Rezultă că:



$$\vec{R}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Diagonala paralelogramului ce are forțele date ca laturi caracterizează forța rezultantă atât ca direcție cât și ca modul.

În mod similar se poate verifica faptul că rezultanta  $\vec{R}_1$ , a forțelor  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_3$  (diagonala în paralelogramul construit luând cele două forțe ca laturi) este coliniară și de sens contrar cu  $\vec{F}_2$ . De asemenea rezultanta forțelor  $\vec{F}_2$  și  $\vec{F}_3$ , notată cu  $\vec{R}_2$ , este coliniară, egală în modul și de sens contrar cu forța  $\vec{F}_1$  (a se vedea figura 4.9.c.)

În concluzie forțele concurente se pot compune după următoarele două reguli:

#### Regula paralelogramului.

Fiind date două forțe concurente  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ , se construiește paralelogramul care are cele două forțe ca laturi; diagonala acestui paralelogram, considerată ca vector ce are originea în originea comună a forțelor și vârful în capătul opus este tocmai rezultanta celor două forțe (figura 4.10.)

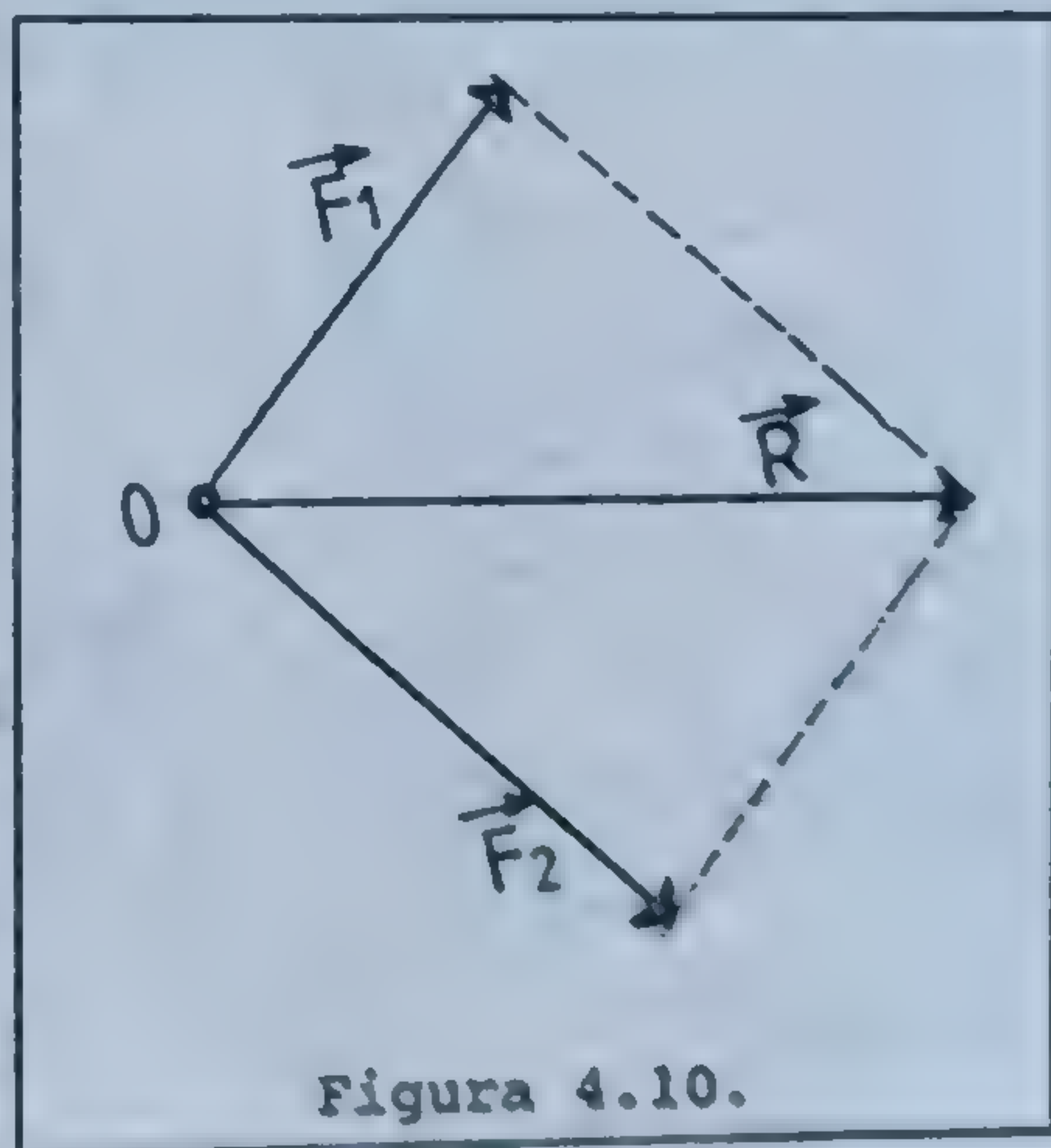


Figura 4.10.



## Regula triunghiului (poligonului)

Se așează vectorii ce trebuie compuși cap la cap, astfel încât vârful unui vector să coincidă cu originea vectorului următor; rezultanta va fi vectorul ce unește originea primului vector cu vârful ultimului vector.

Când compunem doi vectori obținem un triunghi (figura 4.11.a. și b.) iar când compunem mai mulți vectori - un poligon (figura 4.11.c. și d.).

Încercați singuri să arătați că regula triunghiului este echivalentă cu regula paralelogramului (este un fel de regulă modificată a paralelogramului) și că regula poligonului rezultă de fapt prin aplicarea succesivă a regulii triunghiului.

Ca modul, rezultanta a două forțe concurente

nu poate depăși suma modulelor celor două forțe:

$$R \leq F_1 + F_2.$$

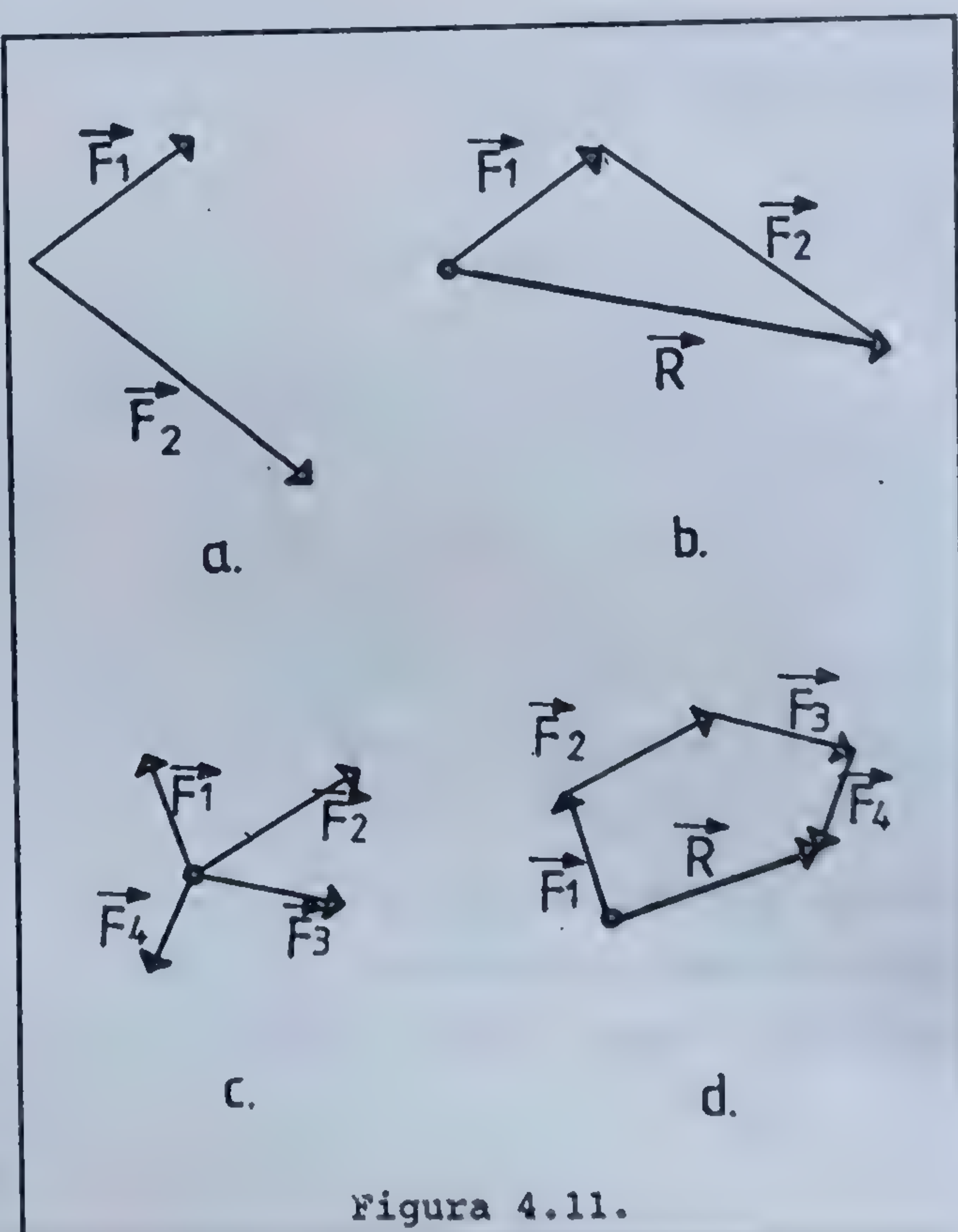
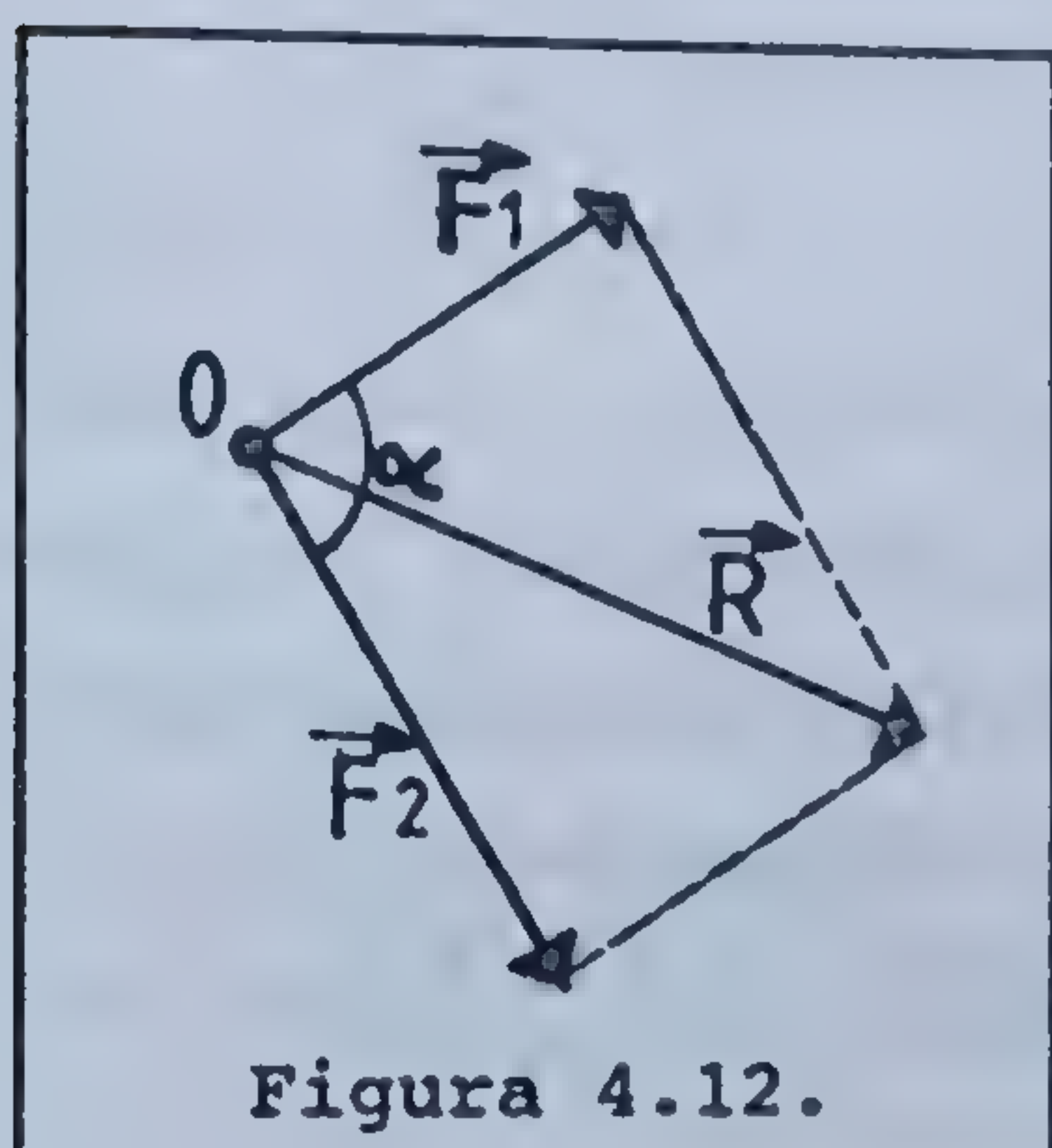


Figura 4.11.



Egalitatea are loc când unghiul dintre cele două forțe este de  $0^\circ$ , adică forțele sunt coliniare și au același sens.

Creșcând unghiul dintre  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ , modulul rezultantei scade. Cea mai mică valoare corespunde cazului când unghiul dintre forțe este egal cu  $180^\circ$ , deci când forțele sunt coliniare și de sens contrar. În acest caz modulul rezultantei este egal cu diferența modulelor celor două forțe. Deci putem scrie:



$$|F_1 - F_2| \leq R \leq F_1 + F_2$$

Notând cu  $\alpha$  unghiul dintre forțe (figura 4.12.) se poate scrie că modulul rezultantei are valoarea:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

#### 4.4.4. Descompunerea unei forțe în două componente de direcții date

Considerăm dată o forță  $\vec{F}$ . Uneori este bine să înlocuim această forță prin două forțe concurente  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  care au direcții date și care prin compunere dau tocmai forța  $\vec{F}$ . Aceste forțe se numesc componentele forței  $\vec{F}$  după direcțiile date.

Pentru a găsi cele două componente se procedează astfel: Fie forța  $\vec{F}$  și  $D_1$  și  $D_2$  direcțiile pe care dorim să le aibă cele două componente (figura 4.13.a.)



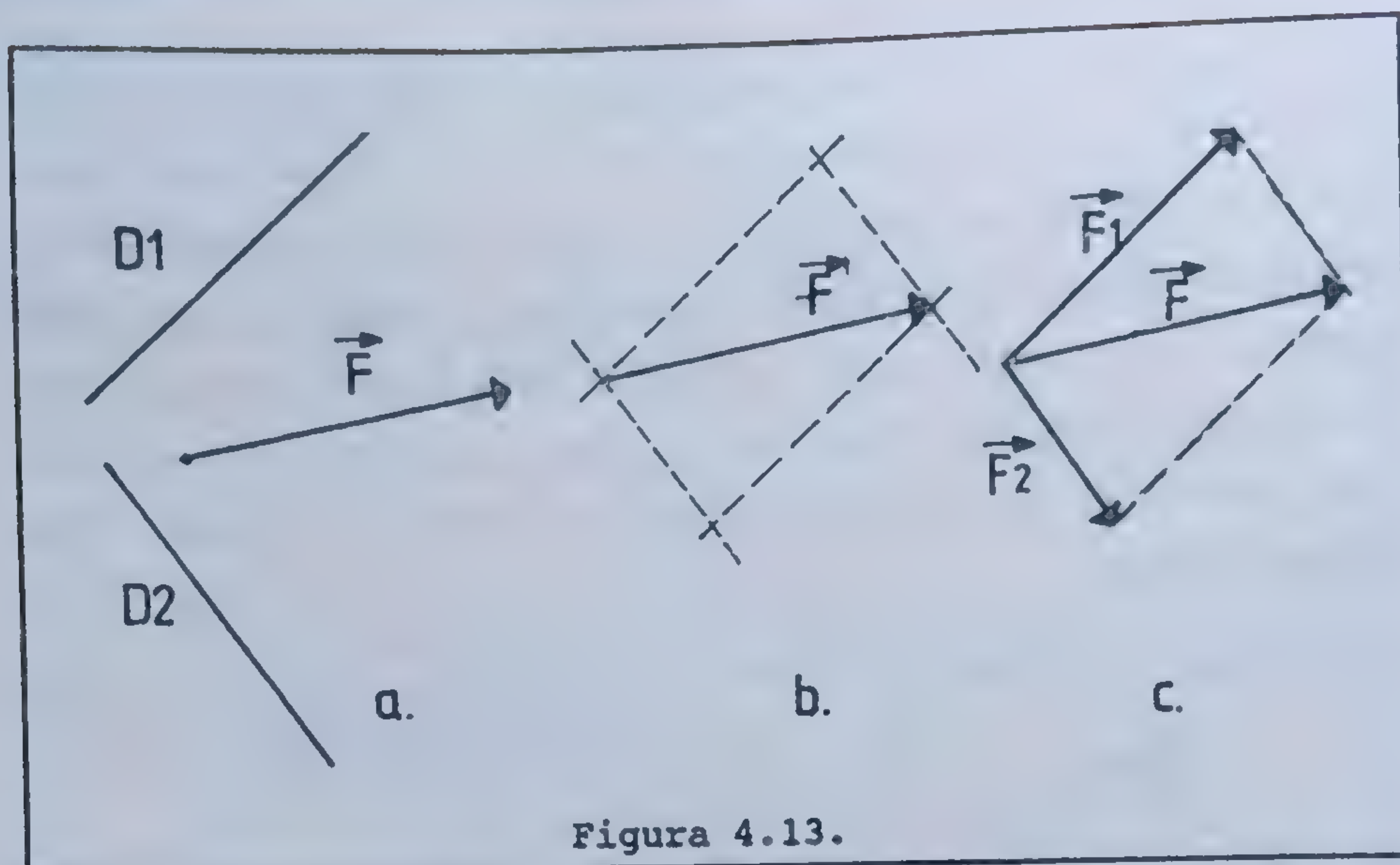


Figura 4.13.

Prin originea și prin vârful forței  $\vec{F}$  ducem paralele la cele două direcții. Astfel se închide un paralelogram în care  $\vec{F}$  este diagonală (figura 4.13.b.). Alegem atunci  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  cele două laturi ale paralelogramului care pleacă din originea  $O$  a vectorului dat (figura 4.13.c.)

#### 4.5. TIPURI DE FORȚE

Există diferite tipuri de forțe, a căror denumire reflectă cauza apariției lor: de exemplu, forța de frecare, forța elastică, greutatea, forța electrică, forța magnetică, forțe nucleare.

Vom prezenta în cele ce urmează câteva forțe care apar în mod uzual în timpul mișcării corpurilor: greutatea, forța de frecare și forța elastică. Veți vedea în clasele următoare că forța de frecare și forța elastică, deși apar în



mecanică, sunt forțe de natură electrică, exercitate la scara microscopică a atomilor sau a moleculelor.

#### 4.6. GREUTATEA CORPURILOR

Pentru a menține un corp în repaus la o anumită înălțime față de suprafața Pământului este necesară o forță ce acționează vertical în sus. Cum rezultanta forțelor este nulă (corpul fiind în repaus) trebuie ca pe lângă forța aplicată să mai acționeze o forță egală și de sens contrar cu aceasta. În adevăr, dacă îi dăm drumul, corpul cade sub acțiunea unei forțe verticale, orientată în jos. Această forță se numește greutatea corpului considerat.

Greutatea unui corp este forța cu care Pământul atrage acel corp.



$\vec{G}$  { direcția: verticala locului  
sensul: spre centrul Pământului  
punctul de aplicație: un punct numit centrul de greutate al corpului  
modulul: direct proporțional cu masa corpului  
 $G \sim m$

Unitatea de măsură pentru greutate este aceeași ca pentru orice forță, adică Newtonul.

Modulul greutății fiind proporțional cu masa corpului, raportul  $G/m$  se notează cu  $g$ :  $g = G / m$  sau:



$$G = mg$$

unde  $g$  se numește accelerație gravitațională.

În S.I. ea se măsoară în  $N/kg$  (sau în  $m/s^2$ ).

În țara noastră, la nivelul mării, accelerația gravitațională are valoarea:  $g \sim 9,81 N/kg$ .

Accelerația gravitațională depinde de altitudine, ea scade cu creșterea depărtării față de centrul Pământului. Întrucât Pământul este turtit la poli,  $g$  depinde și de latitudine.

Astfel la poli  $g \sim 9,83 N/kg$  iar la ecuator  $g \sim 9,78 N/kg$ .

La o înălțime (măsurată față de nivelul mării) egală cu raza Pământului ( $h = R_p \sim 6400 km$ ) greutatea scade de 4 ori.

Greutatea unui corp la suprafața Lunii este de cca. 6 ori mai mică decât pe suprafața Pământului (Luna fiind mai mică decât Pământul, atrage mai slab corpurile). Întrucât masa corpului este aceeași pe Pământ ca și pe Lună, rezultă că accelerația gravitațională pe suprafața Lunii este de 6 ori mai mică decât pe suprafața Pământului.

Pe o planetă cu masa mai mare ca a Pământului, un cosmonaut se va simți mai greu; uneori nici nu se va putea deplasa chiar dacă ar utiliza întreaga sa forță musculară!

#### 4.7. FORȚA DE FRECARĂ

Experimentele prezentate în cele ce urmează se efectuează înaintea cunoașterii teoretice a fenomenului de frecare, ele reprezentând o ilustrare a metodei de învățare prin descoperire.



#### 4.7.1 Studiul experimental al frecării

##### Instrucțiuni

1. Trageți încet un penar de-a lungul unei mese cu ajutorul unui dinamometru (figura 4.15.). Dacă trageți cu o forță suficientă pentru a menține corpul în mișcare uniformă (cu viteză constantă) dinamometrul va indica o forță egală ca valoare cu forța de frecare de alunecare dintre corp și masă.

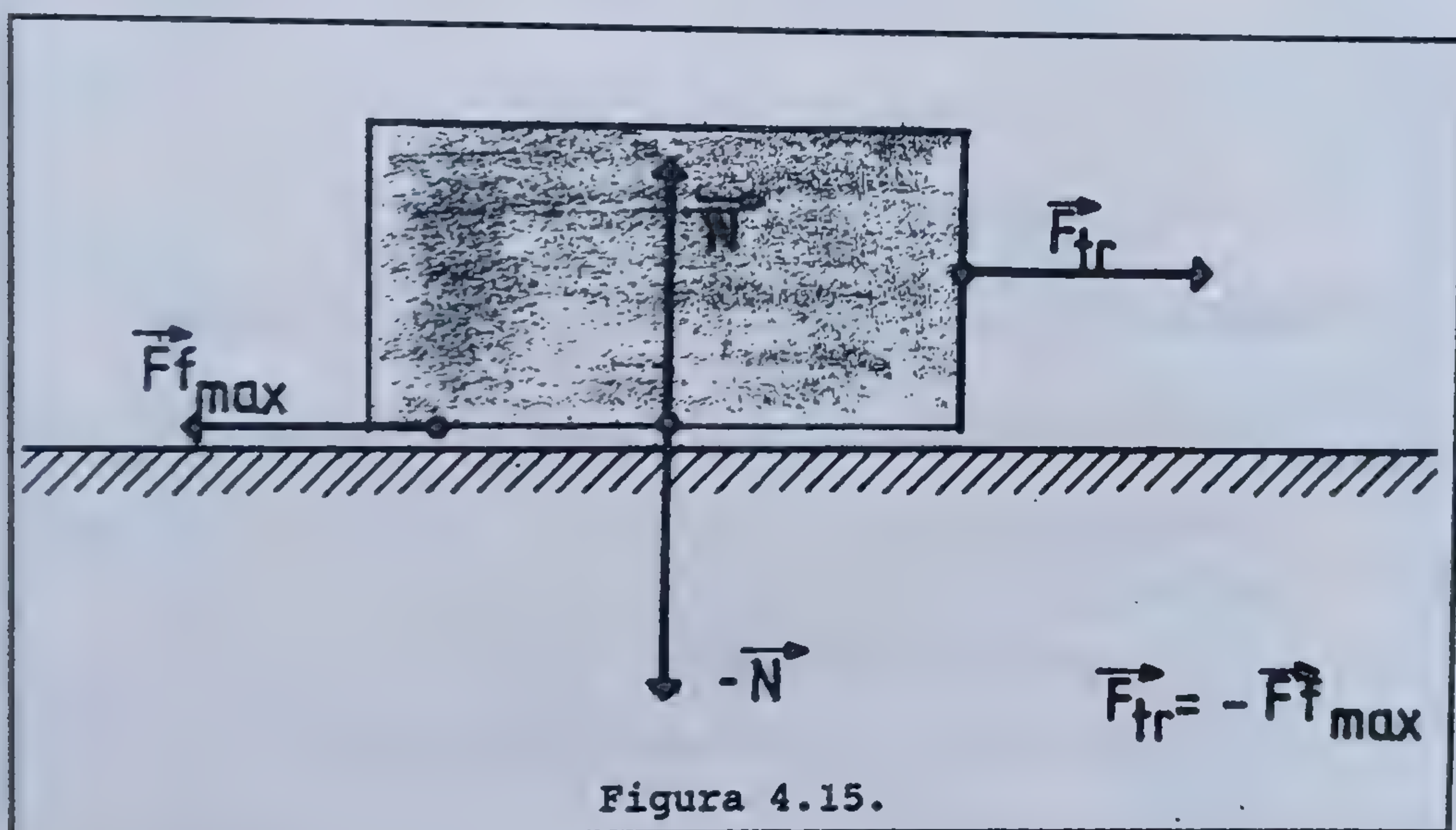


Figura 4.15.

2. Repetați acest lucru și alcătuiți un tabel de rezultate cu valoarea forței de frecare de alunecare pentru diferite corpuri. Este destul de dificil să tragi cu o forță constantă și să citești indicația dinamometrului, așa că repetați măsurătorile de câteva ori pentru fiecare corp și calculați media.



TABEL DE DATE: FORȚA DE FRECARĂ PENTRU DIVERSE CORPURI					
CORP	Forța de frecare de alunecare (N)				
	prima măsurare	a II-a	a III-a	a IV-a	media
penarul					
stiloul					
caietul de teme					

3. Priviți rezultatele și discutați-le cu colegii. Ce diferențe sunt între corpuri? Care din aceste diferențe pot cauza schimbarea valorii forței de frecare de alunecare? Împreună, faceți o listă cu toate mărimile (sau variabilele) ce pot influența valoarea forței de frecare de alunecare.

#### Controlul variabilelor

Când vrem să aflăm dacă o mărime (variabilă) influențează valoarea forței de frecare de alunecare, trebuie să modificăm această variabilă și să fim siguri că celelalte variabile rămân neschimbate în timpul experimentului.



## Aria suprafeței de contact și forța de frecare de alunecare

### Instrucțiuni

1. Trageți un corp de lemn cu un dinamometru și măsurați valoarea forței de frecare de alunecare.
2. Puneți același corp pe masă, astfel încât o altă suprafață să fie în contact cu masa. Măsurați din nou forța de frecare de alunecare.
3. Repetați experimentul cu diferite corpuri.

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE:					
FORȚA DE FRECARĂ PENTRU DIFERITE CORPURI ȘI SUPRAFETE					
CORPUL	SUPRAFAȚA	ARIA SUPRAFEȚEI DE CONTACT (cm <sup>2</sup> )	FORȚA DE FRECARĂ DE ALUNECARE (N)		
			Măsurătoarea		
			1	2	3
1	a				
	b				
2	a				
	b				
3	a				
	b				

### Concluzii

Priviți rezultatele obținute. Ce relație credeți că există între forța de frecare dinamică și aria suprafeței de contact? De ce forța nu a fost foarte precis măsurată? Cum sunt variabilele controlate în acest experiment?



## Un experiment mai precis

Este imposibil să tragi cu o forță absolut constantă de dinamometru și este dificil să citești indicația dinamometrului când acesta este în mișcare.

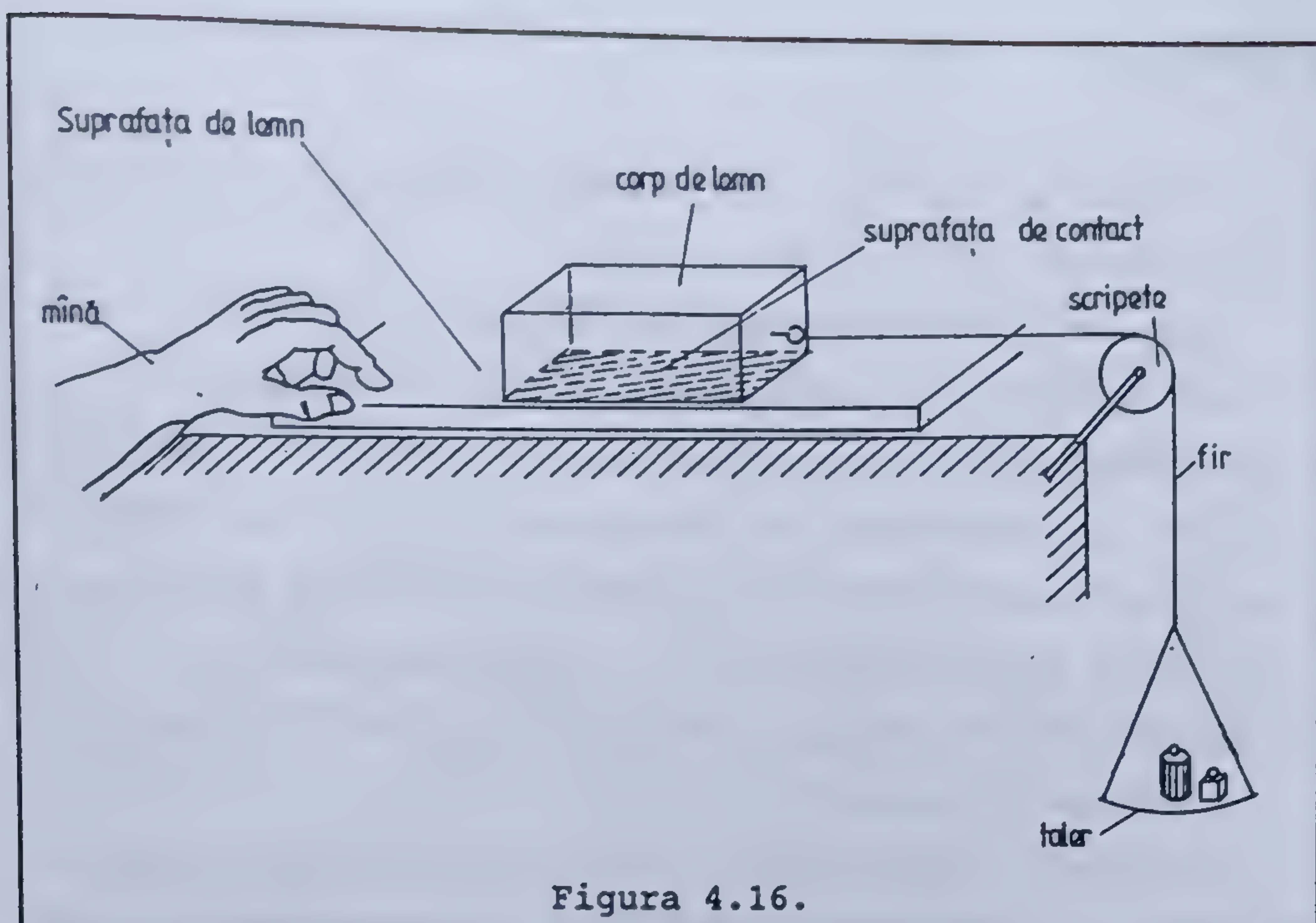
Există un mod mult mai precis de a măsura forța în cazul frecării dinamice. Un fir poate fi legat de corpul de lemn și trecut peste un scripete aflat la capătul unei suprafețe orizontale. Un taler este agățat la celălalt capăt al firului, pe el pot fi așezate diferite mase. Când mișcarea este uniformă, greutatea talerului și a maselor de pe el va fi egală cu tensiunea ce apare în fir. Aceasta va fi egală cu forța cu care firul trage corpul de lemn (dacă scripetele este ideal).

Dispozitivul descris se numește TRIBOMETRU.

Cel mai simplu procedeu pentru măsurarea forței de frecare dinamică cu acest dispozitiv este de a pune corpul pe o suprafață orizontală și de a lovi ușor în această suprafață cu degetul mișcând greutatea pusă pe taler (fig. 4.16.). Corpul va începe să se miște când forța de tracțiune este egală cu forța de frecare dinamică. (Dacă forța de tracțiune este mai mare decât forța de frecare dinamică, corpul se va mișca chiar dacă nu lovim suprafața).

După rezultatele obținute în experimentul cu dinamometrul, probabil aveți impresia că forța de frecare dinamică nu se schimbă prea mult când aria suprafeței de contact se modifică. Probabil ați enunțat ipoteza că forța de frecare





dinamică nu depinde de aria suprafeței de contact. Dacă aveți timp, verificați această ipoteză utilizând metoda mai precisă descrisă anterior.

Alcătuiți propriul vostru tabel de rezultate în care să notați masele și ariile suprafețelor de contact și calculați valoarea forței de frecare.

#### Forța de frecare și forța de apăsare normală

Forța de reacțiune normală (de jos în sus) care acționează asupra unui corp de lemn așezat pe o suprafață orizontală este egală ca valoare cu forța cu care corpul acționează asupra suprafeței (de sus în jos). Amândouă forțele sunt egale ca valoare cu greutatea corpului.



## Instrucțiuni

1. Măsurați masa unui corp de lemn și calculați greutatea lui.
2. Măsurați forța de frecare dinamică atunci când acest corp este pe masă (sau pe o scândură de lemn).
3. Alegeți una din cele două metode descrise în paragraful anterior pentru măsurarea forței de frecare dinamice. Utilizați dinamometrul pentru un experiment rapid dar nu foarte precis, sau tribometrul, dacă aveți mai mult timp la dispoziție și doriți o precizie mai bună a măsurărilor.
4. Puneți un corp pe corpul dat și calculați noua greutate a corpului astfel format.
5. Asigurați-vă dacă corpul a fost așezat cu aceeași suprafață de contact pe masă.
6. Măsurați noua forță de frecare dinamică.
7. Creșteți din nou masa și utilizați aceeași metodă pentru a măsura forța de frecare dinamică.
8. Repetați acest lucru pentru patru sau cinci mase diferite.

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE:

FORȚA DE FRECARĂ ȘI FORȚA DE APĂSARE NORMALĂ;  $g = 10 \text{ N/kg}$

Masa (g)	Reacțiunea normală (N)	Greutatea talerului și a corpurilor de pe el = Forța de frecare (N)	Raportul: $\frac{\text{Forța de frecare}}{\text{Reacțiunea normală}}$
48	0,48		
148			
248			



Trasați un grafic pentru a arăta dacă există o relație între forța normală și forța de frecare de alunecare (forța normală ca variabilă independentă se reprezintă pe axa orizontală). Priviți graficul: există vreo relație între variabile? Dacă da, descrieți-o în cuvinte!

Dacă graficul arată că forța de frecare de alunecare este proporțională cu forța normală, atunci forța de frecare va reprezenta întotdeauna aceeași fracție din forța normală.

Dacă graficul trece prin origine, puteți calcula această fracție. Alegeți o valoare a forței de frecare de alunecare (dar pe axa verticală) și utilizând graficul, aflați valoarea corespunzătoare a forței normale. Împărțiți valoarea (mai mică) a forței de frecare prin valoarea (mai mare) a forței normale corespunzătoare pentru a obține un număr subunitar.

Acum putem utiliza această fracție pentru a deduce valoarea forței de frecare de alunecare pentru orice valoare a forței normale.

Graficul ar fi diferit dacă corpul de lemn s-ar fi sprijinit pe o suprafață mai mică? Fracția ar fi diferită?

Această fracție este numită COEFICIENT DE FRECARĂ LA ALUNECARE. El descrie rugozitatea (asprimea) a două suprafețe în contact și ne arată ce parte din forța normală este necesară pentru a deplasa uniform o suprafață peste alta. Coeficientul de frecare nu are unități de măsură, este o mărime adimensională (un număr). Valorile sale sunt subunitare, nedepășind câteva zecimi.



## Compararea diferitelor suprafețe

Dacă aveți destul timp folosiți-vă experiența dobândită pentru a concepe un experiment prin care să se măsoare coeficientul de frecare de alunecare între diferite tipuri de suprafețe. Coeficientul de frecare va fi diferit dacă schimbați natura suprafeței corpului sau a suprafeței pe care acesta alunecă. Deci fiecare coeficient de frecare de alunecare măsurat va corespunde unei perechi de suprafețe aflate în mișcare una față de alta.

Pentru fiecare pereche de suprafețe pe care ați ales-o este bine să trasați un grafic al forței normale în funcție de forța de frecare dinamică. Acest grafic permite calculul coeficientului de frecare cu o precizie mai mare decât cea corespunzătoare unei singure măsurători.

### 4.7.2. Forța de frecare: tratare teoretică

Conform principiului inerției, un corp își menține constantă viteza dacă asupra lui nu acționează nici o forță sau dacă rezultanta tuturor forțelor este nulă.

Să presupunem că aruncăm un corp pe o suprafață orizontală. Corpul își va micșora treptat viteza și după un anumit timp se va opri. Dacă asupra sa nu ar acționa forțe, atunci corpul ar trebui să-și continue mișcarea cu viteză constantă; faptul că acesta se oprește ne arată că există o forță care frânează mișcarea (greutatea și forța de reacțiune normală fiind verticale, ele nu pot influența mișcarea pe orizontală). Această forță apare la suprafața de contact dintre corpuri și se numește forță de frecare. Vom distinge

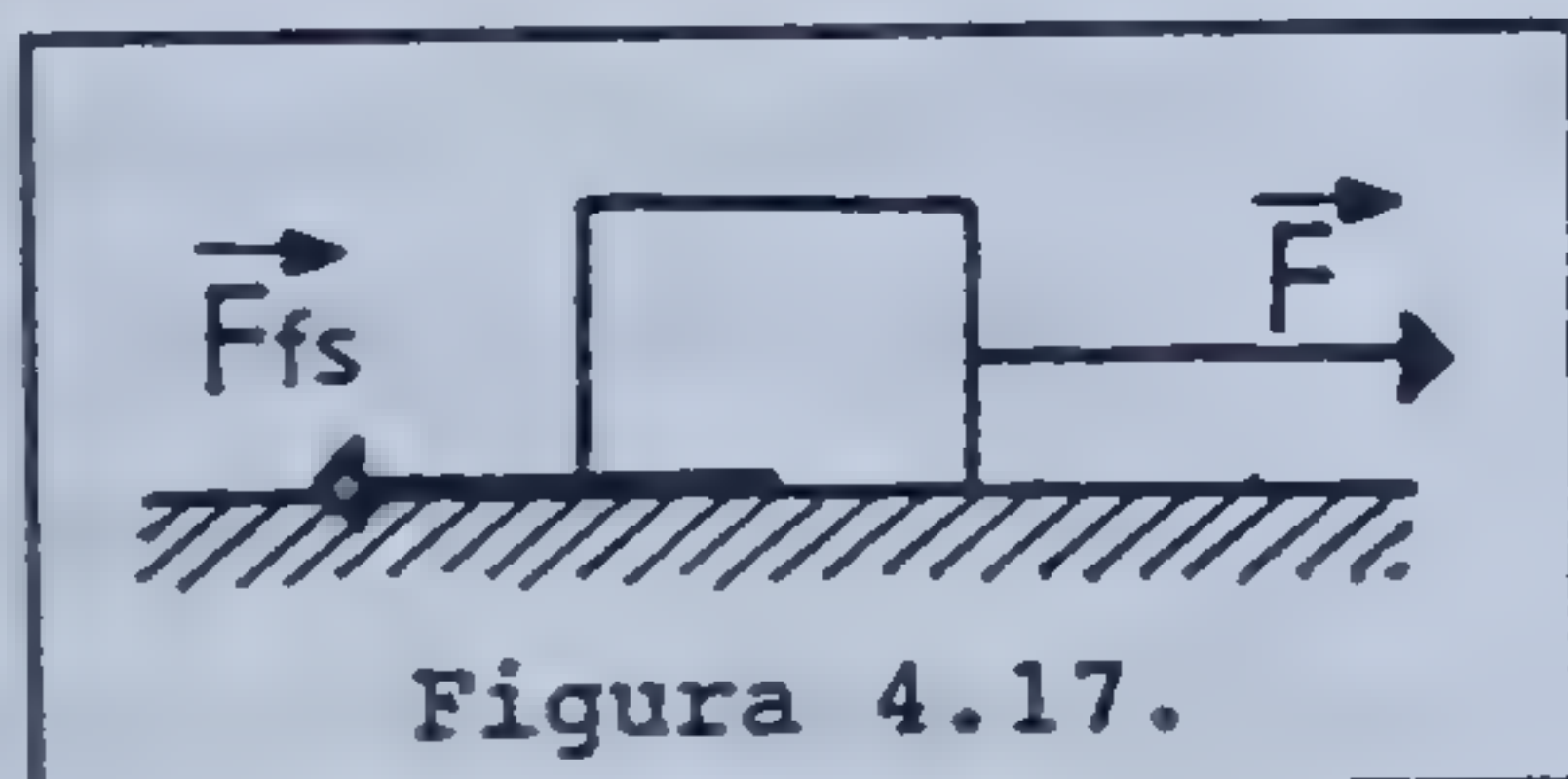


două cazuri și anume: cazul în care corpurile nu se mișcă unul față de altul și cazul în care un corp alunecă în raport cu celălalt.

### Frecarea statică

Să presupunem că împingem un corp, de exemplu un dulap (figura 4.17.). Dacă forța  $\vec{F}$  nu este prea mare, atunci dulapul nu poate fi urnit din loc. Corpul fiind în repaus, trebuie ca rezultanta forțelor ce acționează asupra sa să fie nulă. Astfel, pe orizontală, trebuie ca forța de frecare statică (adică frecarea ce corespunde cazului când corpurile nu se mișcă unul față de altul) trebuie să echilibreze forța de tracțiune (împingere):

$$\vec{F}_{fs} = -\vec{F} \begin{cases} \text{același modul } F_{fs}=F \\ \text{aceeași direcție} \\ \text{sens contrar} \end{cases}$$



Dacă vom crește forța  $\vec{F}$ , la un moment dat corpul începe să se miște. În acest moment forța de frecare statică (care atinge o valoare maximă notată cu  $\vec{F}_s$ ) devine forță de frecare de alunecare. Deci dacă  $F < F_s$  corpul este în repaus, iar dacă  $F > F_s$  corpul se pune în mișcare.

Forța de frecare statică nu are o valoare fixă; ea poate lua orice valoare între 0 și  $F_s$  - adică ia acea valoare care asigură echilibrul corpului (altfel spus, rezultanta care asigură echilibrul corpului - inclusiv forța de frecare statică - este nulă).



## Frecarea de alunecare

Dacă un corp alunecă în raport cu celălalt, atunci forța de frecare are o valoare constantă și se numește forță de frecare de alunecare  $F_{f,}$ . Ea nu depinde de viteza corpurilor. Valoarea sa este ceva mai mică decât  $F_{f,}$ , dar de multe ori putem considera cele două forțe aproximativ egale. (În exemplul dat, când  $F=F_{f,}$  dulapul se pune în mișcare, dar constatăm că odată pornit el se mișcă accelerat când păstrăm constantă forța de tracțiune. Micșorând încet, încet, forța de tracțiune  $\vec{F}$  - după ce a început mișcarea dulapului - acesta va fi tot mai slab accelerat și la un moment dat viteza nu va mai crește, deci dulapul se va mișca uniform).

Forța de frecare la alunecare  $F_{f,}$  este egală cu forța de tracțiune dacă mișcarea corpului este uniformă ( $v=ct.$ ).

Când  $F < F_{f,}$  corpul se oprește (viteza scade până la 0).

În urma unui experiment simplu putem stabili care sunt elementele de care depinde forța de frecare de alunecare.

Pe o masă orizontală tragem un corp, putând schimba pe rând fiecare din cele patru fețe laterale pe care se sprijină corpul

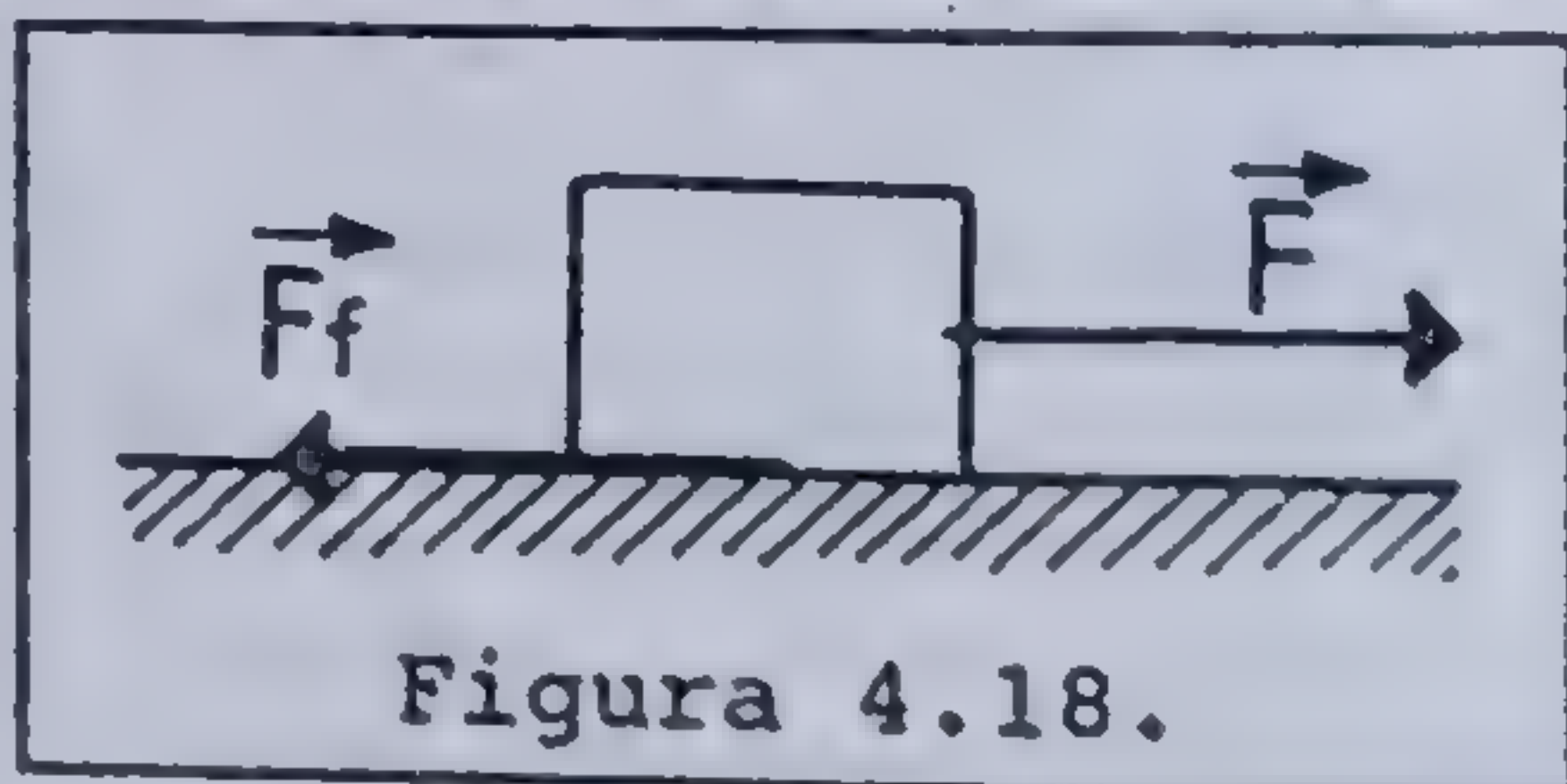


Figura 4.18.

(figura 4.18.). Cele patru fețe sunt realizate din materiale diferite și anume: lemn lucios, lemn șlefuit cu glaspapir, aluminiu, șmirghel. Tragem corpul cu forța necesară mișcării lui uniforme. În acest caz, forța de tracțiune este egală (ca modul) cu forța de frecare de alunecare. Se observă că forța de frecare ia altă valoare când schimbăm fețele corpului. Se poate formula următoarea concluzie:



**Forța de frecare de alunecare depinde de natura și gradul de șlofuire al suprafețelor aflate în contact.**

Dacă adăugăm greutatea pe corp (figura 4.19), atunci forța de reacțiune normală crește. Se constată că, odată cu creșterea acesteia, crește direct proporțional și forța de frecare:  $F_f \sim N$ .

Se scrie:  $F_f = \mu N$  unde  $\mu$  (miu) se numește coeficient de frecare la alunecare și este adimensional.

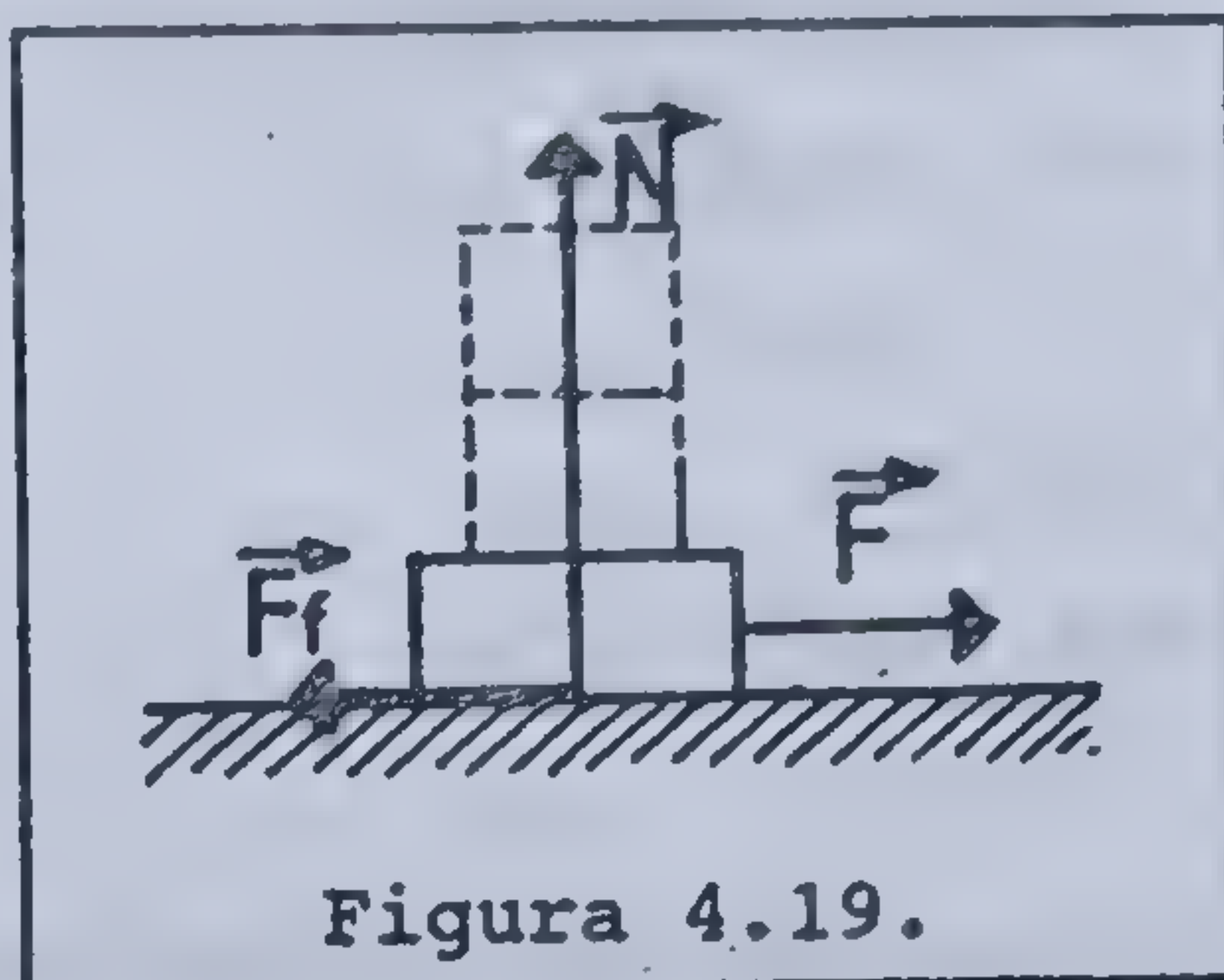


Figura 4.19.

**Forța de frecare de alunecare este direct proporțională cu forța de apăsare normală dintre corpuri.**

Dependența de material a forței de frecare este indicată de valoarea coeficientului de frecare.

**Mărimea ariei suprafeței de contact nu influențează mărimea forței de frecare.**

De exemplu pe o masă orizontală putem așeza o cărămidă pe fiecare din cele trei tipuri de suprafețe - constatăm că forța de frecare de alunecare are aceeași valoare în fiecare din cele trei cazuri.

Cauza apariției forței de frecare este prezența asperităților pe cele două suprafețe care vin în contact,



oricât de bine  
ar fi acestea  
șlefuite (fig.  
4.20.)

Ca dovadă  
avem faptul că  
dacă ungem cu  
vaselină cele  
două suprafețe  
frecarea se

micșorează (pentru că vaselina pătrunde printre asperități  
și acestea nu mai vin în contact).

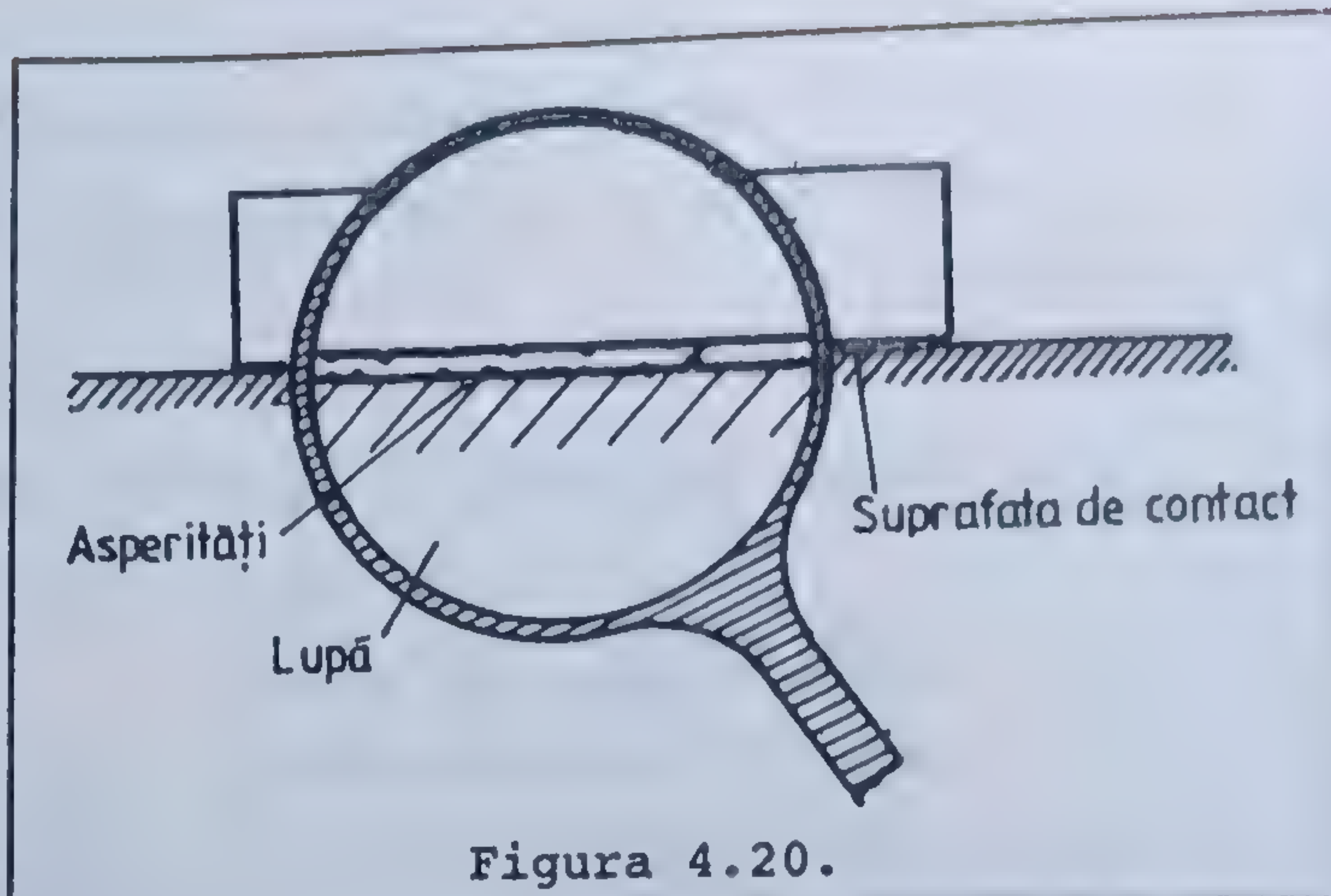


Figura 4.20.

*Sensul forței de frecare ce acționează asupra  
unui corp este contrar vitezei pe care acesta o  
are față de corpul cu care vine în contact.*

Frecarea poate fi utilă (în cazul mersului, al  
transmiterii mișcării prin curele, al frânării vehiculelor,  
al deplasării unor pahare pe tavă etc.) dar și dăunătoare  
(frecarea pieselor în mișcare la mașini etc.). Micșorarea  
forței de frecare se poate face înlocuind frecarea de  
alunecare prin frecare de rostogolire (rulmenți) și prin  
ungere.

#### Forța de rezistență la înaintarea într-un fluid

Când un corp se mișcă în raport cu un fluid (lichid  
sau gaz) asupra sa acționează o forță numită forță de  
rezistență la înaintarea în fluid. Prin faptul că are sens



contrar vitezei corpului în raport cu fluidul ea se aseamănă cu forța de frecare.

Totuși, între cele două forțe există o deosebire importantă: forța de rezistență depinde de viteza corpului față de fluid, în timp ce forța de frecare de alunecare nu depinde de viteză. (De exemplu, când mergem cu trenul și scoatem mâna pe geam afară, cu cât trenul are viteză mai mare, cu atât aerul apasă mai puternic asupra mâinii noastre).

#### 4.7.3. Experimente de cădere a corpurilor în vid (fără rezistență) și în aer (cu forță de rezistență)

În permanență vă puteți îmbunătăți înțelegerea fizicii dacă imaginați un experiment și vă gândiți la ce s-ar întâmpla, fără să efectuați acest experiment în realitate. În următorul exemplu care se referă la un EXPERIMENT MINTAL, vă veți gândi la modul în care se desfășoară căderea corpurilor. Dacă nu sunteți siguri de cele ce se pot întâmpla, încercați un experiment real și faceți propriile voastre observații.

##### Corpuri care cad în vid

Experimentul care urmează este făcut într-o cameră fără aer deci, înainte de orice, va trebui să vă imaginați că purtați un costum spațial și că în spate aveți o butelie cu oxigen. Camera în care vă aflați are un covor moale!



### Primul experiment

Aveți trei mere identice, unul lângă altul, pe care le țineți deasupra podelei. Le dați drumul la toate în același moment. Ce se întâmplă? Unul dintre ele va ajunge la podea mai înainte decât celelalte?

CONCLUZIA este că cele 3 mere cad împreună și ating podeaua în același timp, deoarece totul este identic pentru fiecare măr.

### Al doilea experiment

Luați merele de jos și, pentru că podeaua nu a fost prea tare, cele 3 mere sunt încă identice. Repetați experimentul, dar de data aceasta țineți 2 mere în așa fel încât să se atingă; al treilea măr este aflat cu câțiva centimetri mai încolo, dar toate cele 3 mere se află la aceeași distanță față de podea. Le dați drumul să cadă în același moment.

Ce se întâmplă? Mărul care a fost singur atinge podeaua înainte ca celelalte 2 mere să o atingă?

CONCLUZIA este la fel ca și în primul experiment! Merele ating podeaua în același timp.

### Al treilea experiment

Acum lipiți 2 din cele 3 mere cu puțin clei. Le țineți ridicate la aceeași înălțime ca și pe al III-lea. Le dați drumul să cadă toate trei în același moment. Ce se întâmplă? Mărul care este singur ajunge pe podea în același timp cu perechea de mere (cele care au fost lipite)?



CONCLUZIA este că toate cele trei mere ating podeaua în același timp deoarece picătura de lipici nu produce o diferență semnificativă de cazul anterior.

#### Al patrulea experiment

Luați mai multe mere și uniți-le cu puțin lipici. Le țineți la aceeași înălțime ca și mărul care este singur. Le dați drumul să cadă în același moment. Ce se întâmplă?

CONCLUZIA este aceeași: merele care sunt lipite între ele cad la fel ca și mărul care este singur.

#### Concluzie generală

Rezultatul ar fi același dacă am folosi portocale în loc de mere? Dar dacă am folosi pere sau creioane, oameni sau capsule spațiale? Formulați concluzia sub forma unui postulat!

#### Postulat

„Mai multe corpuri identice, unite între ele, cad la fel ca unul singur”.

Sau:

„Un corp mare cade în același fel ca și unul mic”.

#### Alte aspecte asupra cărora să vă gândiți

Atunci când vă gândiți la problemele de fizică trebuie să hotărâți ce este important și ce nu contează.

Pe măsură ce învățați mai multă fizică, vă dezvoltați instinctul pentru aceasta. Uneori și „bunul simț” este acela care vă spune dacă ceva nu contează.



De exemplu, încercați să precizați care dintre următorii factori ar putea fi importanți în a prevedea dacă un corp va cădea la fel ca un alt corp:

Culoarea corpului contează?

Contează dacă corpul este un fruct, și ce fel de fruct este?

Contează dacă este sau nu aer în camera în care cade corpul?

Contează dacă podeaua este moale sau tare?

Contează masa corpului?

Contează forma corpului?

Contează mărimea (volumul) corpului?

Ați putea singuri să proiectați câteva experimente care să vă ajute să hotărâți care dintre aceste lucruri contează.

Astfel, dacă vă gândiți că de exemplu culoarea poate afecta căderea corpului, ați putea lăsa să cadă bucăți de hârtie roșie, verde și albastră, toate de la aceeași înălțime.

Dacă sunteți interesați în a vedea care este diferența produsă de culoare, trebuie să fiți siguri că bucățile de hârtie au aceeași masă, același volum și aceeași formă. Planificarea unui experiment în care are loc numai schimbarea unei variabile independente, toate celelalte variabile rămânând constante se numește CONTROLUL VARIABILELOR . Dacă vreți să investigați cum cad corpurile cu mase diferite trebuie să fiți siguri că celelalte variabile care ar putea afecta căderea (cum ar fi volumul, forma, culoarea) rămân neschimbate.



### Câteva răspunsuri

Dacă se află în vid, TOATE CORPURILE cad în același fel. Deci corpuri diferite, aflate în vid, când sunt lăsate să cadă în același moment și de la aceeași înălțime vor atinge podeaua în același timp.

Acest lucru ar putea să vă surprindă deoarece nu sunteți obișnuiți să vedeți cum cad lucruri care se află în vid.

### Corpuri care cad într-un fluid

Dacă laboratorul școlii are o pompă de vid puteți urmări într-un cilindru lung de sticlă din care a fost îndepărtat aerul cum cad o monedă și o pană. Moneda și pana cad împreună și ating baza cilindrului în același timp.

Dacă un corp cade în aer vă puteți aștepta să dureze mai mult timp până atinge podeaua, deoarece aerul îi încetinește căderea. De fapt, din cauza REZISTENȚEI AERULUI, toate corpurile cad mai încet în aer decât în vid. Corpurile cad și mai încet în apă (și ulei) decât în aer.

Dacă lăsați să cadă în aer o monedă și o pană de pasăre, moneda va atinge prima pământul! Moneda cade aproape în același fel ca și atunci când aerul nu opune rezistență, spre deosebire de pană care cade mult mai încet.

Să încercăm să ne gândim la două experimente mintale pentru a afla de ce moneda cade mai repede decât pana.

### Influența masei asupra căderii corpurilor în aer

Imaginați-vă că lăsați să cadă două cutii de chibrituri identice în același moment și de la aceeași înălțime. Ele ating podeaua în același timp. Sunt identice, deci



greutatea și rezistența aerului acționează asupra fiecărei cutii la fel.

În continuare puneți o bucată de metal într-una dintre cutii și lăsați-le să cadă din nou de la aceeași înălțime. Dacă nu sunteți siguri la ce să vă așteptați, imaginați-vă că lăsați să cadă 2 baloane identice, dintre care unul este umplut cu aer iar celălalt cu apă.

CONCLUZIA este că în aer corpurile care au același volum și aceeași formă nu cad la fel; cu cât sunt MAI MASIVE cu atât cad MAI REPEDE.

#### Influența volumului asupra căderii corpurilor în aer

Luați două foi identice de hârtie. Din prima faceți cocoloș, o minge mai mare, iar din a doua o minge mai mică și le lăsați să cadă din nou. Care dintre ele atinge prima pământul, cea mare sau cea mică? Încercați!

CONCLUZIA este că dacă masele sunt egale și corpurile au aceeași formă, atunci corpul care are volumul mai mic cade mai repede.

#### Concluzie generală

Corpurile cu o masă mai mare și un volum mai mic cad mai repede prin aer.

#### Influența variabilei formă

1. Luați 5 bucăți de plastilină de aceeași mărime (ori măsurați 5 mase egale, ori faceți 5 forme identice).
2. Dați fiecărei bucăți o formă diferită. Încercați să ghiciți care dintre ele va cădea cel mai repede.



Întocmiți diagrame pentru formele pe care le-ați făcut.

3. Lăsați formele să cadă, una câte una, într-un vas mare și transparent cu apă. Măsurați timpul necesar fiecăreia dintre ele pentru a ajunge de la suprafață la bază. Notați acești timpi pentru fiecare bucată într-un tabel cu date experimentale.
4. Dacă aveți timp puteți face măsurători mai precise repetând experimentul și făcând media timpilor pentru fiecare formă.
5. Întrebuițați rezultatele pe care le-ați obținut și ceea ce știți despre formele aerodinamice pentru a desena o formă care să cadă cât mai repede posibil, și o alta care să cadă cât mai încet posibil. Desenați aceste forme și notați timpul necesar fiecăreia pentru a atinge baza vasului.
6. Comparați cea mai rapidă formă pe care ați făcut-o cu cea mai rapidă formă făcută de unul dintre colegii voștri. Nu uitați să controlați variabilele atunci când comparați forma voastră cu forma altcuiva; în afara formei, totul trebuie să fie la fel.
7. Alcătuiți forme care să cadă mai încet și mai repede în aer și organizați competiții cu alți colegi. Veți începe toți cu bucăți identice de hârtie și nu aveți voie să rupeți hârtia sau să-i adaugați ceva. Aveți voie doar să-i schimbați forma. Lăsați formele să cadă în același moment și de la aceeași înălțime și rugați un arbitru să observe ce formă atinge prima podeaua și ce formă atinge podeaua ultima.  
Care este avantajul organizării unei competiții în



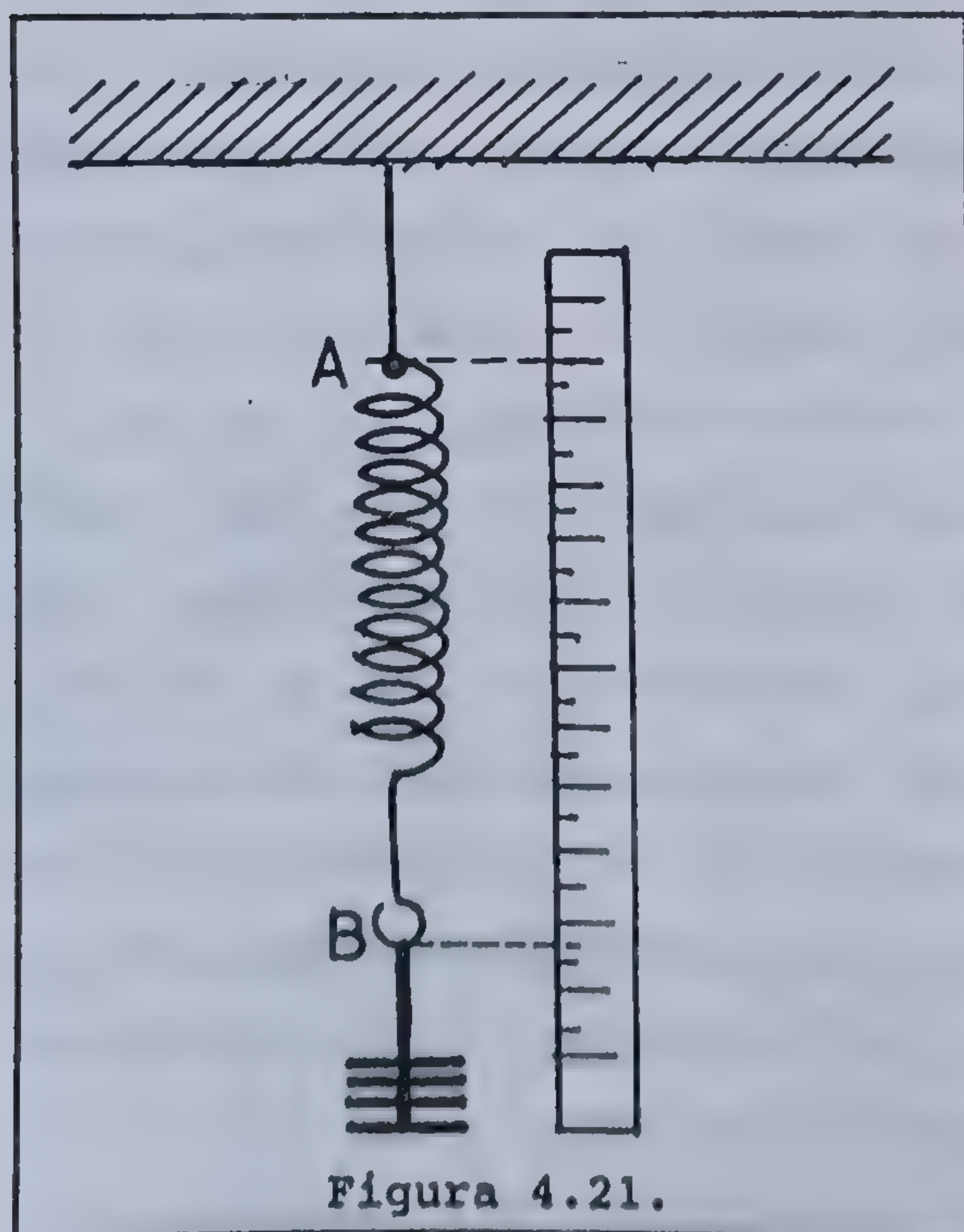
afara laboratorului; de exemplu lăsând formele de hârtie să cadă de pe partea superioară a unei scări sau de pe fereastră? Există dezavantaje?

### Concluzii

Puteți descrie tipul de forme care cad încet printr-un lichid? Dar tipul de forme care cad repede? Încercați să vă gândiți la obiecte făcute de mâna omului și la corpuri existente în natură unde aceste forme își găsesc aplicație.

## 4.8. FORȚA ELASTICĂ

4.8.1. De ce dinamometrele utilizează resorturi și nu benzi elastice, care sunt mai ieftine?



Pentru a răspunde la această întrebare trebuie să efectuați câteva măsurători cu mare precizie. Reamintiți-vă că trebuie să micșorați cât mai mult posibil erorile experimentale, efectuând o citire corectă (pentru a nu avea eroare de paralaxă).

O mulțime de experimente cercetează modul cum variază o mărime atunci când altă mărime



se modifică. Mărimile care pot fi schimbate (variate) se numesc **VARIABLE**. În acest experiment variabilele vor fi forța care trage de un resort și lungimea resortului. Întrebarea care se pune este: „Ce se întâmplă când forța care trage de resort crește uniform - de ex.: 0,1N; 0,2N; 0,3N; 0,4N; etc.”? (figura 4.21.) Lungimea resortului va crește uniform (liniar) sau va fi o creștere neuniformă a lungimii (cum am văzut că se întâmplă la o bandă elastică atunci când etalonăm scala acesteia)?

Poate sunteți capabili să ghiciți imediat răspunsul, dar nu este un mod mai bun de a învăța dintr-un experiment decât efectuându-l.

Alcătuiți un tabel de rezultate după modelul de mai jos:

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE			
DEPENDENȚA LUNGIMII UNUI RESORT DE FORȚA APLICATĂ			
FORȚA (X 0,1N)	LUNGIMEA RESORTULUI (mm)		
	LA ALUNGIRE	LA REVENIRE	MEDIE
0			
1			
2			

Există factori mai importanți care pot da erori, deci puteți lua  $g=10\text{N/kg}$  (cu eroare de 2%). Astfel considerăm că la fiecare adăugare a unei mase cu valoarea de 10g, forța



crește cu 0,1N. De fiecare dată când adăugați un corp cu masa de 10g măsurați noua lungime a resortului și notați-o în tabel în coloana I. După ce ați adăugat 10 corpuri (sau alt număr de corpuri) puteți să vă opriți. Începeți acum să luați corpurile unul câte unul și de fiecare dată măsurați lungimea resortului, notând-o în tabel în coloana următoare, până când ați luat toate corpurile de pe resort. Dacă lungimile din cele două coloane sunt diferite, calculați valoarea lor medie. Uitându-vă acum la datele din tabel, vă puteți da seama dacă lungimea crește liniar (uniform). Pentru a urmări cum variază o mărime, este bine să trasăm un grafic. În acest scop reprezentați pe axa orizontală variabila pe care ați schimbat-o voi (VARIABILA INDEPENDENTĂ) și pe axa verticală variabila care s-a modificat datorită schimbării celeilalte variabile (VARIABILA DEPENDENTĂ). Puneți punctele și apoi priviți-le. Desigur, există și ERORI EXPERIMENTALE care fac ca punctele voastre să nu fie chiar în locul unde ar trebui să fie. Presupunând însă că nu există erori, punctele voastre se așează pe o linie dreaptă sau pe o linie curbă? Trasați o linie dreaptă sau curbă printre puncte astfel încât de o parte și de alta a ei să rămână un număr egal de puncte. Priviți din nou graficul înainte de a răspunde la întrebarea: „Cum variază lungimea resortului când crește forța care acționează asupra lui?”

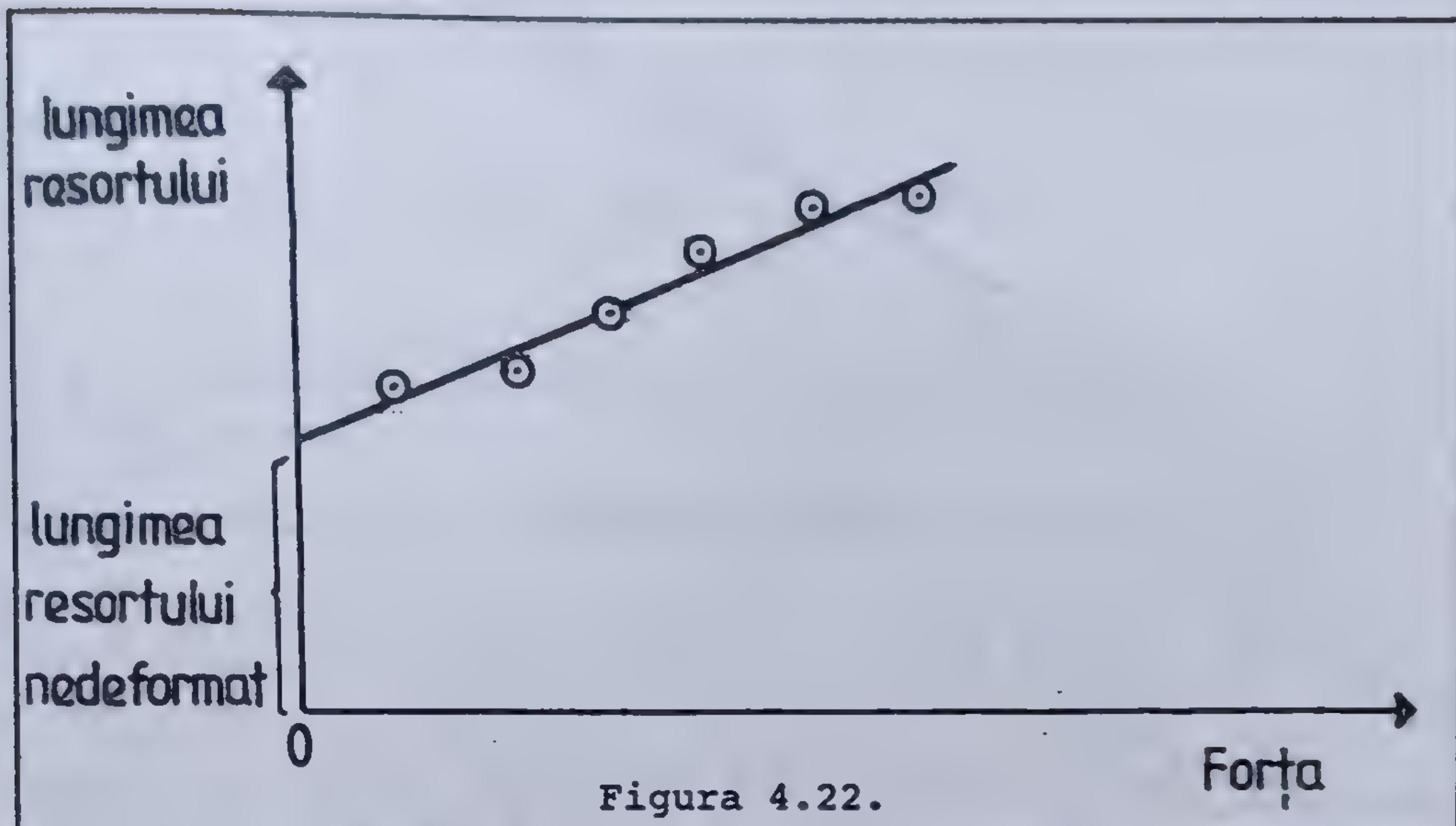
Dacă graficul este o curbă lină, singura concluzie pe care o puteți trage este că lungimea crește atunci când forța care acționează asupra resortului crește (cu alte cuvinte, lungimea crește cu forța). Dacă graficul este o linie dreaptă (figura 4.22.), puteți exprima acest lucru prin mai multe formulări echivalente:



„Lungimea crește liniar cu forța” sau

„Există o relație liniară între lungime și forță” sau

„Lungimea crește uniform cu forța”.



Nu puteți spune că lungimea a fost zero când forța a fost zero! Dacă scădem din toate lungimile măsurate lungimea inițială a resortului (când nu este nici un corp atârnat de el) obținem ALUNGIRILE resortului.

Graficul alungirii (notată cu  $\Delta l$ ) unui resort în funcție de forță trebuie să fie o linie dreaptă ce trece prin origine (fig. 4.23.). Dacă forța care acționează asupra resortului este zero, atunci și alungirea resortului este zero. Acum putem spune:

„Când forța care a acționat asupra resortului s-a dublat, alungirea resortului s-a dublat și ea” sau,



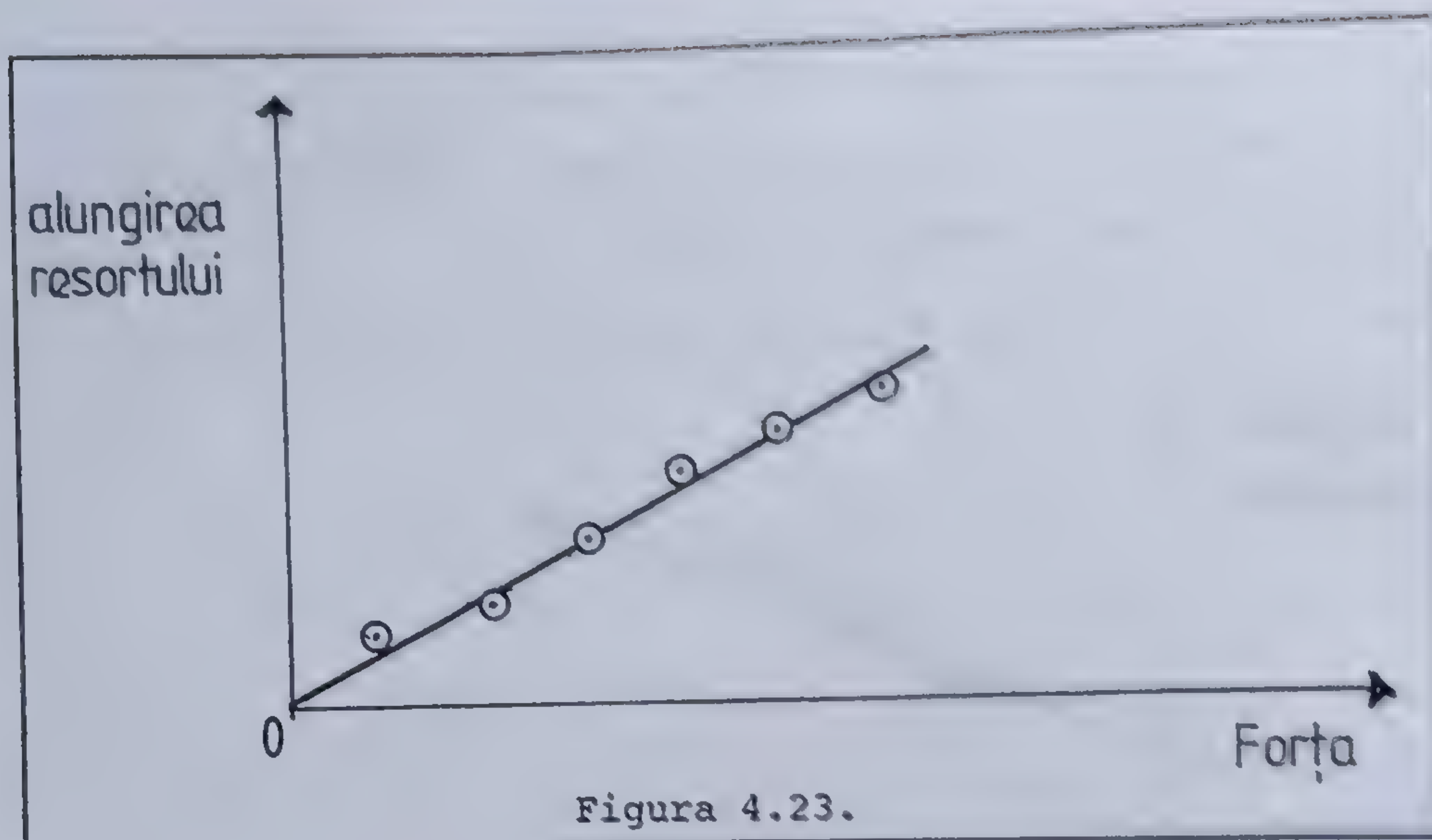


Figura 4.23.

„Când forța care a acționat asupra resortului a crescut de trei ori, alungirea a crescut de trei ori” sau,

„Graficul alungirii unui resort în funcție de forța care a acționat asupra lui este o linie dreaptă care trece prin origine” sau,

„Alungirea unui resort a fost proporțională cu forța care a acționat asupra lui”.

Toate acestea sunt moduri diferite de a spune același lucru. Cea mai utilizată formulare este ultima.

Oare concluzia se poate generaliza? Ce puteți spune despre resortul de la masa alăturată vouă din laborator? Dar despre resortul (arcul) din partea stângă a unei mașini? Dar despre resortul de la un ceas? Dar despre resortul dintr-un dinamometru?

În jurul anului 1660, un englez numit Robert Hooke, în vârstă de 25 ani, a efectuat un experiment similar. El a ajuns la concluzia la care ați ajuns și voi; înainte de a



generaliza concluzia, a verificat această idee efectuând experimente cu foarte multe resorturi.

Chiar dacă el a fost inventatorul unui tip de telescop și a unui tip de barometru, chiar dacă a formulat o teorie a mișcării planetelor și a fost un adversar al lui Isaac Newton, el a rămas cunoscut pentru experimentele și generalizările făcute în legătură cu resorturile.

**„ALUNGIREA UNUI RESORT ESTE PROPORȚIONALĂ CU FORȚA APLICATĂ LUI ...”.** Aceasta este LEGEA LUI HOOKE.

(Legile sunt cele mai puternice și adevărate generalizări în știință dar trebuie multă atenție la condițiile în care acestea sunt valabile). Astfel dacă veți trage foarte tare de resort veți observa că nu se mai respectă legea lui Hooke. De fapt, dacă luați un resort normal și acționați asupra lui cu o forță mare veți observa că alungirea va fi mult mai mare decât ar fi prevăzut legea lui Hooke, iar când nu mai acționați cu acea forță asupra resortului, el nu mai revine la lungimea inițială.

Legea lui Hooke nu se mai respectă în momentul când resortul depășește o anumită alungire numită limită elastică. Am putea deci adăuga la formularea de mai sus

**„...DACĂ RESORTUL NU DEPĂȘEȘTE LIMITA ELASTICĂ”.**

#### 4.8.2. Alungirea unui resort

##### Instrucțiuni

1. Bobinați un fir de cupru (cu lungimea de cca. 30cm) în jurul unui creion, pentru a face din el un resort.



2. Lăsați o rezervă de fir la fiecare capăt al resortului, astfel încât să puteți fixa un capăt de un suport. La celălalt capăt faceți o buclă pentru agățarea maselor. Fără a strica resortul, faceți un nod deasupra buclei. Acest lucru vă va ajuta în efectuarea măsurătorilor. Nodul va juca rolul unui reper care se va deplasa de-a lungul scalei unei rigle fixe (figura 4.24.).

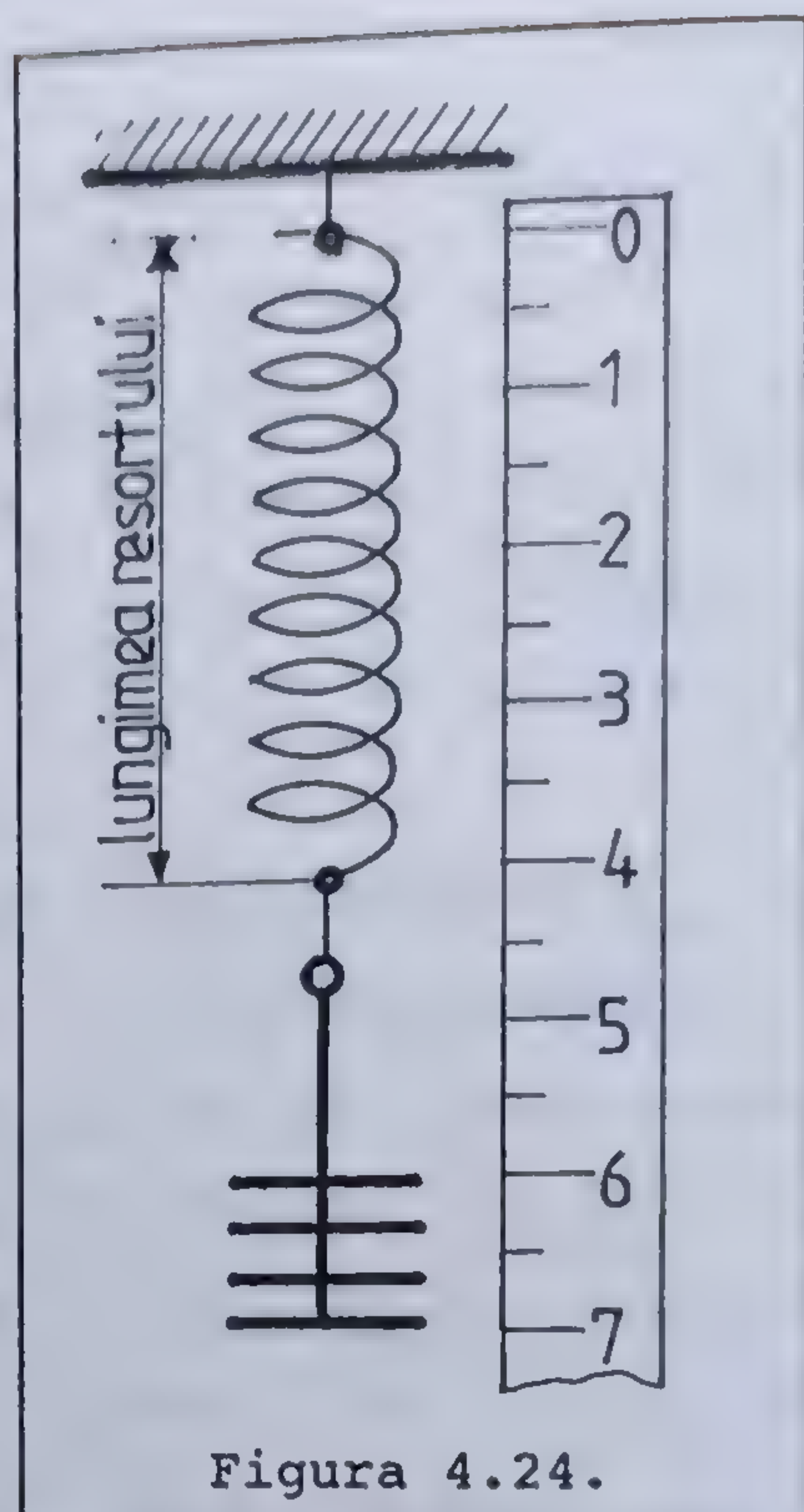


Figura 4.24.

3. Puneți o bucată de plastilină pe masă, sub resort, și folosiți-o pentru a fixa vertical o riglă lângă resort. Diviziunea 0 de la un capăt al riglei se poate sprijini pe suport. Țineți resortul cu atenție astfel încât să atârne vertical. Citiți pe riglă indicația de lângă nodul făcut pe resort. Să notăm această valoare cu  $X_0$ .
4. Adăugați o masă de 10g și citiți din nou indicația de pe scala riglei unde se află reperul.
5. Adăugați din nou o masă de 10g și scrieți noua poziție a nodului (reperului). Continuați să adăugați mase de 10g până când resortul își pierde forma și începe să arate ca o bucată întinsă de fir.
6. Notați rezultatele în tabel:



TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: DEPENDENȚA ALUNGIRII UNUI RESORT DE FORȚA APLICATĂ		
F	X Lungime (cm)	$X = X - X_0$ Alungirea (cm)
0	$x_0$	
0,1		
0,2		
0,3		
0,4		
...		

7. Calculați alungirea pentru fiecare forță și notați-o în tabel. (Alungirea este diferența dintre lungimea resortului întins și lungimea inițială).
8. Reprezentați un grafic care să arate că alungirea se modifică atunci când crește forța care acționează asupra resortului. Amintiți-vă convenția conform căreia variabila independentă trebuie să fie pe axa orizontală și variabila dependentă pe axa verticală.

Concluzii - Ce ați aflat din acest experiment?

Care este forma graficului în apropierea originii (pentru forțe mici)?

Observând că atunci când forța era zero, alungirea a fost și ea zero, ce puteți spune despre relația dintre alungire și forță (când forța este mică)?



#### 4.8.3. Constanta de elasticitate a resortului

Utilizați prima parte a graficului pentru a evalua cu cât a crescut forța care acționează asupra resortului atunci când lungimea acestuia a crescut cu 1cm.

Aceasta este numită CONSTANTA ELASTICĂ a resortului și arată „cât de dificil este să întinzi un resort”. Ea se notează cu litera  $k$ . Se poate utiliza ca unitate de măsură pentru forță newtonul, pentru lungime centimetrul și, deci, pentru constanta de elasticitate N/cm (dacă am alege N/m-unitatea din S.I.-atunci valoarea numerică a constantei elastice ar fi foarte mare).

$$\text{Constanta elastică } (k) = \frac{\text{creșterea forței}}{\text{creșterea lungimii}}$$

#### Relația forță - alungire când forța ia valori mari

Ce se întâmplă cu forma graficului când forța devine mult mai mare?

Constanta de elasticitate a resortului este într-adevăr o constantă numai atunci când graficul este o linie dreaptă (care trece prin origine).

Când forța deformatoare este mare, constanta de elasticitate crește sau scade?

Înțelegeți acum de ce, la sfârșitul enunțului legii lui Hooke, s-a făcut precizarea că aceasta este valabilă numai dacă resortul nu depășește limita elastică.



#### 4.8.4. Constanta elastică pentru resorturi legate în serie

Dacă tăiem la mijloc un resort, care credeți că va fi constanta elastică a fiecărei jumătăți?

În experimentul următor veți investiga, în general, modul cum este influențată constanta elastică a unui resort de numărul lui de spire. Înainte de a efectua experimentul încercați să anticipați ceea ce se va întâmpla, formulând o ipoteză. Prin experiment veți putea să testați dacă ipoteza este adevărată.

#### Enunțarea unei ipoteze

Imaginați-vă că aveți două resorturi identice. Încercați să vă imaginați că trageți de unul dintre ele. Apoi uniți resorturile pentru a face un resort mai lung care are de două ori mai multe spire. Se spune că cele două resorturi au fost legate în serie. Dacă trageți de acest nou resort cu aceeași forță, alungirea va fi aceeași? Noul resort are constanta elastică mai mare decât a resorturilor date? Enunțați o ipoteză privitoare la relația dintre constanta elastică și numărul de spire.

#### Controlul variabilelor

Sunt mai multe mărimi care deosebesc două resorturi. Puteți enumera unele dintre aceste variabile?

Ne propunem să investigăm relația dintre numărul de spire și constanta elastică. Dacă oricare altă variabilă se modifică în timpul experimentului, nu putem ști când



constanta elastică s-a modificat din cauza numărului de spire și când din cauza acestei variabile. Deci, în experimente ca acesta, vom putea trage concluzii corecte doar dacă toate variabilele se mențin constante, cu excepția celor două a căror dependență dorim să o studiem. Cu alte cuvinte trebuie să realizăm CONTROLUL VARIABILELOR.

#### 4.8.5. Constanta de elasticitate a unor resorturi legate în paralel

Două resorturi de aceeași lungime sunt legate în paralel când ele sunt alăturate unindu-li-se capetele. Dacă cele două resorturi sunt identice și întregul sistem este simetric, arunci forța aplicată va acționa în mod egal asupra fiecărui resort.

Puteți formula o ipoteză despre constanta elastică a resortului format prin această combinație de resorturi, comparativ cu constanta de elasticitate a unui singur resort?

Imaginați un experiment pentru a verifica această ipoteză. Un experiment cu o pereche de resorturi va fi un bun test pentru verificarea ipotezei voastre. Un experiment cu trei sau patru perechi diferite de resorturi identice va fi un test și mai bun.

Rezultatele experimentului susțin ipoteza pe care ați enunțat-o? (Dacă vă descurcați mai greu, atunci urmăriți întâi instrucțiunile de mai jos.)

#### Aplicații

Imaginați o combinație de resorturi care să fie folosită pentru măsurarea forțelor mari (între 5 și 10N).



Cum ați imagina construirea unui dinamometru pentru măsurarea forțelor mai mari, până la 100N?

### Instrucțiuni

1. Construiți diferite resorturi utilizând aceeași sârmă și același creion. Singura diferență între resorturi va trebui să fie numărul de spire. Construiți resorturi cu 5, 10, 15, 20 și 25 spire.
2. Pentru fiecare resort construit repetați ceea ce ați făcut la ultimul experiment și notați rezultatul măsurărilor pentru forță și alungire (efecțuați măsurătorile doar pentru forțe mici).
3. Notați rezultatele în tabel (pentru fiecare resort), reprezentați graficul și calculați CONSTANTA DE ELASTICITATE.
4. Alcătuiți un nou tabel cu rezultate pentru a determina constanta de elasticitate a fiecărui resort.
5. Acum reprezentați un grafic al constantei de elasticitate în funcție de numărul de spire.

### Concluzii

Dacă la început ați enunțat o ipoteză, trebuie să vă uitați la graficul vostru pentru a vedea dacă rezultatele experimentului susțin această ipoteză.

Există o relație între constanta de elasticitate și numărul de spire?

### Aplicații

1. Utilizați graficul vostru pentru a afla câte spire



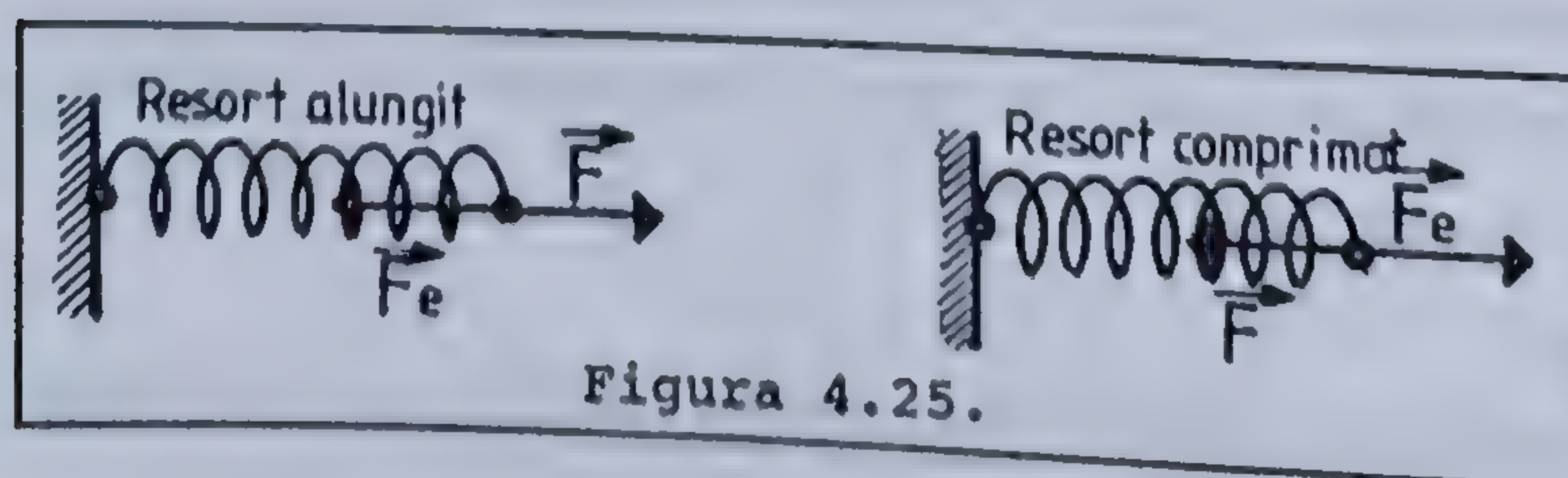
trebuie să aibă un resort cu constanta de elasticitate  $1\text{N/cm}$ . Dar unul cu  $0,2\text{N/cm}$ ?

2. Cum ați putea întrebuința unul din aceste arcuri, împreună cu o riglă, pentru a-l folosi (etalona) ca dinamometru cu scală liniară?
3. De ce scala va fi liniară?
4. Puteți utiliza rezultatele obținute în experimentele anterioare pentru a estima forța maximă pe care acest dinamometru ar putea să o măsoare? [întrebare dificilă]
5. Cum putem lega două resorturi pentru a realiza un dinamometru care permite creșterea:
  - sensibilității?
  - valorii forței maxime ce poate fi măsurată?

#### 4.8.6. Câteva precizări privind forța elastică

Am văzut că raportul  $F/\Delta l$ , care este caracteristic fiecărui resort deformat, se numește constanta elastică a resortului. În Sistemul Internațional ea se măsoară în newtoni pe metru  $[k]_{SI} = \text{N/m}$ . Legea deformărilor elastice (Hooke) se poate scrie:

$$F = k \cdot \Delta l$$





Când un corp elastic (resort, figura 4.25.) este deformat, ia naștere o forță internă care are tendința să-l aducă înapoi la forma inițială.

Această forță din resort, numită forță elastică, își face echilibrul cu forța deformatoare (ca modul  $F_e = F$ , cele două forțe având sens contrar). Observăm că forța elastică din resort, are aceeași direcție, același sens și același modul cu reacțiunea la forța deformatoare. De aceea această din urmă forță (cu care resortul acționează asupra corpului care-l întinde) se numește forță elastică din partea resortului.

*Forța elastică este o forță ce ia naștere într-un corp deformat având tendința de a readuce corpul la forma inițială; ea are sens contrar deformării corpului, fiind proporțională cu aceasta:*

$$F_e = k \cdot \Delta l$$

#### 4.8.7. O proprietate deosebită a meselor

De ce un corp care atârnă de un arc (resort) stă pe loc?

Mai întâi să vedem de ce cade un corp atunci când îl lăsăm din mână.

RĂSPUNS: Pentru că există o forță de atracție a Pământului care acționează asupra corpului, numită greutatea corpului.

De ce corpul NU cade atunci când este atârnat de un arc (resort)? Și în acest caz există o forță de greutate, care acționează asupra corpului, dar mai există și o altă forță, în sus, datorată arcului (resortului).



De ce corpul nu se mișcă? Pentru că forța care acționează în sus, provenind de la arc are aceeași MĂRIME ca și greutatea, și cele două forțe dau o REZULTANTĂ NULĂ.

Deci un corp care atârnă de un arc este un exemplu de corp în repaus deoarece două forțe egale și opuse se comportă ca și cum nu există nici o forță.

Ce credeți despre următoarea ipoteză și explicație?

IPOTEZĂ: Ori de câte ori plasați un corp pe o masă orizontală, el va fi în repaus.

EXPLICAȚIE: Acest lucru este datorat faptului că toate mesele conțin, exact sub suprafața lor, un remarcabil dispozitiv computerizat care este invizibil ochiului uman. Exact în momentul în care puneți un televizor sau un alt corp pe masă, el calculează greutatea și aplică o forță care are exact aceeași mărime, dar în sus. Calculatorul din fiecare masă trebuie să fie corect în calculele sale, deoarece dacă aplică o forță care este doar puțin mai mică, obiectul va cădea prin masă! Iar dacă va aplica o forță care este puțin mai mare, el va împinge obiectul în sus și acesta va începe să zboare prin aer! Niciodată nu am văzut așa ceva, deci calculatoarele din mese sunt foarte bune!

Sunteți de acord cu această ipoteză? Sunteți de acord cu explicația? Credeți că este ceva greșit? Puteți găsi o explicație mai bună de ce un corp se află în repaus atunci când îl puneți pe o masă? (Ce s-ar întâmpla dacă ați pune un televizor pe o bucată enormă de burete?)



### **Rolul jucat de forțele elastice**

O forță exercitată de un corp, din cauza DEFORMĂRII sale, se numește forță ELASTICĂ. De exemplu, tragerea în sus, de către un resort, a unui corp care atârnă de el, este datorată forței elastice. Deasemeni, orice corp în repaus pe o masă (sau podea) este în ECHILIBRU din cauza unei deformări foarte mici a mesei (sau podelei) și a forței elastice care acționează asupra acelui corp. Când un muzician acționează asupra unei mici părți dintr-o coardă, această parte începe să se miște deoarece există forțe elastice de la celelalte părți ale aceleiași coarde.

### **Întindere și comprimare**

Când un corp este în repaus asupra lui acționează forțe a căror rezultantă este nulă. În cazurile cele mai simple există două forțe. Dacă aceste două forțe acționează asupra unor părți diferite ale corpului, acesta este ori turtit ori întins deoarece forțele acționează în direcții opuse. Deci, ne putem uita la orice corp în echilibru și observa dacă este ÎNTINS sau COMPRIMAT (turtit).

STATICA este o parte a mecanicii care se ocupă cu condițiile în care corpurile sunt în repaus. În general corpurile statice din jurul nostru, la fel ca și părți din ele, sunt ori în întindere ori în comprimare (de exemplu poduri, clădiri etc.).

### **Exemplu de corp comprimat:**

O bucată mică de plumb este fixată la capătul superior al unui pai lung de 10 cm. Pentru a-l menține vertical ne putem imagina o bucată de plastilină pusă în jurul capătului



de jos al  
paiului, acolo  
unde face  
contact cu masa  
(figura 4.26.).

Să ne ocupăm de  
pai: este în  
echilibru, deci  
este ori întins  
ori comprimat.

O forță egală  
cu greutatea  
plumbului  
acționează în  
jos asupra  
capătului  
superior al  
paiului.

Aceasta este o  
forță care  
strivește, deci  
paiul este  
comprimat.

Centimetrul din  
capătul de sus  
este comprimat,  
cm următor este  
comprimat... și

cm de la capătul

de jos, de la bază, este comprimat. Fiecare cm este

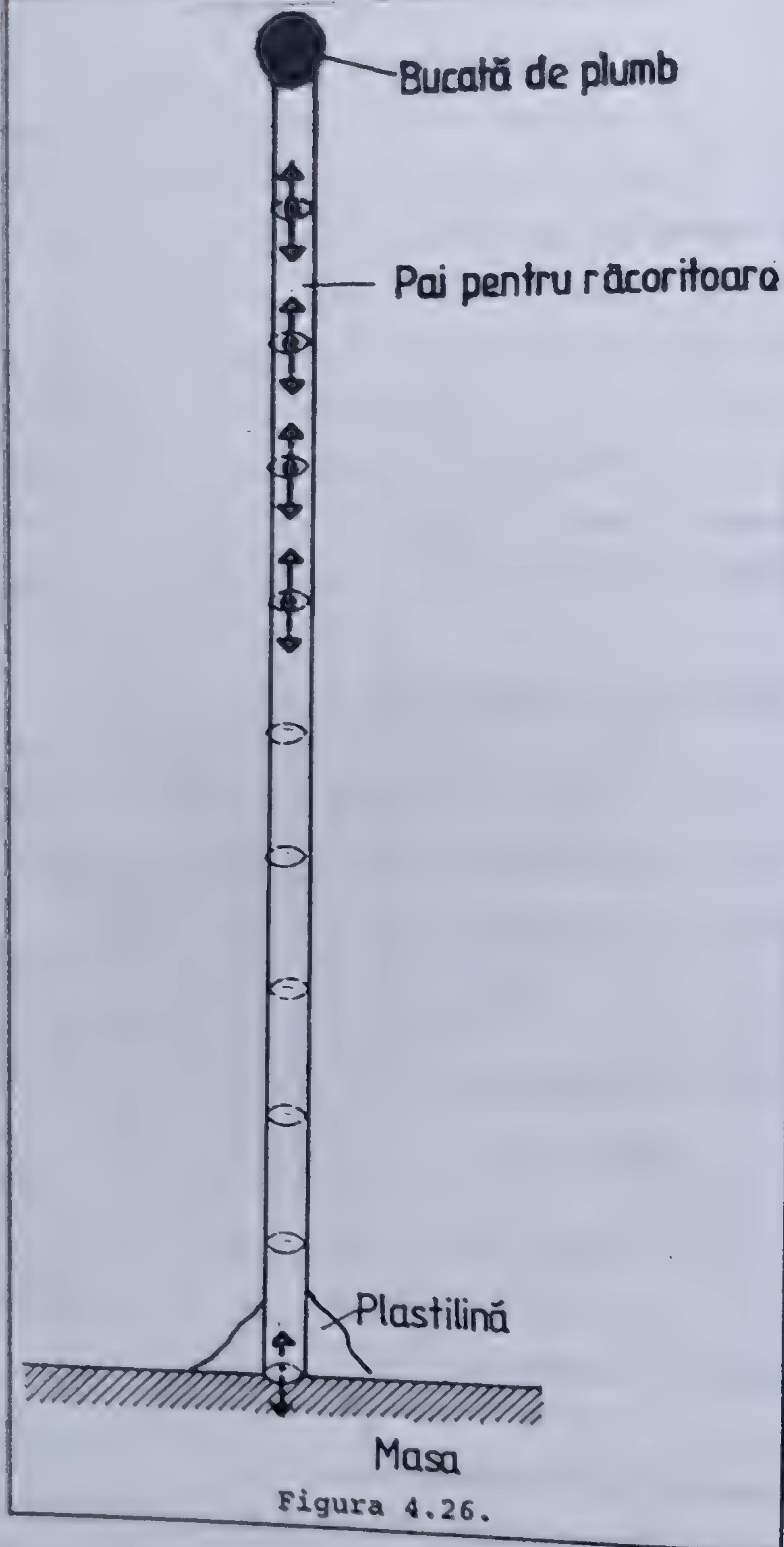


Figura 4.26.



împinge în jos de către cel de sus, și împinge în sus de către cel de dedesubt. Deasemenea, fiecare cm din pai împinge în jos ce este dedesubt și în sus ce este deasupra. Centimetrul de la baza paiului împinge în sus cm de pai de deasupra și în jos asupra mesei de dedesubt. Forța cu care paiul acționează asupra mesei, la fel ca toate celelalte forțe, are o mărime egală cu greutatea bucății de plumb.

#### Exemplu de corp întins

O bucată mică de plumb atârnă de capătul unui fir de ață lung de 10 cm. Capătul de sus al firului este legat de mânerul unei uși. În mod evident firul este în echilibru. O forță egală cu greutatea plumbului acționează în jos, la capătul inferior al aței. Aceasta este o forță de întindere: ața este întinsă. Fiecare cm (sau mm) al aței este tras la fiecare capăt. Fiecare bucățică de ață trage ața de deasupra și de dedesubtul ei. Toate aceste forțe au aceeași mărime. Primul cm de fir trage în jos asupra mânerului ușii și mânerul trage de primul cm al aței cu o forță egală cu greutatea plumbului.

**Tensiune.** Întinderea sau comprimarea există în fiecare părțică a unui fir de ață, (sau pai sau apartament de bloc, sau o persoană care stă în picioare, sau...). Se spune că în corpurile deformate există o tensiune. TENSIUNEA dintr-un corp reprezintă o noțiune mai generală decât forța: este un număr infinit de perechi de forțe care acționează asupra unui număr infinit de bucăți mici care alcătuiesc acel corp.



Oricare din aceste forțe, ca și forța exercitată asupra altui corp în punctul de contact, se numește FORȚĂ DE TENSIUNE ÎN FIR sau FORȚĂ DE TENSIUNE DATORATĂ FIRULUI (paiului, barei ...)

**Problemă:** Firul de ață și paiul de mai sus au avut o greutate neglijabilă; astfel, greutatea sa fiind foarte mică în comparație cu celelalte forțe, putem considera că este zero. Toate forțele din firul de ață au avut aceeași mărime, și tensiunea a fost aceeași în fiecare parte a firului. Ce puteți spune despre tensiunile ce apar în zidurile unei clădiri? Mărimile forțelor de comprimare de la bază sunt la fel cu mărimile forțelor de comprimare de lângă acoperiș? De ce clădirile vechi au zidurile de la bază mai groase?

**Răspuns:** Să considerăm un teanc de 9 cărămizi pe o suprafață foarte rezistentă. În mod evident, întregul teanc și fiecare cărămidă în parte sunt în echilibru. În afară de cărămida din vârf, toate cărămizile au o forță în jos care acționează pe suprafața lor superioară, provenind de la cărămizile de deasupra. Teancul, și fiecare cărămidă din el, este în compresie. Cărămida din mijloc are greutatea a 4 cărămizi care împing asupra ei. La rândul său împinge cărămida care se află deasupra ei cu o forță egală cu greutatea a 4 cărămizi. Ea împinge și cărămida de dedesubt cu o forță egală cu greutatea a 5 cărămizi, și în schimb este împinsă în sus cu o forță egală cu greutatea a 5 cărămizi. Diferența dintre forțele de strivire de la marginile superioară și inferioară ale cărămizii din mijloc este egală cu greutatea cărămizii. Pentru cărămizile care sunt spre baza teancului,



forța de compresie devine din ce în ce mai mare. La baza teancului forțele de comprimare sunt egale cu greutatea întregului teanc. Exact la capătul superior nu există compresie. Concluzia are caracter general: ori de câte ori un obiect este plasat pe o suprafață, el se află sub o compresie neuniformă datorită greutății materialului din care este făcut. Din acest motiv zidurile vechilor clădiri sunt mai groase la bază.



## 5. PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE

Mecanica clasică a fost elaborată în cea mai mare parte a ei de Isaac Newton în anul 1687 și de aceea se mai numește și MECANICĂ NEWTONIANĂ. Ea se bazează pe trei legi foarte generale, numite principii. Ulterior, acestea au fost completate cu încă două principii, astfel încât toate legile mecanicii clasice se deduc din aceste principii. Vom prezenta, pe scurt, primele trei principii.

### 5.1. PRINCIPIUL INERȚIEI (PRIMUL PRINCIPIU AL MECANICII NEWTONIENE)

Observând cu atenție mișcarea corpurilor înconjurătoare, putem ajunge la concluzia următoare, cunoscută sub numele de principiul inerției:

Există sisteme de referință față de care un corp își menține starea de mișcare rectilinie și uniformă în care se găsește inițial dacă asupra lui nu acționează alte corpuri (sau dacă rezultanta tuturor forțelor ce acționează asupra lui este nulă).

Un sistem de referință în care este valabil principiul inerției se numește sistem de referință inerțial. Sistemele de referință inerțiale au totdeauna, unele față de altele, o mișcare rectilinie și uniformă.



Inerția poate fi înțeleasă și ca proprietatea corpurilor de a se opune schimbării stării de mișcare. Deși toate corpurile au această proprietate, se poate constata ușor că unele corpuri se opun mai puternic și altele mai slab tentativei de a le schimba starea de mișcare. Inerția este o proprietate fizică măsurabilă. În consecință ea definește o mărime fizică numită masă (masă inerțială):

*Massa este mărimea fizică ce măsoară inerția unui corp.*

## 5.2. PRINCIPIUL FUNDAMENTAL (PRINCIPIUL AL DOILEA AL MECANICII)

### 5.2.1. Forța rezultantă și mișcarea

Cazul când forța rezultantă asupra unui corp este nulă

Se știe că gheața este foarte netedă. După ce un jucător de hochei lovește pucul, forța rezultantă care acționează asupra pucului este egală cu forța de frecare care are o valoare foarte mică. Cum se mișcă pucul pe gheață? Dacă nu ar fi fost frecare, el ar fi continuat să se miște la nesfârșit în aceeași direcție, deplasându-se exact cu același număr de metri în fiecare secundă. Deci pucul s-ar fi deplasat cu o viteză constantă la fel de mare ca și cea inițială imprimată de forța rezultantă care a acționat asupra lui.

Există multe exemple de corpuri care au o viteză constantă și asupra cărora acționează o forță rezultantă nulă. Majoritatea o reprezintă corpurile care au viteza zero și stau nemișcate. Un alt exemplu este întâlnit deja de voi



când ați studiat frecarea; atunci ați împins diferite corpuri de-a lungul mesei cu ajutorul unui dinamometru și ați asigurat forța necesară pentru a menține corpul în mișcare cu o viteză constantă. Când forța care trage a fost egală (dar opusă ca sens) cu forța de frecare, forța rezultantă a fost nulă.

#### Cazul când forța rezultantă nu este zero

În experimentul următor veți trage un corp cu o forță puțin mai mare decât forța de frecare și veți observa mișcarea corpului. Va trebui să repetați acest lucru de câteva ori deoarece este destul de greu ca dinamometrul să fie tras astfel încât forța de tracțiune să rămână constantă. Acesta este un experiment CALITATIV pentru că doar veți descrie mișcarea, fără să măsurați caracteristicile ei.

#### Instrucțiuni

1. Trageți un corp de-a lungul mesei cu o viteză constantă și notați indicația dinamometrului ca fiind o estimare a forței de frecare de alunecare.

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: FORȚA REZULTANTĂ ȘI MIȘCAREA - STUDIU CALITATIV		
Forța care trage	Forța rezultantă	Mișcarea
$F_f$	0	viteza constantă
$F_f + 0,5N$	0,5N	
$F_f + 1N$	1N	



2. Trageți același corp cu o forță mai mare cu 0,5N decât forța de frecare de alunecare.
3. Trageți același corp cu o forță mai mare cu 1N decât forța de frecare de alunecare.

### Observații

Probabil ați observat că viteza corpului s-a mărit atunci când o forță rezultantă a acționat asupra sa. Poate ați observat cum corpul și-a mărit viteza mult mai repede atunci când forța a fost mai mare. Este evident faptul că viteza s-a mărit în sensul în care se mișca corpul și acționa forța rezultantă.

### Relația dintre accelerație și forța rezultantă

Când forța rezultantă este zero accelerația este zero. Dacă forța rezultantă asupra unui corp crește, atunci și accelerația lui crește. De fapt, dacă forța rezultantă este dublată, atunci și accelerația se dublează. Dacă forța rezultantă care acționează asupra corpului crește de 4 ori și jumătate atunci și accelerația crește de 4 ori și jumătate. Deci, putem spune că mărimea accelerației este proporțională cu forța rezultantă ( $a \sim F$ ).

### Relația dintre masă și accelerație

Dacă un puc cu masa de 0,5 kg este împins de-a lungul gheții cu o forță constantă, el accelerează. Dacă un puc cu masa de 1 kg este împins cu o forță de aceeași mărime, el de asemenea accelerează. Credeți că accelerațiile vor fi egale? Dacă o forță de 1N acționând asupra unui puc de 0,5 kg, îl face să accelereze cu  $1\text{m/s}^2$ , care va fi accelerația atunci când aceeași forță acționează asupra unui puc de



1 Kg? (Puteți încerca să trageți corpuri cu mase diferite cu aceeași forță rezultantă, întrebuintând un dinamometru).

Când aceeași forță acționează asupra a două corpuri, dintre care unul are masa dublă în comparație cu celălalt, ambele vor accelera, dar corpul cu masa dublă va avea doar jumătate din accelerația celuiilalt corp.

Dacă o forță de 1N acționează asupra unui puc de 4kg și accelerația va fi  $\frac{1}{4} \text{m/s}^2$ , atunci un puc de 10kg va accelera cu  $\frac{1}{10} \text{m/s}^2$  sub acțiunea unei forțe de 1N.

În concluzie, corpuri de mase diferite capătă, sub acțiunea unor forțe egale, accelerații care sunt invers proporționale cu masele acestor corpuri.

$$a \sim \frac{1}{m}$$

Combinând cele două relații la care am ajuns, putem scrie:

$$a \sim \frac{F}{m} \text{ sau, } F \sim m \cdot a$$

### 5.2.2. Principiul fundamental - observații și enunț

Dacă asupra unui corp nu acționează nici o forță, atunci acesta, conform principiului inerției, se va mișca cu viteză constantă. Dacă asupra corpului acționează o forță, atunci corpul se va mișca accelerat, adică viteza lui va suferi modificări. Aceste modificări se referă la modulul vitezei, la direcția acesteia sau la amândouă simultan. Între accelerația pe care o capătă corpul și forța care a acționat asupra corpului există o legătură simplă, care constituie de fapt „PRINCIPIUL FUNDAMENTAL AL MECANICII”:



Vectorul forță este egal cu produsul dintre masă și vectorul accelerație:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Observăm că acest principiu rămâne strâns legat de efectul dinamic al interacțiunii. Unitatea de măsură pentru forță în S.I. - Newtonul - se poate defini în conformitate cu acest principiu ca fiind forța care, aplicată unui corp cu masa de 1kg, îi imprimă o accelerație de 1m/s<sup>2</sup>.

### 5.3. PRINCIPIUL ACȚIUNILOR RECIPROCE (PRINCIPIUL AL TREILEA AL MECANICII NEWTONIENE)

*Dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță numită acțiune, atunci și al doilea corp acționează asupra primului cu o forță egală în modul, de aceeași direcție și de sens contrar, forță numită reacțiune.*

Întrucât corpurile acționează RECIPROC unele asupra altora, folosim termenul de INTERACȚIUNE.

#### Observație

În general acțiunea și reacțiunea nu se pot compune deoarece ele acționează asupra unor corpuri diferite. Totuși, dacă cele două corpuri fac parte dintr-un sistem, când studiem mișcarea sistemului și ansamblul de forțe care acționează asupra sistemului, putem compune aceste forțe, fiecare pereche acțiune - reacțiune dând rezultantă nulă.

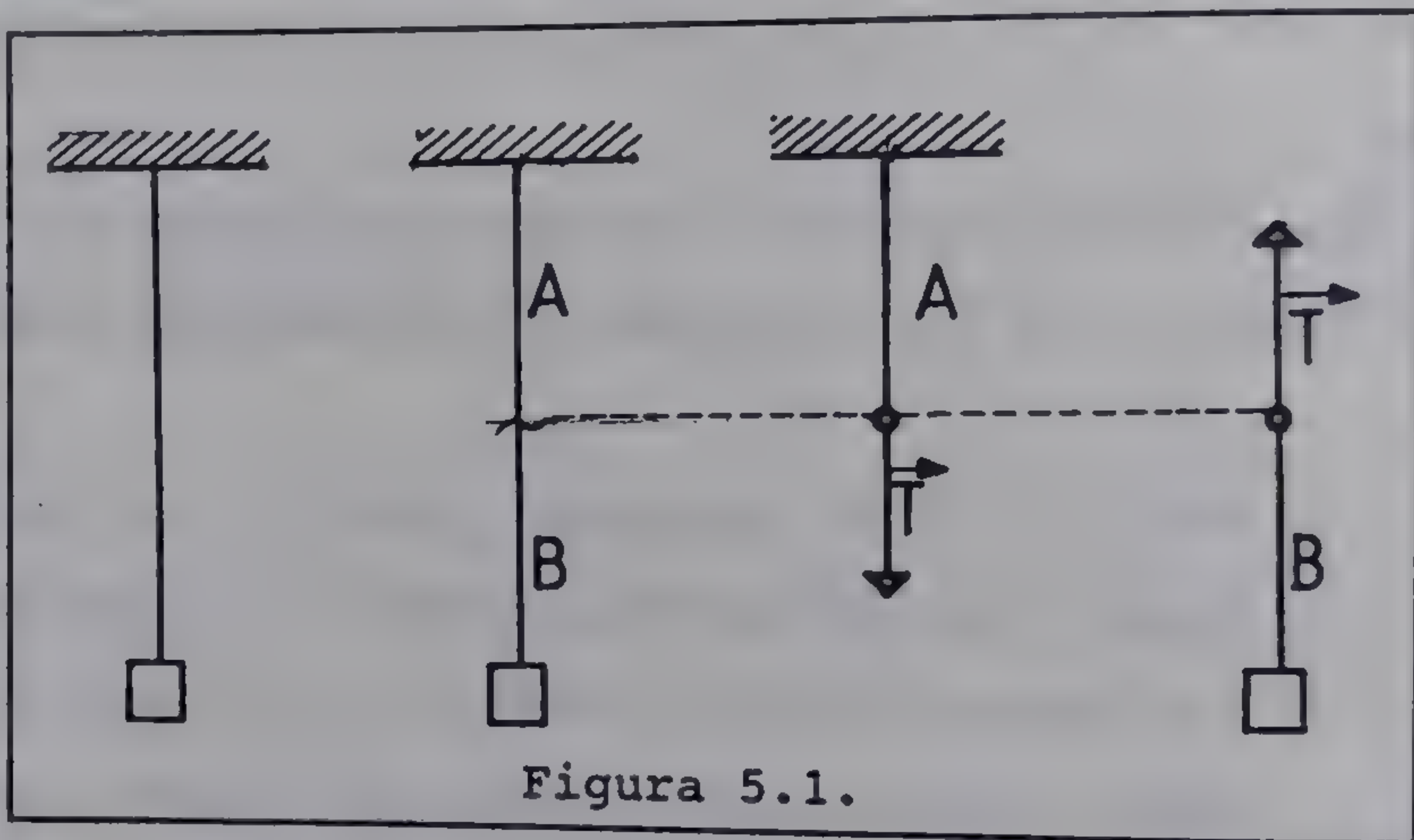


### 5.3.1. Tensiunea în fir

În paragraful 4.8.7. am văzut că în corpurile întinse sau comprimate (fire sau bare) apar forțe numite forțe de tensiune elastică.

Tensiunea dintr-un fir se poate găsi din punct de vedere practic prin intercalarea pe fir a unui dinamometru; indicația dinamometrului este tocmai tensiunea în fir. În

cazul problemelor, tensiunea în fir se poate găsi făcând mintal o tăietură (figura 5.1.) și introducând câte o forță la fie-



care capăt de fir ce se formează (forță care de fapt înlocuiește acțiunea celeilalte porțiuni). Cele două forțe de tip acțiune - reacțiune se consideră fiecare tensiune în fir și sunt orientate în lungul firului. Când masa firului și frecările acestuia se pot neglija, tensiunile dezvoltate în fir au aceeași valoare în tot lungul firului.

#### Aplicație

Un corp de masă  $m = 3\text{kg}$  se mișcă uniform, cu frecare, pe o suprafață orizontală. El este tras cu ajutorul unui fir de masă neglijabilă. Să se determine tensiunea în fir, dacă coeficientul de frecare are valoarea  $\mu = 0,2$ . ( $g = 10\text{N/kg}$ ).



## Rezolvare

Între corp și fir apare o interacțiune (firul trage de corp iar corpul trage și întinde firul). Acestei interacțiuni îi corespunde perechea de forțe acțiune-reacțiune  $\vec{T}$  și  $\vec{T}'$  (figura 5.2.), unde  $\vec{T}'$

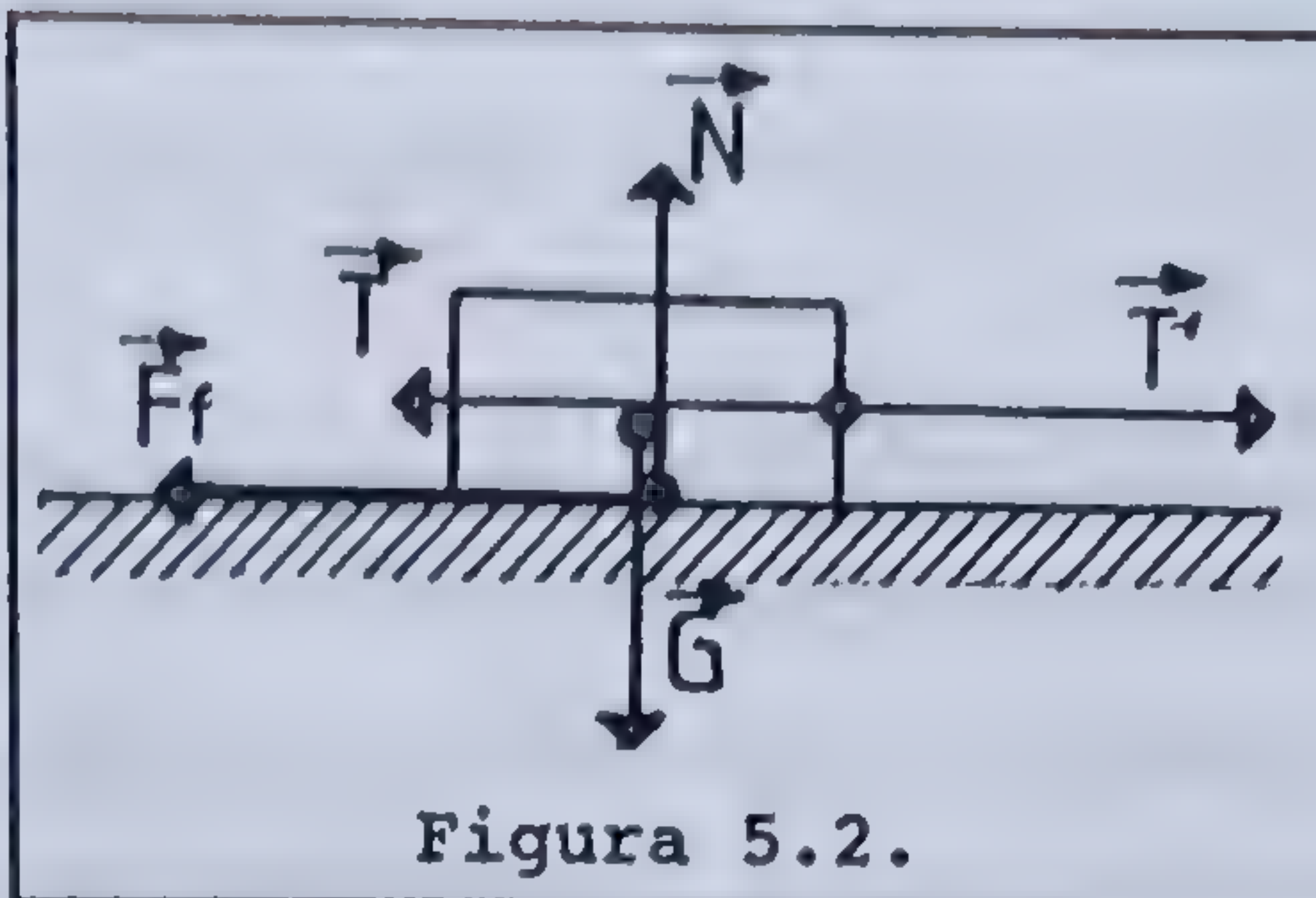


Figura 5.2.

este forța cu care firul trage de corp (tensiunea din partea firului) iar  $\vec{T}$  forța cu care corpul trage de fir (tensiunea la capătul firului). Asupra corpului acționează forțele  $\vec{T}'$ ,  $\vec{F}_f$ ,  $\vec{N}$  și  $\vec{G}$ . Pe verticală, întrucât corpul nici nu urcă, nici nu coboară,  $\vec{N} + \vec{G} = 0$ , deci cele două forțe sunt de sens contrar și egale în modul:  $N = G = m \cdot g$ . Pe orizontală  $\vec{T}' + \vec{F}_f = 0$  deoarece corpul nu are accelerație (rezultanta tuturor forțelor este nulă:  $\vec{T}' + \vec{F}_f + \vec{N} + \vec{G} = 0$  și cum ultimile două se anulează reciproc rămân să se anuleze și  $\vec{T}'$  cu  $\vec{F}_f$ ). Dar  $\vec{T}$  și  $\vec{T}'$  sunt egale în modul și de sens contrar, deci:  $\vec{T} = \vec{F}_f$ . Ca mărime, putem scrie pentru tensiunea în fir:

$$T = F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot G = \mu \cdot m \cdot g$$

Numeric:  $T = 0,2 \cdot 3\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 6\text{N}.$

## Observație

Tensiunea elastică într-un corp deformat este, în general o mărime mai complexă decât cea vectorială (se numește mărime tensorială).

În unele cazuri particulare (de exemplu: pai comprimat, fir întins etc.) ea se poate trata vectorial.



## 6. LUCRUL MECANIC. PUTEREA MECANICĂ.

### 6.1. CUM AR FI FOST PLĂTIȚI INCAȘII

Piramidele incașilor din America de Sud au fost construite într-o perioadă foarte mare de timp. Au fost implicate forțe uriașe deoarece blocurile de piatră erau foarte grele și forțele de frecare care se opuneau mișcării de-a lungul terenului erau de asemenea foarte mari. În plus, blocurile de piatră trebuiau să fie deplasate pe distanțe mari.

Dacă incașii ar fi fost plătiți pentru munca lor, acest lucru ar fi constituit o problemă de fizică foarte interesantă.

Unii oameni cred că la construirea acestor piramide au fost implicate ființe cu o civilizație superioară, venite de pe altă planetă. Dacă aceste ființe superioare ar fi putut măsura forțele aplicate de fiecare incaș, cum i-ar fi putut plăti pentru a-i încuraja să lucreze mai mult? Dacă i-ar fi plătit doar luând în considerare timpul cât a lucrat fiecare, cei leneși și slabi ar fi primit aceiași bani ca și cei harnici și puternici. Dacă ar fi plătit o anumită sumă pentru fiecare newton de forță pe care un incaș a aplicat-o, acest lucru nu ar fi ținut cont de faptul dacă el a mișcat forța pe o distanță mare sau mică. Dacă i-ar fi plătit ținând cont doar de distanță, acest lucru nu ar fi avut în vedere dacă incașii au acționat cu o forță mare sau una mică. Probabil că cea mai bună modalitate ar fi fost de a plăti fiecăruia totalul „(forță) X (distanța efectuată)“.



De exemplu, dacă un incaș a ajutat la mișcarea unui bloc de piatră în sus, aplicând o forță de 400N pe o distanță de 2m, el trebuia plătit pentru un lucru de  $400\text{N} \times 2\text{m} = 800\text{Nm}$ .

În fizică, cantitatea „(forță) X (distanța parcursă)” se numește LUCRU MECANIC.

Un lucru mecanic de un „newton·metru” este numit un lucru mecanic de un joule.

Un incaș puternic ar fi putut efectua un lucru mecanic de 800J într-o secundă. Unul mai puțin puternic în 2 secunde.

Puterea unui om care mișcă un corp acționând cu o forță reprezintă lucrul efectuat în fiecare secundă (lucrul mecanic total efectuat împărțit la timp). Puterea corespunzătoare unui joule pe secundă (J/s) este numită watt (W).

## 6.2. LUCRUL MECANIC

Când spunem că cineva lucrează, gândim că acesta depune un efort pentru realizarea unui scop.

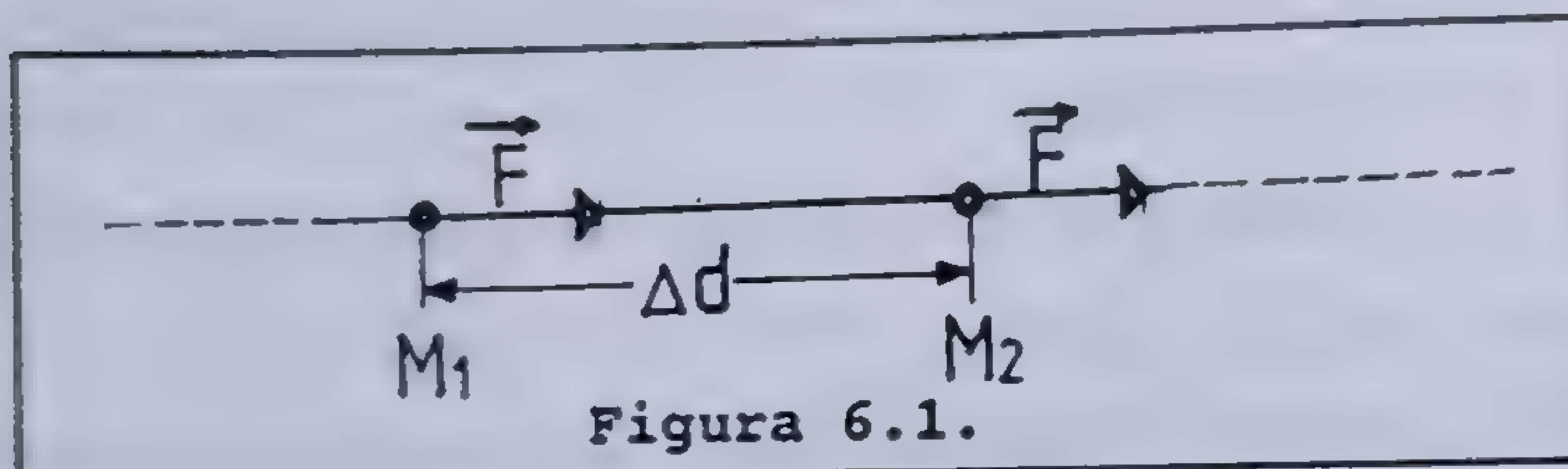
Să presupunem că avem de deplasat un cărucior pe o anumită porțiune. Efortul depus pentru această deplasare este proporțional nu numai cu forța aplicată dar și cu mărimea deplasării. Într-adevăr, dacă ne propunem să deplasăm căruciorul pe o distanță dublă, atunci efortul va fi de două ori mai mare.

În strânsă legătură cu efortul consumat pentru efectuarea unei activități fizice se definește mărimea fizică numită lucru mecanic.



Lucrul mecanic  $L$  al unei forțe constante  $F$  este mărimea fizică egală cu produsul dintre modulul forței ce acționează asupra punctului material pe direcția mișcării lui și deplasarea acestuia (figura 6.1.).

$$L = F \cdot \Delta d$$



Unitatea de măsură pentru lucru mecanic se numește Joule.

Din relația de mai sus rezultă că :  $[L]_{SI} = N \cdot m = J$

Un joule reprezintă lucrul mecanic efectuat de o forță constantă de 1N al cărei punct de aplicație se deplasează cu 1m în direcția și sensul acesteia.

O unitate de măsură mult utilizată (care nu aparține S.I.) este kilowattora, notată kWh:  $1kWh = 3.600.000J$ .

Noțiunea de lucru mecanic este strâns legată de cea de deplasare. Ea nu trebuie confundată cu cea de efort în sens biologic. De exemplu, dacă ținem în mână o căldare cu apă (fără a o deplasa), din punct de vedere biologic noi depunem efort, dar lucrul mecanic este nul datorită absenței deplasării. Nu mai vorbim de efortul intelectual, unde nu avem de-a face nici cu forțe, nici cu deplasări.

#### Observații

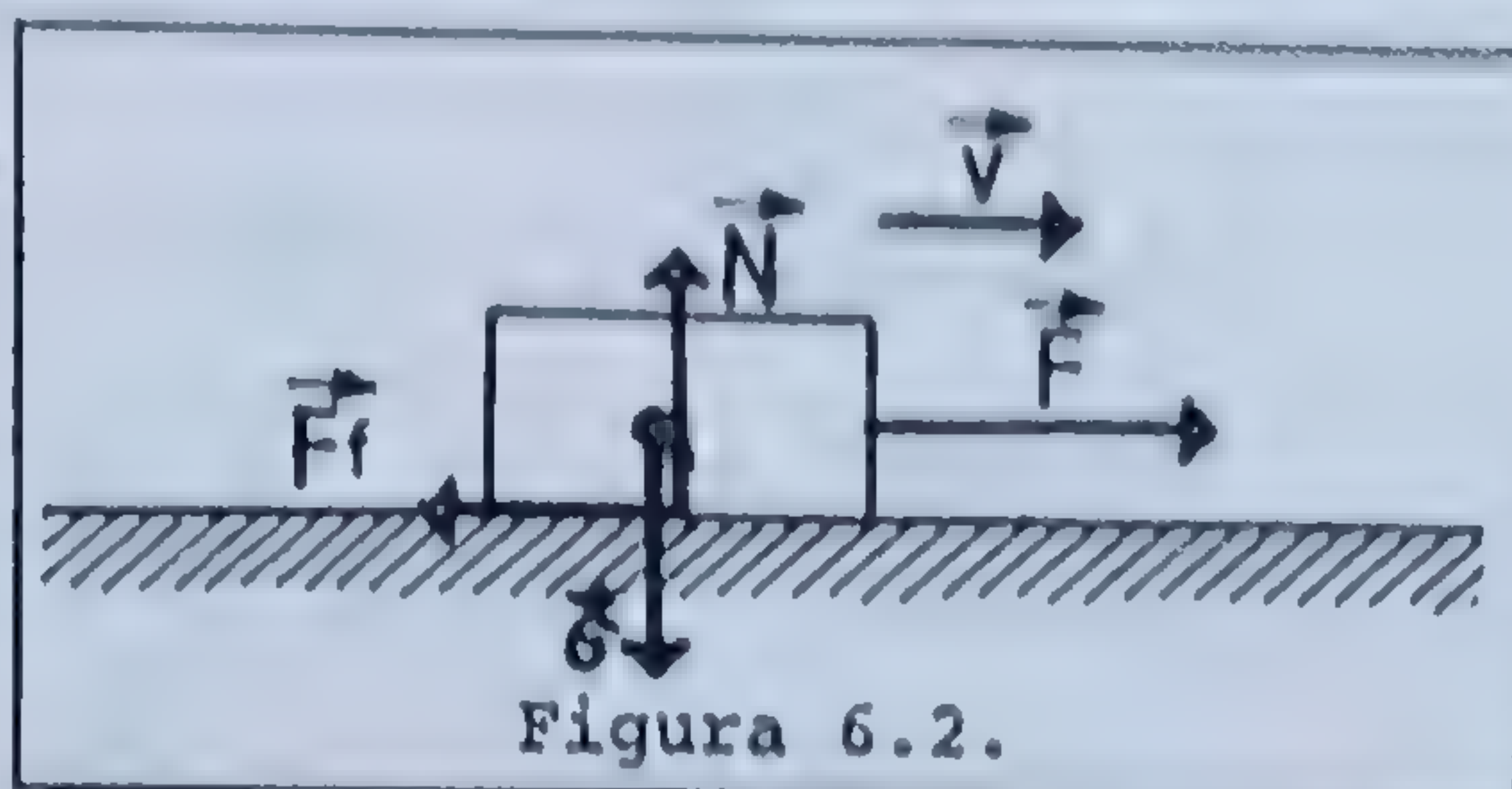
1. Lucrul mecanic este o mărime fizică scalară (forța și deplasarea intervin în definiția lucrului mecanic numai prin modulele lor).



2. Lucrul mecanic este al unei forțe (nu al unui corp). Pentru același corp, care are aceeași deplasare, putem defini mai multe lucruri mecanice.

De exemplu, pentru corpul din figura 6.2. avem:

$L_f$ : lucrul mecanic al forței de tracțiune;  $L_{ff}$ : lucrul mecanic al forței



de frecare;  $L_G$ : lucrul mecanic al greutății;  $L_N$ : lucrul mecanic al forței de reacțiune normală și  $L_R$ : lucrul mecanic al forței rezultante.

3. Unele mărimi fizice pot fi de stare iar alte mărimi de proces. Prin „starea” unui sistem fizic înțelegem toate proprietățile sale la un moment dat. De exemplu: masa, viteza, lungimea, volumul, densitatea unui corp sunt mărimi de stare. Mărimile de proces se referă la TRANSFORMAREA suferită de un sistem, adică la trecerea acestuia dintr-o stare în altă stare. LUCRUL MECANIC ESTE O MĂRIME DE PROCES!

4. Dacă forța nu acționează pe direcția deplasării, atunci o vom descompune în două componente, una paralelă cu deplasarea  $\vec{F}_{||}$  și alta perpendiculară pe deplasare  $\vec{F}_{\perp}$  (figura 6.3.).



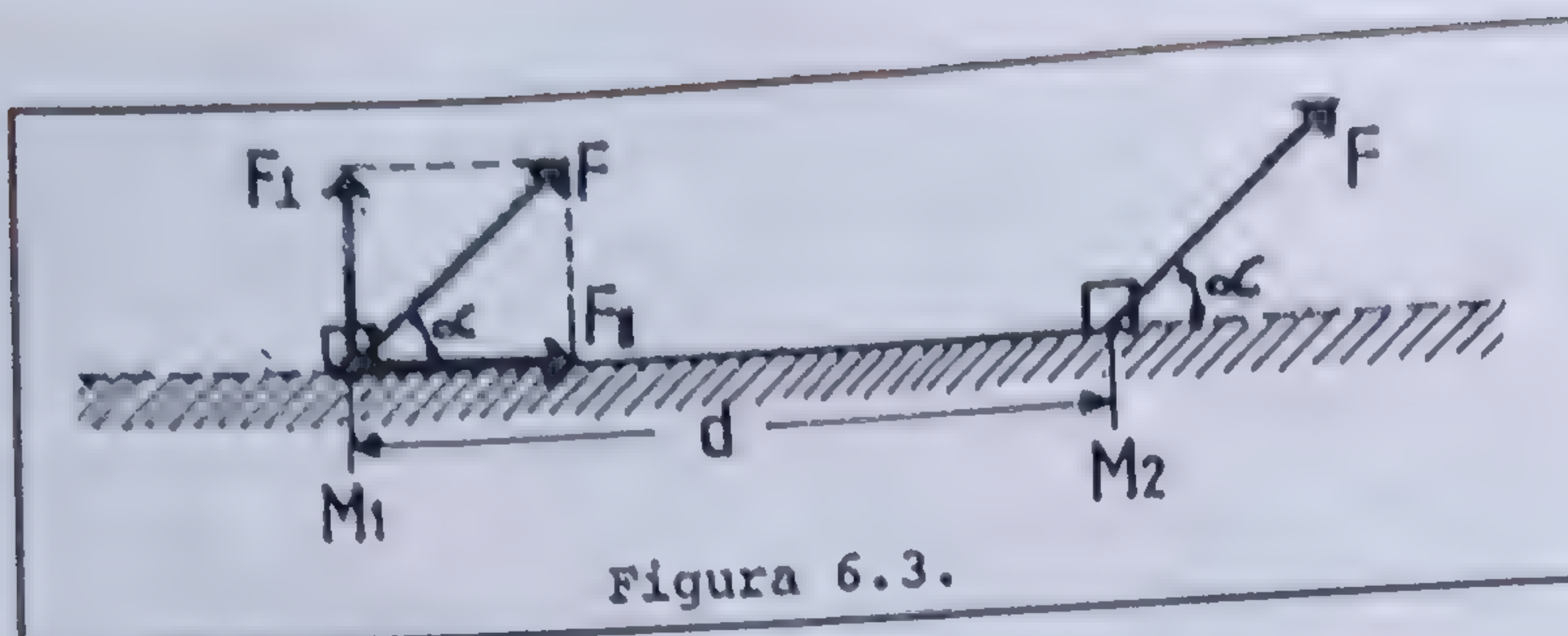


Figura 6.3.

Cum componenta  $F_{\perp}$  nu poate mișca corpul pe direcția deplasării, rezultă că lucru mecanic poate efectua numai componenta  $F_{\parallel}$ . Deci vom avea:

$$L_F = L_{F_{\parallel}}$$

Dar cum  $F_{\parallel} = F \cdot \cos \alpha$  putem scrie:

$$L_F = F_{\parallel} \cdot d = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Dacă  $F_{\parallel}$  are același sens cu deplasarea, prin convenție lucrul mecanic se consideră pozitiv (se numește lucru mecanic motor) iar dacă  $F_{\parallel}$  are sens contrar deplasării, lucrul mecanic se ia cu semnul minus (se numește lucru mecanic rezistent).

De exemplu, dacă forța de frecare se opune deplasării, atunci lucrul ei mecanic va fi rezistent ( $L = -F_r \cdot d < 0$ ). Această convenție de semn va fi necesară mai târziu (cap. „Energia mecanică”). Ea este în acord perfect cu semnul funcției cosinus ( $\cos \alpha > 0$ , pentru  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  și  $\cos \alpha < 0$  pentru  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ).

5. Lucrul mecanic este o mărime aditivă atât din punct de vedere al forței, cât și al deplasării. Aceasta înseamnă că:
  - a) Lucrul mecanic al forței rezultante este egal cu suma algebrică a lucrurilor mecanice a forțelor componente (toate relativ la aceeași deplasare):



$$L_R = L_{F_1} + L_{F_2} + \dots + L_{F_n} \quad (\text{unde: } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n)$$

- b) Lucrul mecanic al unei forțe corespunzând unei deplasări totale este egal cu suma lucrurilor mecanice ale aceleiași forțe corespunzătoare porțiunilor care alcătuiesc acea deplasare:

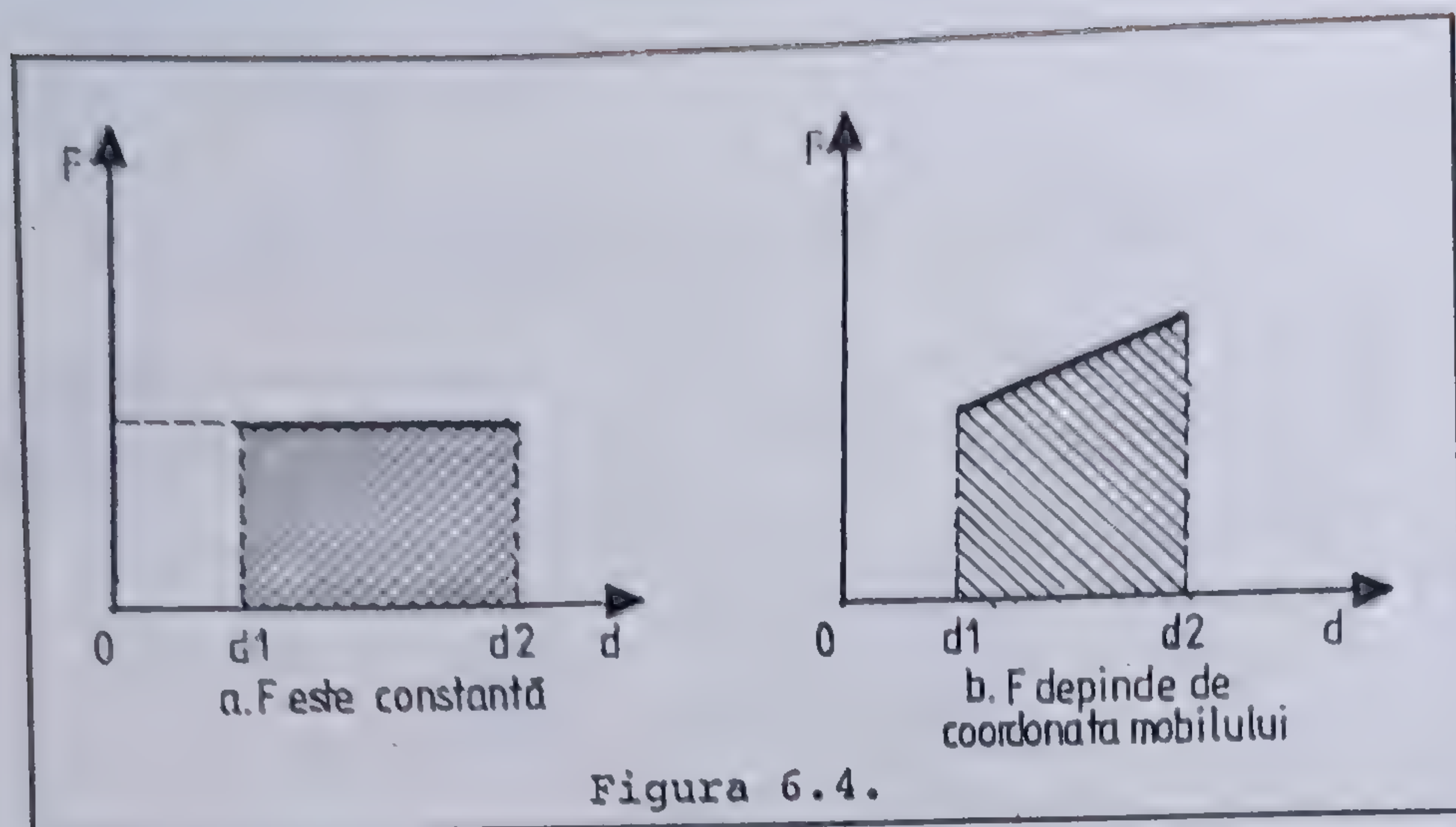
$$L_{\Delta d} = L_{\Delta d_1} + L_{\Delta d_2} + L_{\Delta d_3} \quad \text{unde:}$$

$$\Delta d = \Delta d_1 + \Delta d_2 + \Delta d_3$$

Intuitiv, prima proprietate arată că efortul total depus pentru învingerea forței rezultante este egal cu suma eforturilor depuse pentru învingerea fiecărei forțe componente (toate pentru aceeași deplasare). A doua proprietate arată că efortul depus pentru a deplasa un corp pe distanța totală este egal cu suma eforturilor depuse pe fiecare porțiune a deplasării.

6. Lucrul mecanic se poate interpreta geometric ca fiind egal cu aria figurii care se formează între graficul forței ca funcție de coordonata mobilului, axa abscisei și ordonatele corespunzătoare punctelor inițial și final în raport cu deplasarea (aria hașurată din figura 6.4.). În figură acest lucru este evident pentru că lungimea dreptunghiului este egală cu deplasarea mobilului ( $d_2 - d_1$ ) iar înălțimea acestuia reprezintă valoarea forței  $F$ .





### 6.3. PUTEREA MECANICĂ

#### 6.3.1. Definiție; unități de măsură.

Puterea mecanică este mărimea care ne indică cât de repede se efectuează un anumit lucru mecanic.

Să presupunem că motorul unui tramvai efectuează într-o secundă un lucru mecanic de  $10^5 \text{ J}$  iar motorul unei mașinuțe jucărie un lucru mecanic de  $10^6 \text{ J}$  timp de o lună. Faptul că al doilea lucru mecanic este mai mare decât primul nu înseamnă că mașinuța este mai puternică decât tramvaiul! Pentru a putea preciza care din cele două dispozitive dezvoltă o putere mai mare trebuie să urmărim lucrul mecanic efectuat de acestea în ACELAȘI INTERVAL DE TIMP. În practică se alege intervalul de timp egal cu unitatea. De exemplu dacă în intervalul de timp  $\Delta t = 7 \text{ s}$  sistemul fizic efectuează lucrul mecanic  $L$ , atunci în unitatea de timp ( $1 \text{ s}$ ) ar corespunde un lucru mecanic de 7 ori mai mic, adică  $L/\Delta t$ . Acest raport definește mărimea fizică numită putere mecanică  $P$ :



$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

Puterea mecanică este mărimea egală cu raportul dintre lucrul mecanic efectuat de un sistem fizic și intervalul de timp în care s-a efectuat acest lucru mecanic (puterea mecanică este numeric egală cu lucrul mecanic efectuat în unitatea de timp).

Unitatea de măsură a puterii în Sistemul Internațional se numește watt:

1W reprezintă puterea unui dispozitiv care efectuează în fiecare secundă un lucru mecanic de 1J:  $W=J/s$

În practică mai este tolerată o unitate veche de măsură, numită cal-putere (CP):  $1CP = 736W$

(Calul dezvoltă această putere numai când opintește din greu; în mod normal puterea unui cal este cam jumătate de CP; pentru comparație arătăm că motorul unei autoturism Dacia 1300 are  $54CP = 40kW$  iar o locomotivă are cca.  $2500CP = 1800kW$ ).

Puterea mecanică se mai poate exprima ca produsul dintre forță și viteză:

$$P = \frac{F \cdot \Delta d}{\Delta t} = F \cdot v$$

Relația de definiție a puterii ne permite să exprimăm lucrul mecanic ca produsul dintre putere și intervalul de timp corespunzător efectuării acestui lucru mecanic:

$$L = P \cdot \Delta t$$



Conform cu această relație putem defini acum kilowattora (vezi cap. 6.2.) ca fiind lucrul mecanic efectuat timp de 1 oră de un sistem care dezvoltă o putere constantă de  $1\text{kW}$  ( $1000\text{W}$ ).

De exemplu, energia electrică furnizată apartamentului în care locuiți este plătită după numărul de kilowattore consumate, citite pe contorul electric.

### 6.3.2. Măsurarea puterii unei persoane care aleargă pe scări în sus

Organizați o competiție pentru a compara puterea diferiților elevi care aleargă pe scări în sus (fig. 6.5.).

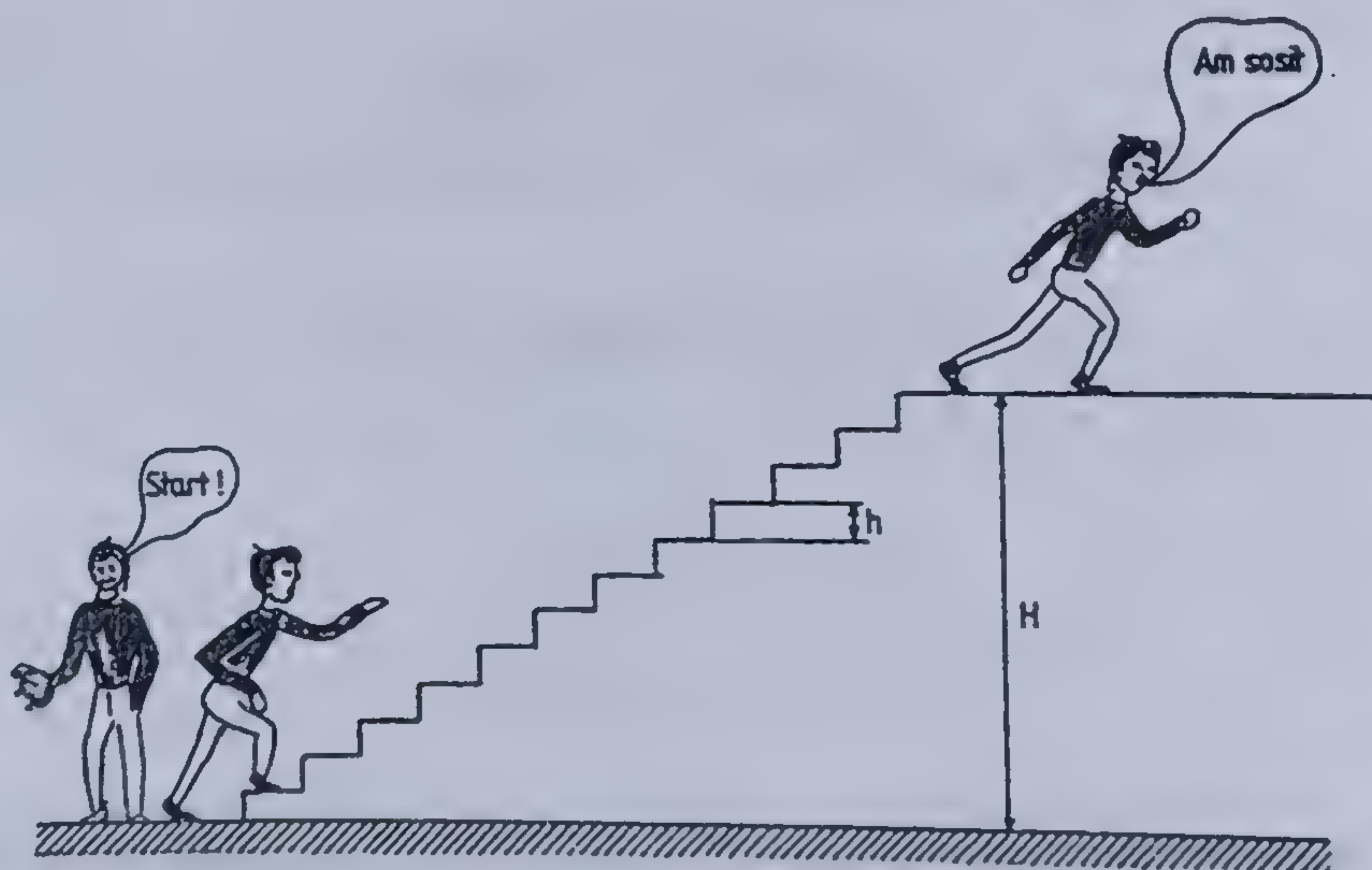


Figura 6.5.



## Instrucțiuni

1. Măsurați masa fiecărui elev. Pentru acest lucru puteți să vă duceți la cabinetul medical! Dacă nu, puteți doar estima masa fiecăruia.
2. Măsurați înălțimea scărilor pe care urmează să alergați în sus. O metodă ar fi să calculați înălțimea medie a unei trepte. Apoi numărați treptele până la capătul de sus și înmulțiți-l cu înălțimea unei trepte pentru a afla înălțimea totală. O altă metodă pe care ați putea să o întrebuințați este de a atârna un fir lung din capul scărilor până la baza lor, să faceți un semn pe el și să măsurați lungimea.
3. În continuare trebuie să vă hotărâți cum să măsurați timpul necesar fiecărui elev să parcurgă în fugă scările.

## Rezultate

DETERMINAREA ÎNĂLȚIMII SCĂRILOR	
Înălțimea a 5 trepte	
media înălțimii unei trepte (h)	
numărul de trepte (n)	
înălțimea scărilor (H)	



TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: MĂSURAREA PUTERII UNUI ELEV					
ELEVUL	MASA $m$ (kg)	GREUTATEA $G=m \cdot g$ (N)	LUCRUL MECANIC $L=G \cdot H$ (J)	TIMP $t$ (s)	PUTEREA $P=L/t$ (W)

### Discuții

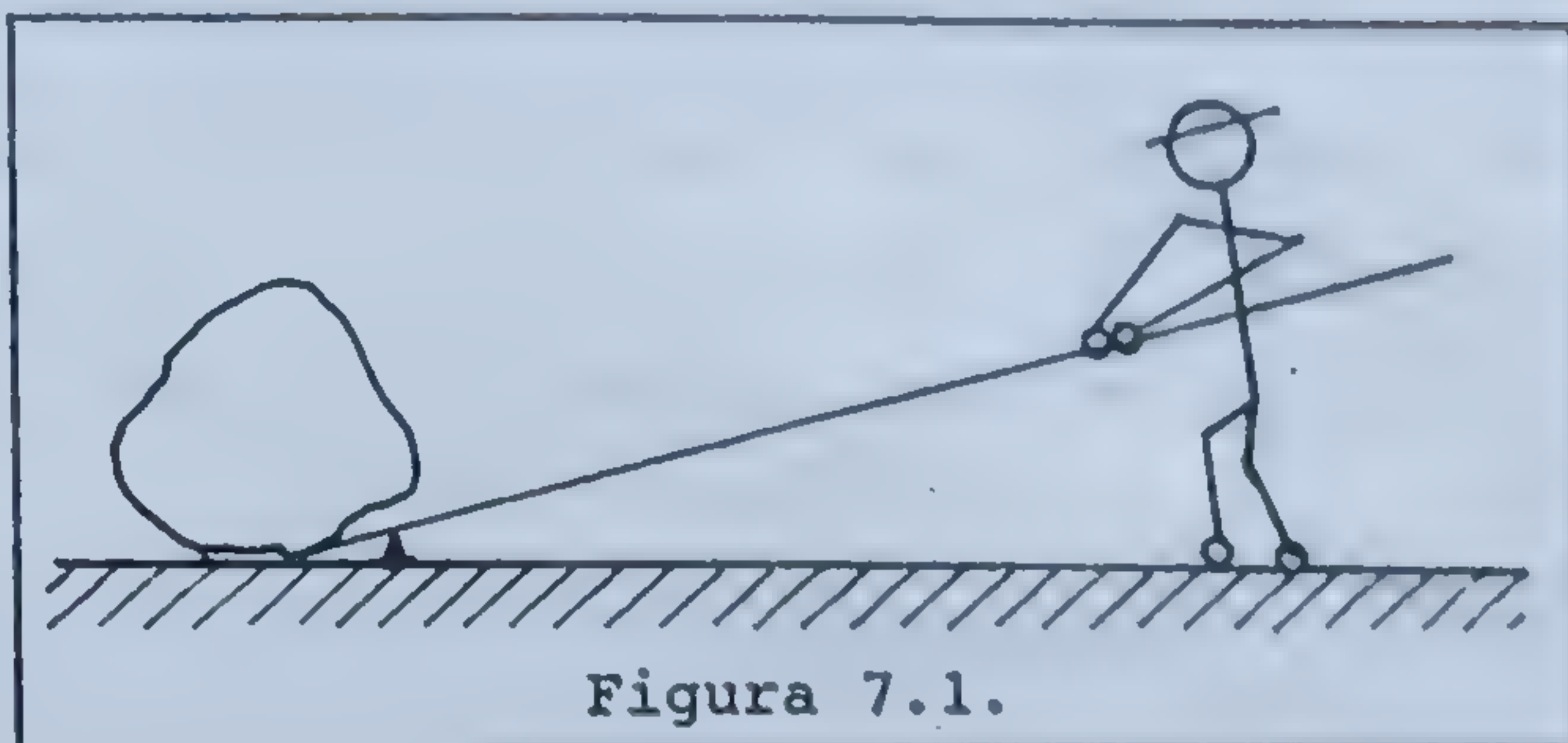
1. Care elev a fost cel mai puternic?
2. Care elev a efectuat cel mai mult lucru mecanic?
3. Este de așteptat ca cel mai puternic elev să fie cel cu talia mai mare?
4. Care a fost forța principală în experimentul vostru? Aceasta a fost singura forță care a intervenit? Credeți că acesta este exact lucrul mecanic pe care l-ați efectuat?



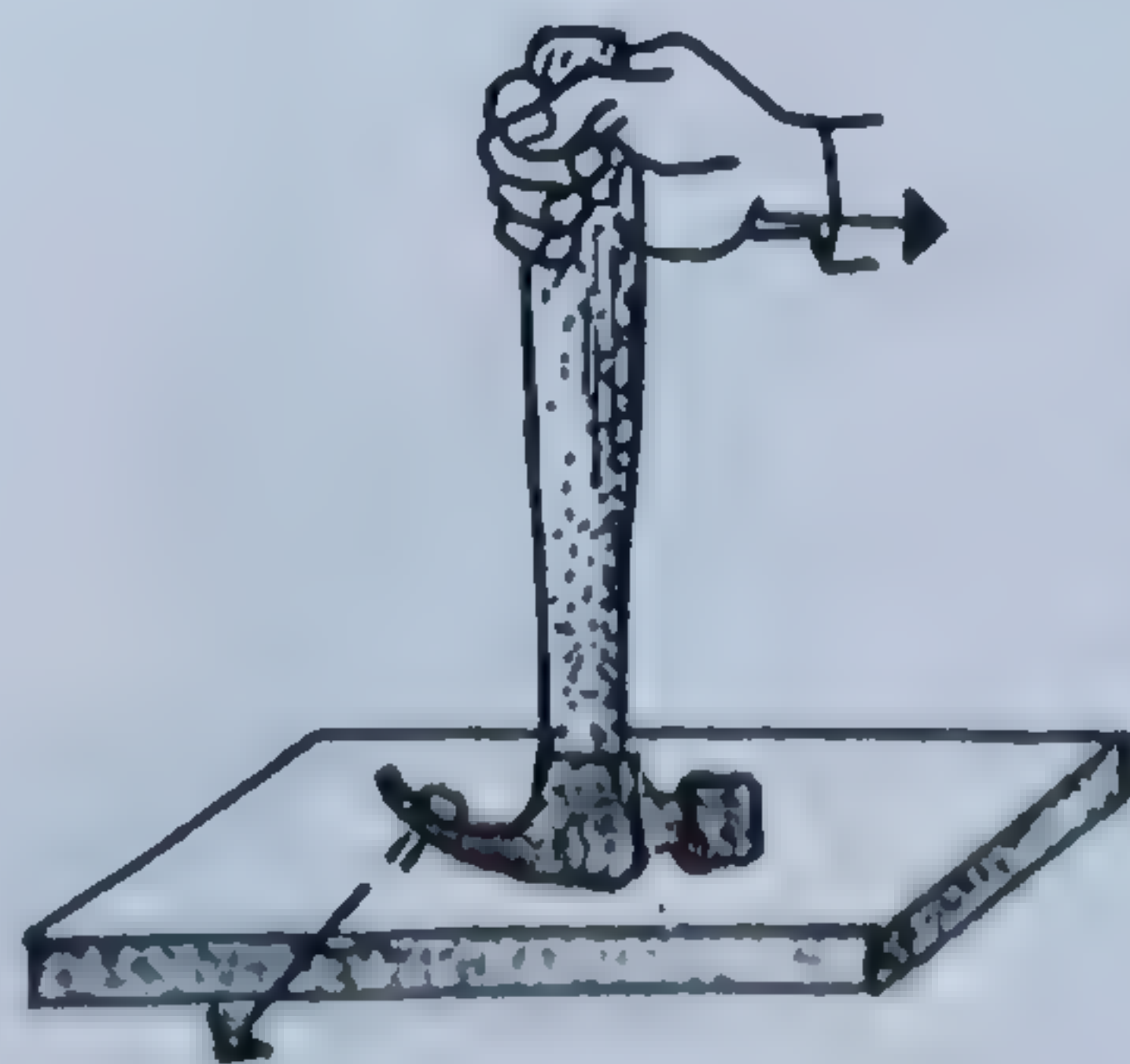
## 7. MECANISME SIMPLE

### 7.1. INTRODUCERE

Din cele mai vechi timpuri omul a observat că poate să-și ușureze munca folosind diferite obiecte: răngi, cuțite, topoare. (figura 7.1.)



Treptat s-au inventat și s-au construit o mare varietate de mecanisme, tot mai complexe. În componența oricărei mașini intră mecanisme de tipul pârghiilor, scripetilor, șuruburilor, planului înclinat, angrenajelor de roți dințate. Acestea se numesc mecanisme sau mașini simple; (figura 7.2.) vom studia în paginile următoare câteva din caracteristicile lor.

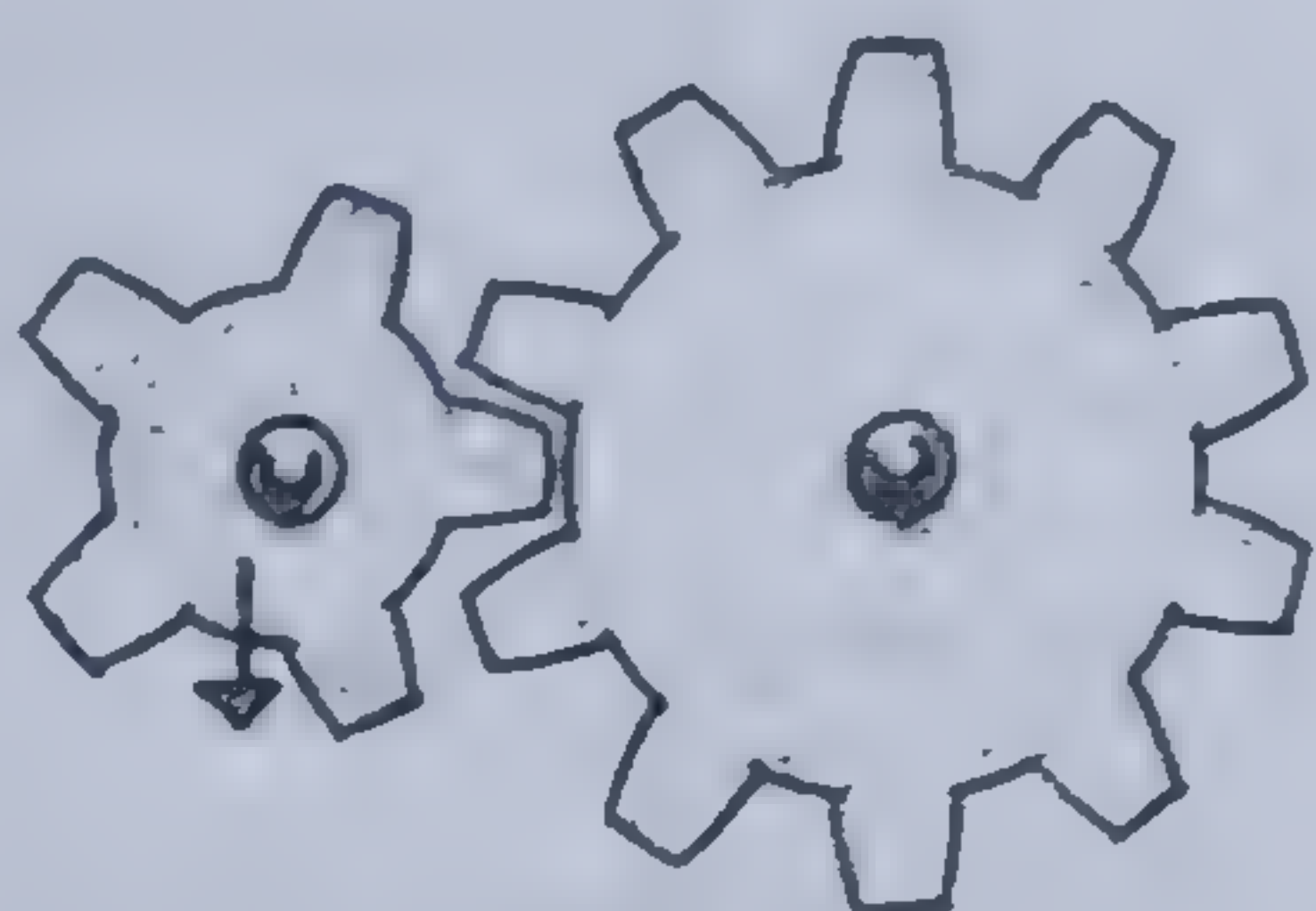


a. Ciocan de scos cuie

b. Clește de sport nuci

Figura 7.2. a și b

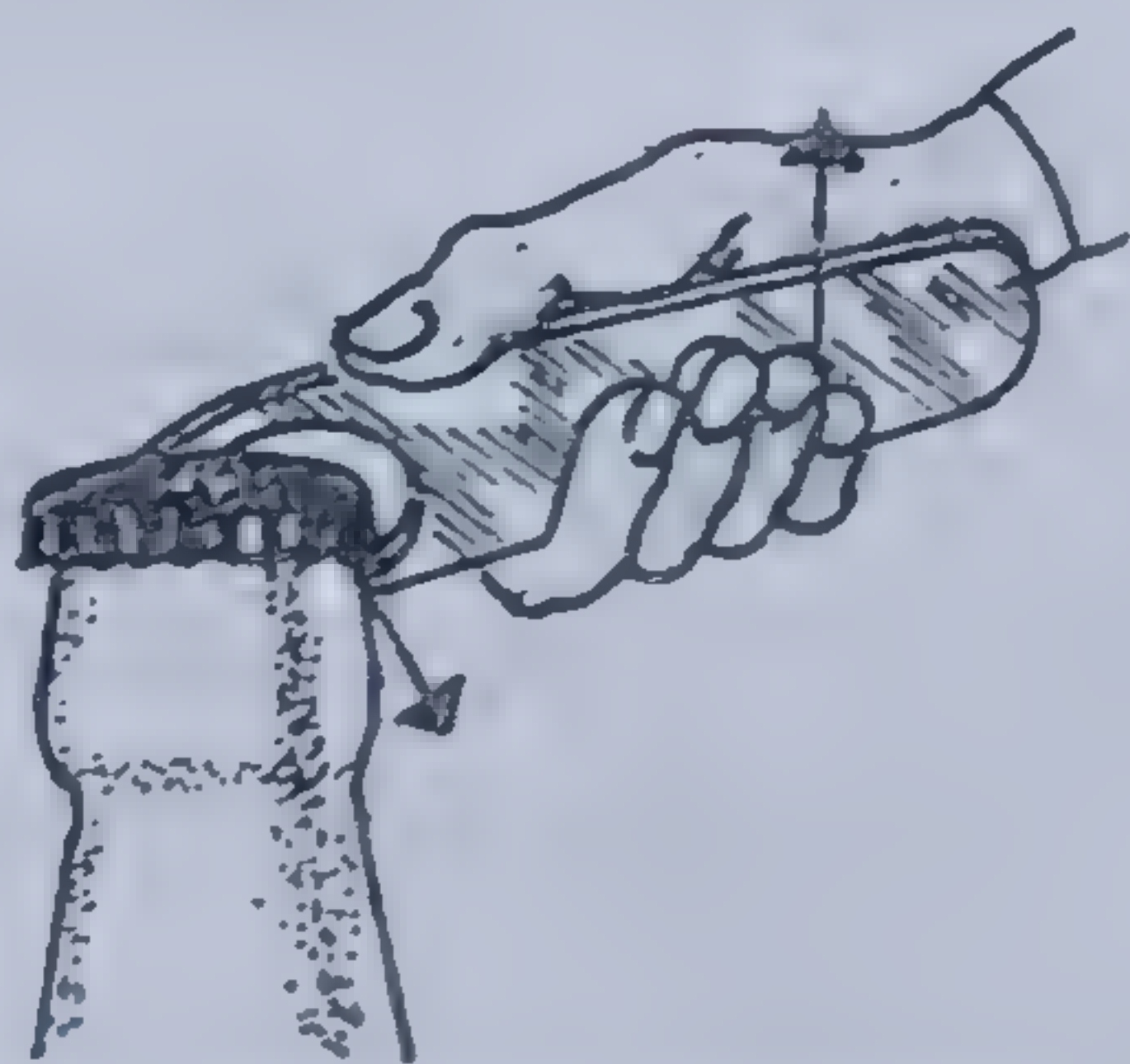




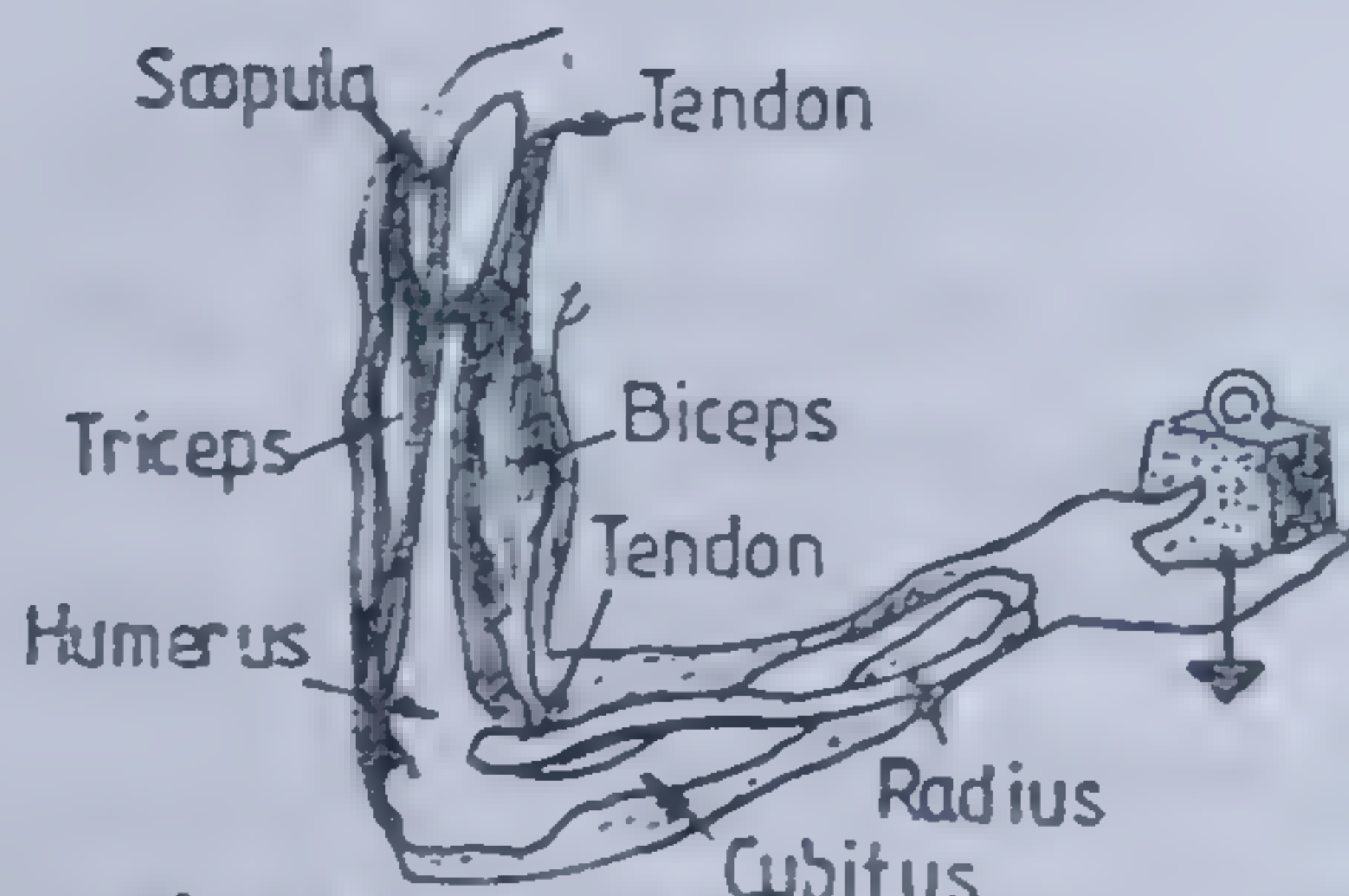
c. Roți dintate



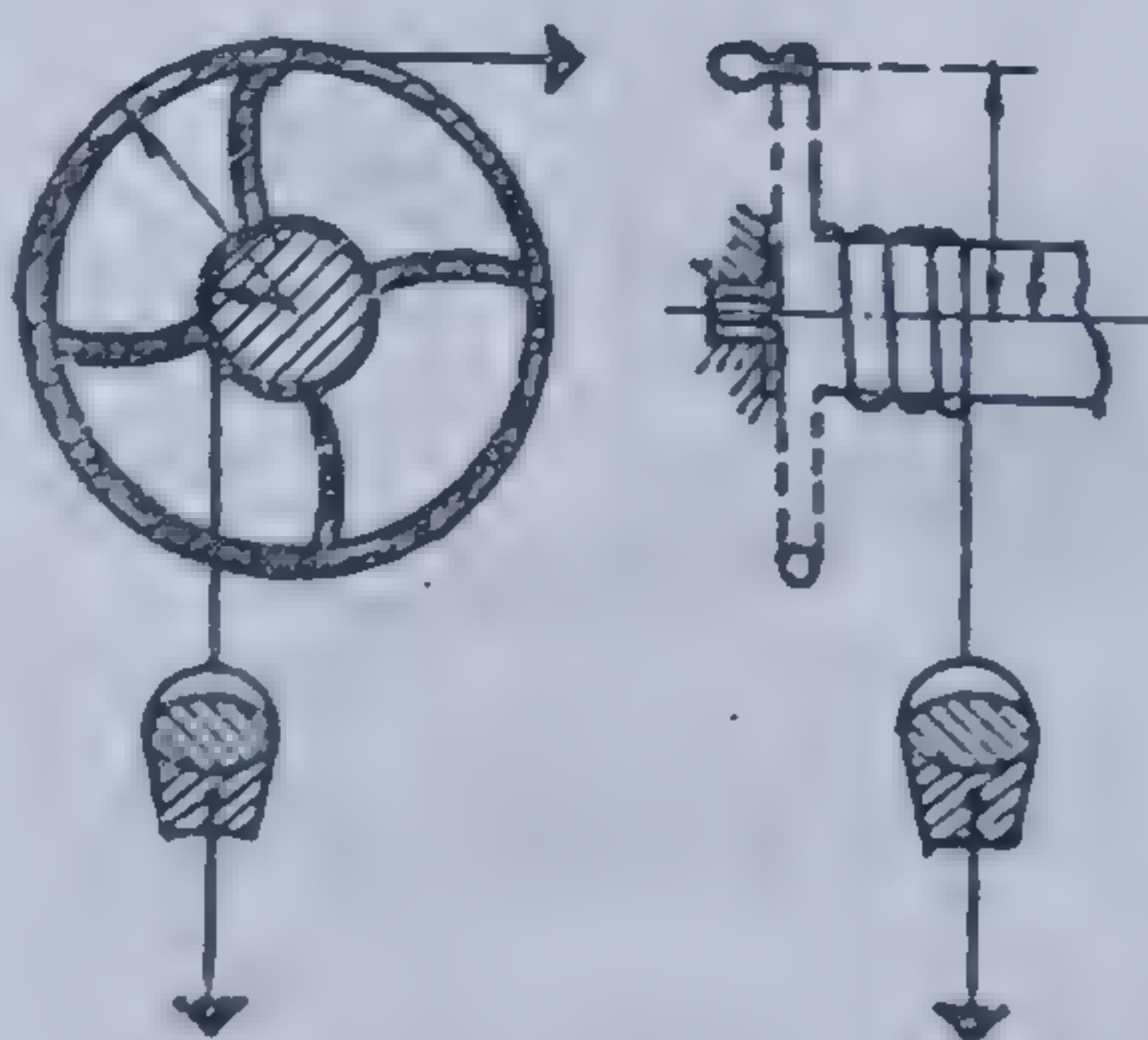
d. Undița



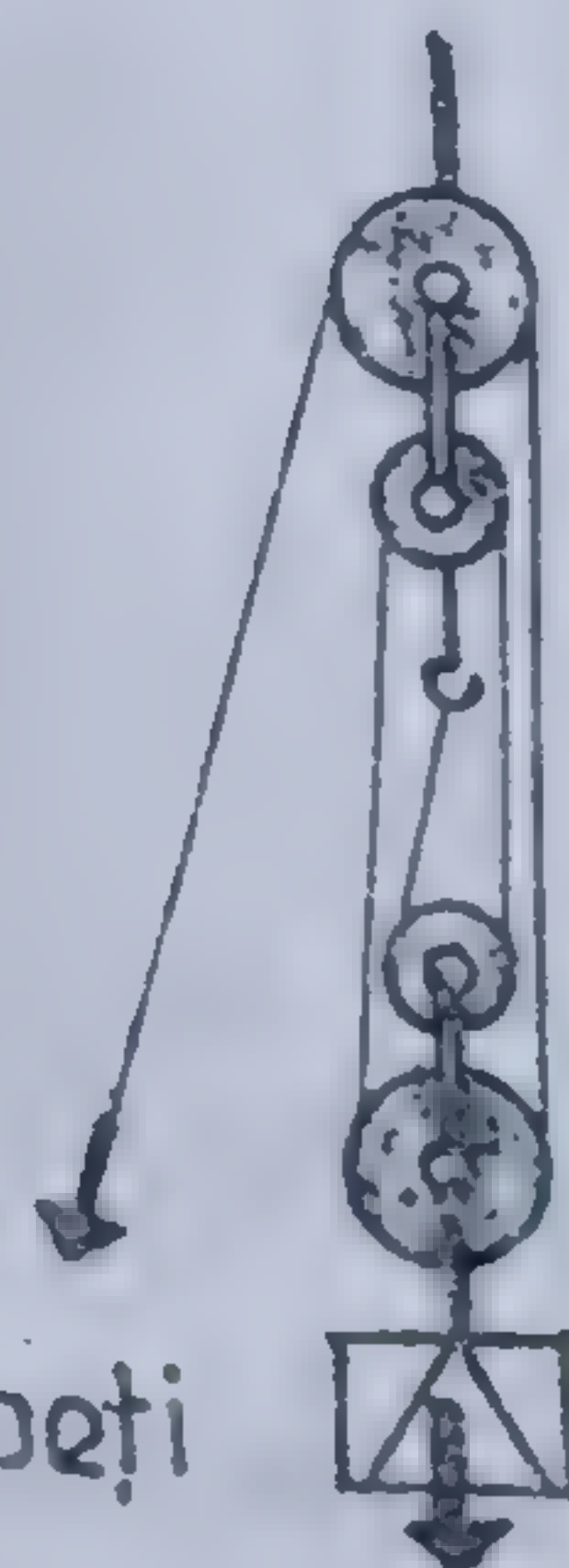
e. Deschizător de capace



f. Pîrghia mușchilor mîinii



g. Tamburul finfinii



h. Scripeți

Figura 7.2. c-h



## 7.2. PÂRCHII

### 7.2.1. Prezentare. Clasificare.

Pârghia este o bară rigidă care se poate roti în jurul unui punct de sprijin și asupra căreia se acționează prin două forțe:

- forța care trebuie învinsă  $R$  (numită forță rezistentă)
- forța  $F$  cu ajutorul căreia învingem rezistența (numită forță activă). (Facem precizarea că în punctul de sprijin ia naștere o forță de reacțiune din partea reazemului asupra pârghiei; în discuțiile ce vor urma nu ne vom referi la această forță).

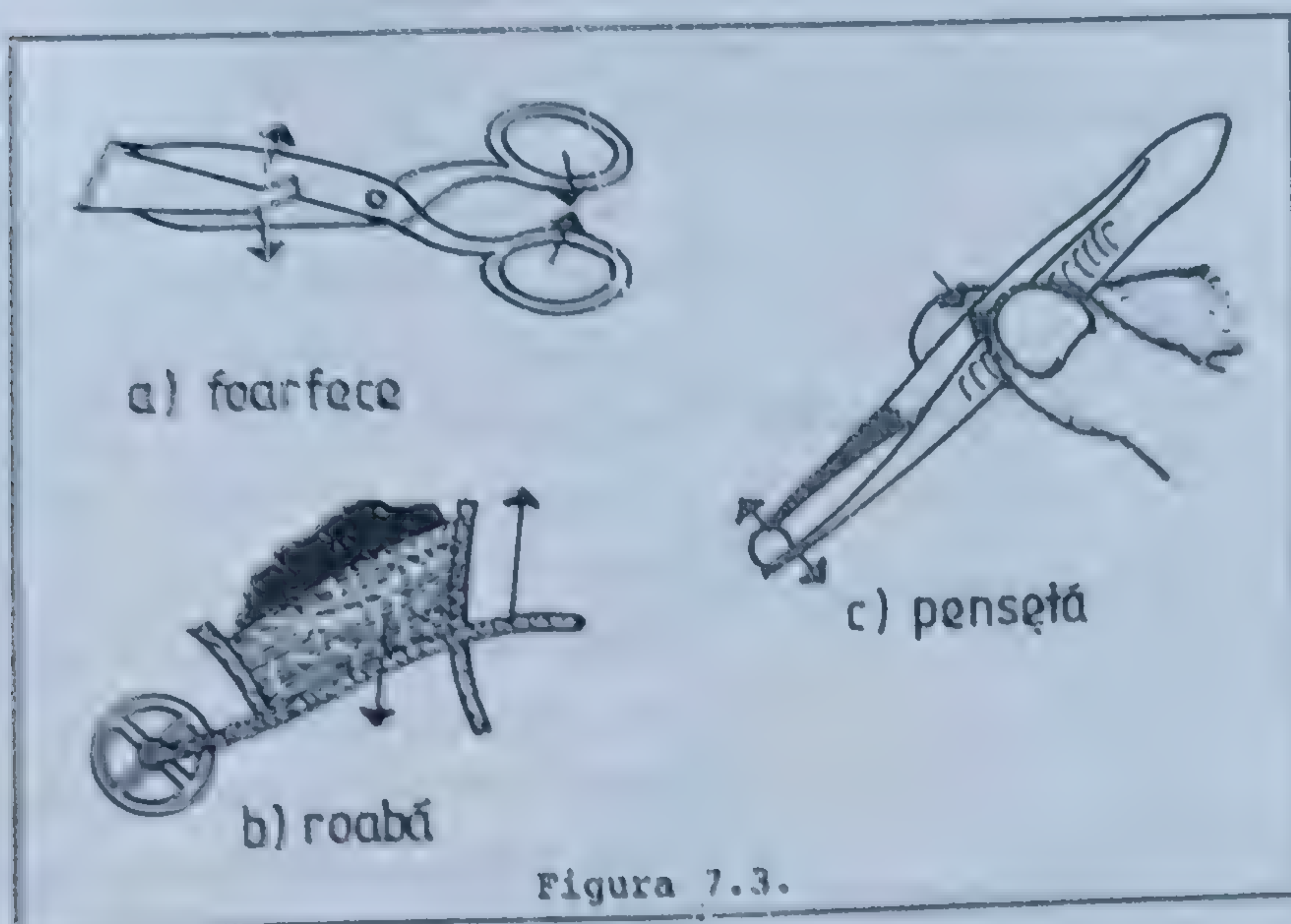


Figura 7.3.

Exemple de pârghii (vezi figurile 7.3. și 7.4.)

- Genul I : ranga, foarfecile, cleștolo de cuie;



- Genul II: roaba, cleștele de spart nuci, pedala de frână
- Genul III : penseta, vâtraiul;

Vom numi brațul unei forțe ( $b$ ) distanța de la punctul de sprijin la dreapta-suport a forței.

Astfel în figura 7.4. brațul forței active este  $b_r = OA$  iar brațul forței rezistente este  $b_R = OB$

### 7.2.2. Experiment cu pârghii

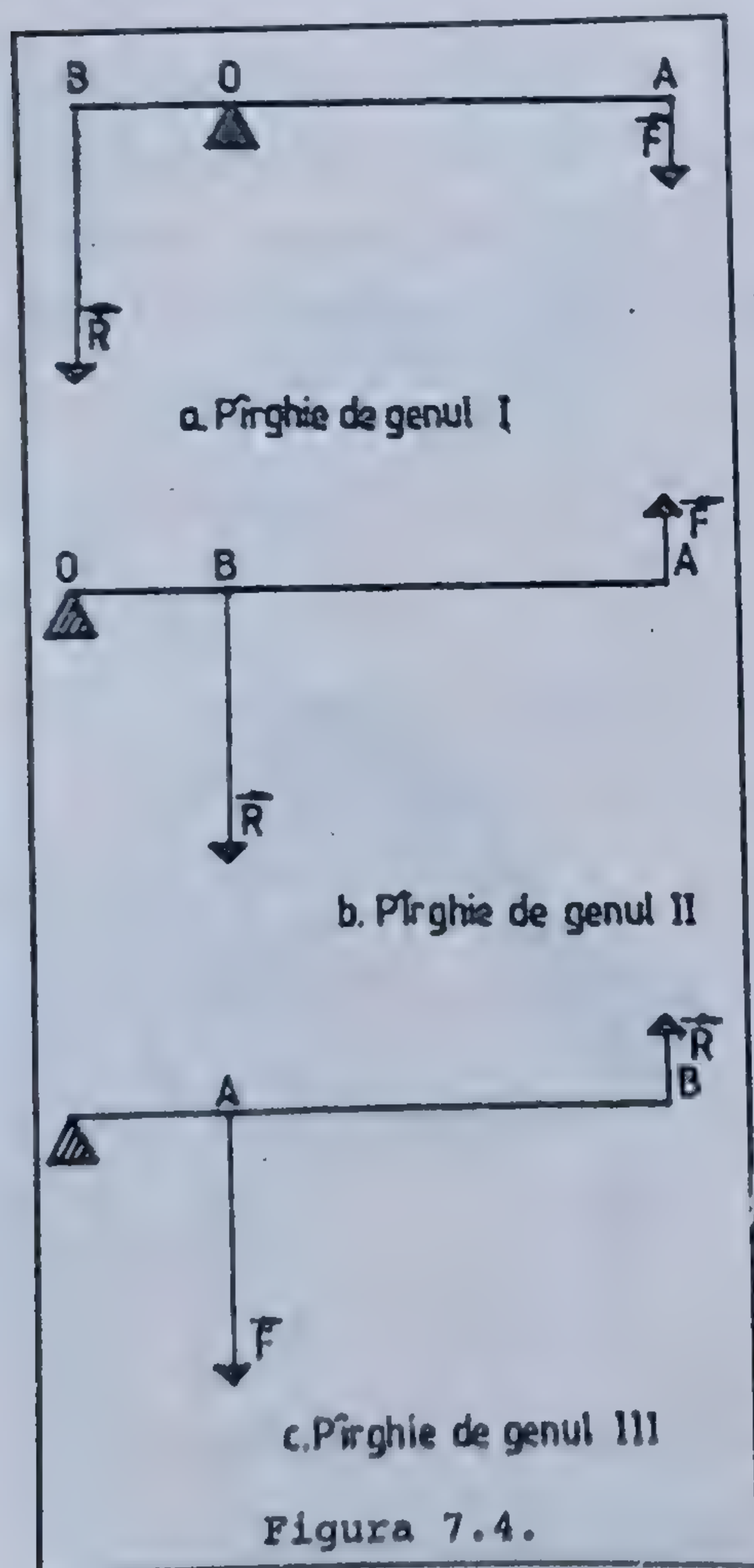


Figura 7.4.

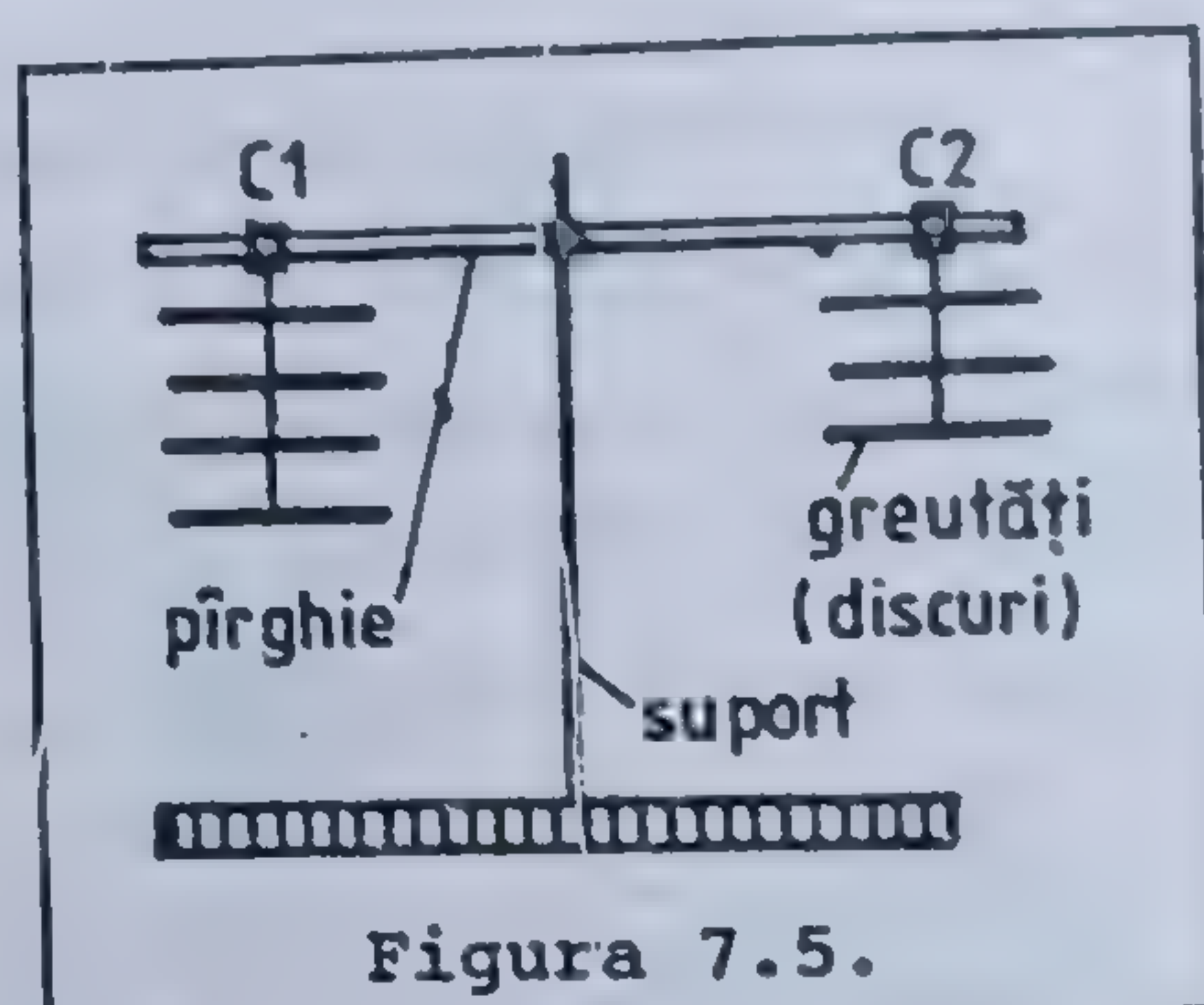


Figura 7.5.

Se studiază pârghia de Genul I din trusa de fizică (vezi figura 7.5.). Prin deplasarea călăreților  $C_1$  și  $C_2$  se dau diverse valori lui  $b_R$  și  $b_r$ , așa fel ca pârghia să fie în echilibru pentru  $F$  și  $R$  alese în prealabil. Rezultatele se trec într-un tabel de date experimentale, tabel prevăzut și pentru prelucrarea datelor prin ultimele două coloane.



TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: STUDIUL PÂRGHIILOR						
Nr. det.	$b_r$	$b_a$	$F$	$R$	$F/R$	$b_a/b_r$
1						
2						
3						

Calculând, pentru fiecare determinare, rapoartele  $F/R$  și  $b_a/b_r$ , se poate observa, în limita erorilor experimentale, că acestea sunt egale:

$$\frac{F}{R} = \frac{b_a}{b_r} \quad \text{sau: } F b_r = R b_a$$

Raportul forțelor este egal cu raportul invers al brațelor (produsul forței active cu brațul ei este egal cu produsul forței rezistente cu brațul corespunzător ei)

Relațiile din chenar constituie formula fundamentală a pârghiilor ideale. Ea arată că  $F$  este cu atât mai mică în raport  $R$  cu cât brațul ei este mai mare față de brațul forței rezistente.

### 7.2.3. Lucrul mecanic la pârghii

Vom compara lucrul mecanic al forței active  $L_r$  cu lucrul mecanic al forței rezistente  $L_a$  (vezi figura 7.6.).

Se vede că triunghiul  $OAA'$  este asemenea cu triunghiul  $OBB'$ . De aici se poate scrie:



$$\frac{L_F}{L_R} = \frac{F \cdot AA'}{R \cdot BB'} = \frac{F \cdot OA}{R \cdot OB} =$$

$$= \frac{F}{R} \cdot \frac{b_F}{b_R} = \frac{F}{R} \cdot \frac{R}{F} = 1$$

$$L_F = L_R$$

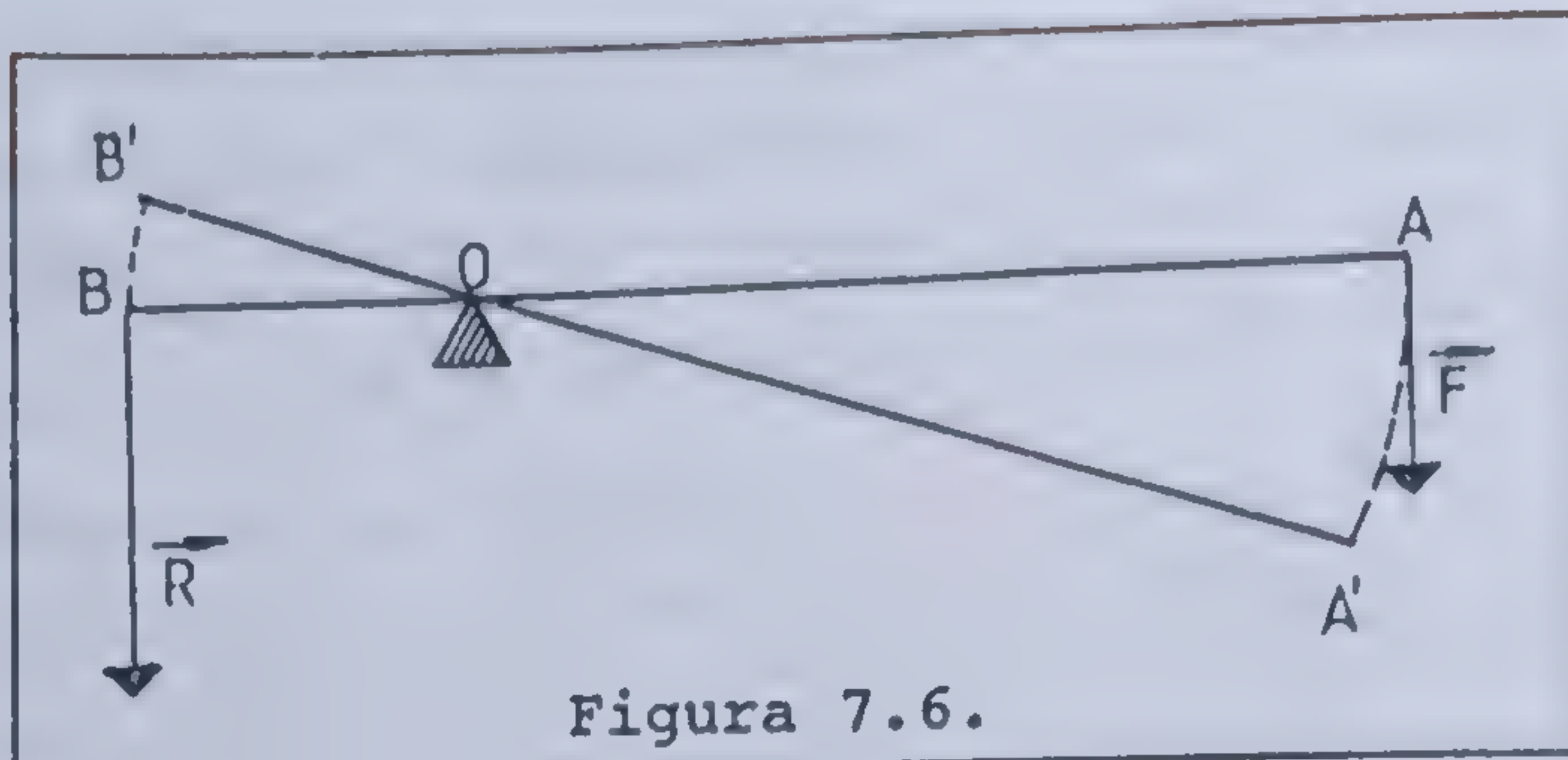


Figura 7.6.

Deci cu pârghia putem obține un câștig de forță dar nu putem obține un câștig de lucru mecanic. Această observație foarte importantă este valabilă, după cum vom vedea, pentru toate mecanismele simple.

Pentru pârghiile reale  $F_{\text{practic}} \geq F_{\text{teoretic}}$  întrucât trebuie învinse unele frecări. De asemenea, dacă pârghia nu este perfect rigidă și se încovoie ușor, deplasările sunt în relația:

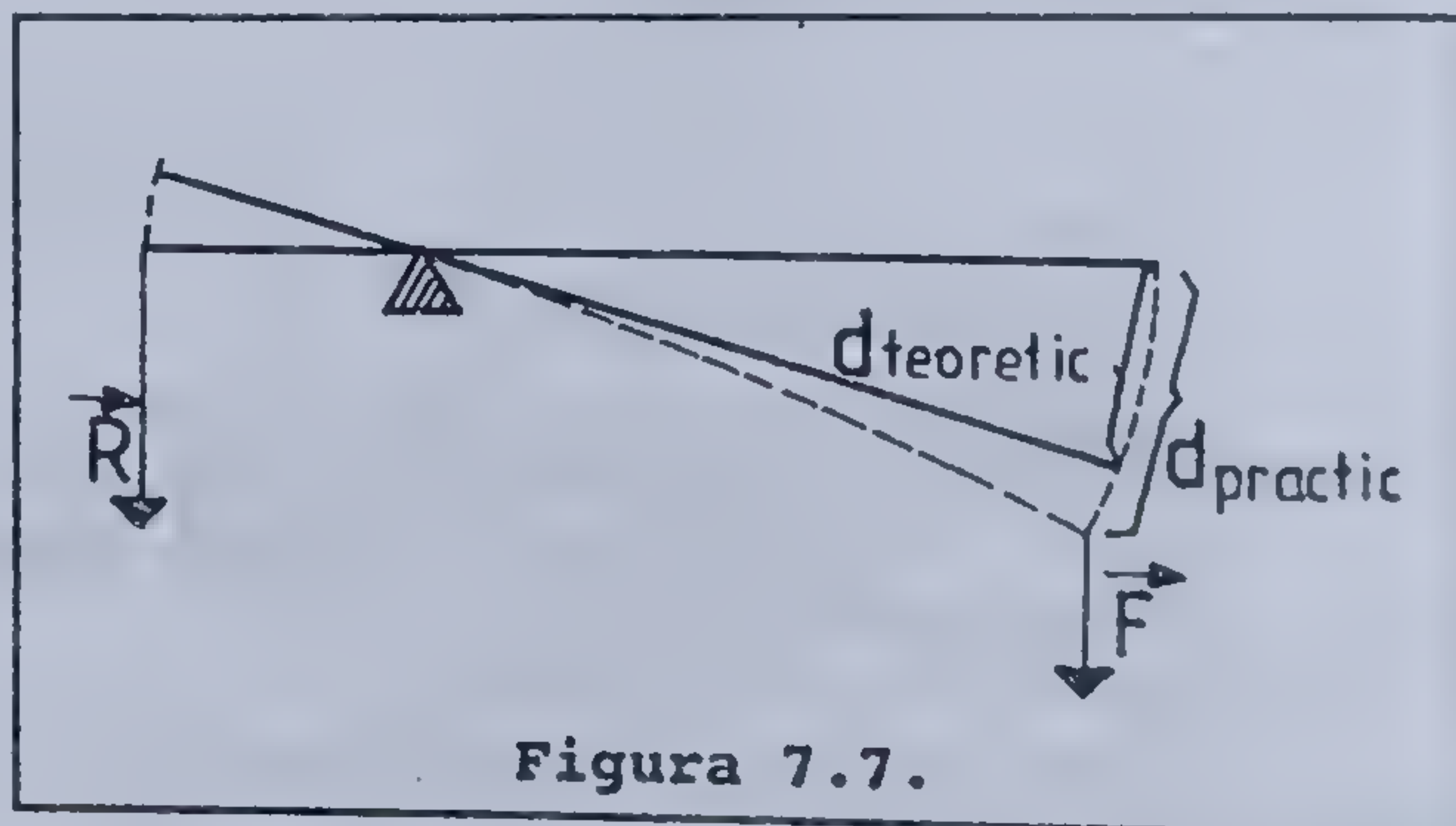


Figura 7.7.

$$d_{\text{practic}} > d_{\text{teoretic}}$$

Ambele inegalități conduc la concluzia că:

$$L_{\text{practic}} \geq L_{\text{teoretic}} = L_R \quad \text{deci:}$$

$$L_F \geq L_R$$

La pârghii lucrul forței active este egal sau mai mare decât lucrul forței rezistente.



## 7.3. RANDAMENTUL MECANIC

### 7.3.1. Randamentul pârghiilor

Am văzut că pârghiile pot da un câștig de forță ( $F < R$ ) dar niciodată nu dau un câștig de lucru mecanic  $L_r \geq L_o$ . Aceeași observație o vom face și la alte mecanisme simple: lucrul mecanic efectuat prin intermediul unui mecanism este mai mare decât lucrul mecanic pe care ar trebui să-l efectuăm pentru realizarea scopului propus, fără mecanism. Totuși, dacă forța cu care acționăm mecanismul este mai mică decât rezistența, din punct de vedere biologic ne vine mai ușor când utilizăm mecanismul respectiv.

Pentru a putea aprecia cât de eficientă este utilizarea unui dispozitiv, se introduce mărimea numită randament mecanic notată cu litera grecească  $\eta$  (eta):

$$\eta = \frac{L_u}{L_c}$$

$L_u$  este lucrul mecanic ce corespunde realizării scopului fără utilizarea dispozitivului (la pârghii acesta este lucrul forței rezistente  $L_R$ ); se numește lucru mecanic util.

$L_c$  este lucrul mecanic ce corespunde realizării scopului propus prin utilizarea dispozitivului; se numește lucru mecanic consumat (la pârghii corespunde lucrului mecanic al forței active).

Randamentul este o mărime fizică adimensională (nu are unitate de măsură). Cum  $L_u < L_o$ , avem:

$$\eta \leq 1$$



De multe ori randamentul se indică în procente.

$$\eta_0 = \eta \cdot 100; \quad \text{Ex: } \eta = 0,78 \leftrightarrow \eta_0 = 78\%$$

#### Observație

1. În calcule  $\eta$  trebuie considerat ca fracțiune zecimală.  
De exemplu, dacă  $\eta_0 = 92\%$ , atunci în problemă vom lua  $\eta = 92/100 = 0,92$ .
2. Dispozitivul se consideră eficient dacă  $L_0$  nu este cu mult mai mare decât  $L_u$ , deci dacă randamentul se apropie de unitate (sau de 100%).
3. Pentru pârghii  $\eta = L_R / L_F$  și cauzele principale pentru care acesta nu este egal cu unitatea sunt:
  - frecarea la punctul de sprijin
  - încovoierea ușoară a pârghiei
  - greutatea proprie a pârghiei

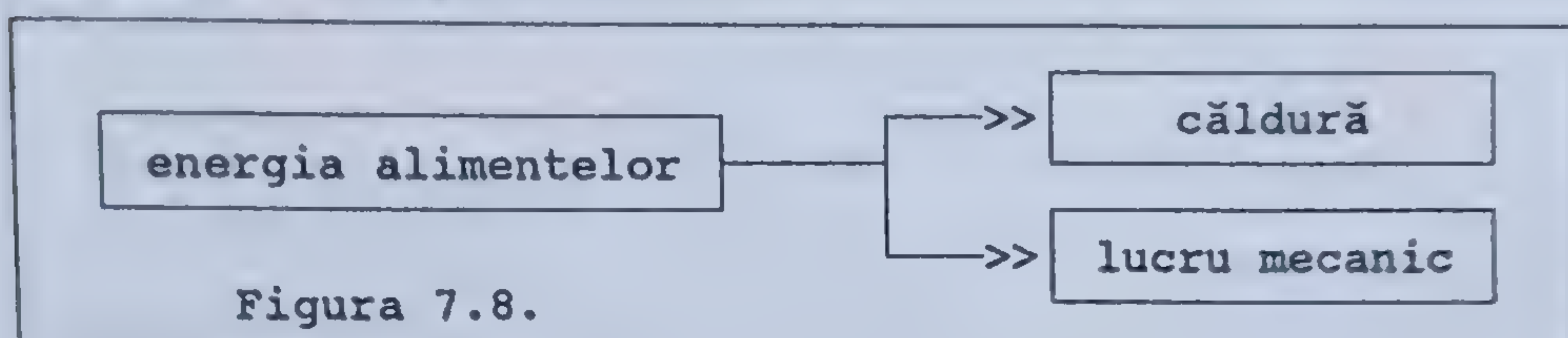
#### 7.3.2. Randamentul mașinii „OM”

O ființă omenească este (printre altele) un sistem fizic capabil să efectueze lucru mecanic. Când scriem, mergem, sărim, alergăm pe scări, noi deplasăm forțe (pe o anumită distanță). De fapt noi putem face toate acestea deoarece mâncăm! Când efectuăm un lucru mecanic foarte mare, devenim flămânzi și simțim nevoia să mâncăm din nou.

Lucrul mecanic pe care îl putem efectua cu 200 g de pâine este de 2 milioane jouli; aceasta se numește valoarea energetică a alimentului (noțiunea de energie va fi studiată mai târziu). Dacă organismul vostru ar avea randamentul de 100%, după ce ați mâncat bucata de pâine ați putea să vă deplasați aproximativ 4000 m ( $4000\text{m} \times 500\text{N} = 2\text{MJ}$ ). De fapt,



energia din alimentele pe care le mâncăm este folosită în două scopuri (fig. 7.8.): o parte a sa se transformă în lucru mecanic, iar o parte în căldură (menține o temperatură constantă a corpului).



### Instrucțiuni

1. Ați evaluat puterea voastră atunci când alergați pe scări(vezi fig. 6.4). Utilizați rezultatele acestui experiment al vostru pentru a estima de câtă energie aveți nevoie dacă v-ați petrece o zi întreagă alergând pe scări (nu încercați să includeți și energia necesară încălzirii corpului).
2. Comparați această valoare cu valoarea energiei alimentelor pe care le mâncați. Notați mai jos ce alimente mâncați într-o zi obișnuită și utilizați informațiile ulterioare pentru a calcula valoarea energiei alimentelor pe care le mâncați într-o zi.
3. Calculați puterea voastră medie în decursul unei zile (valoarea energiei alimentelor împărțite la timp).
4. Când dormiți, voi continuați să vă utilizați energia obținută din alimente cu o putere de aproximativ 70W. Deci aveți nevoie de o energie de 70J în fiecare secundă doar pentru a rămâne în viață. Calculați de câți jouli aveți nevoie "doar pentru a rămâne în viață" timp de 24 ore. Puteți găsi un mod de a utiliza acest rezultat pentru a evalua randamentul corpului uman?



# APORTUL ENERGETIC AL ALIMENTELOR

Alimentul	MJ/kg	Alimentul	MJ/kg
Margarină	32	Smântână slabă	8
Unt	31	Ouă	7
Ciocolată cu lapte	24	Carne înăbușită	6
Paste făinoase	24	Budincă de orez	6
Slănină	20	Carne la grătar	5,4
Smântână grasă	19	Fasole la cuptor	4
Brânză	18	Cartofi	3
Înghețată	17	Lapte	2,8
Zahăr	16	Fasole verde	2,8
Fulgi de porumb	16	Mazăre	2,2
Prăjituri cu fructe	15	Portocale	1,5
Sardine	14	Mere	1,5
Carne ușoară	14	Capșuni	1
Cârnați prăjiți	14	Morcovi	1
Friptură de vacă	12	Roșii	0,6
Pulpă de miel	12	Salată verde	0,5
Ficat	12	Varză fiartă	0,4
Dulceață	11	Bere	0,75
Pâine	10	Cafea neîndulcită	0
Pește prăjit	9	Ceai neîndulcit	0
Pui	8,5	Apă	0



## 7.4. STUDIUL SCRIPETILOR

Un scripete este o roată care prezintă un șanț pe muchie și care se poate roti în jurul unui ax, ce se sprijină într-o furcă (figura 7.9.). Prin șanțul scripetelui este trecut un cablu sau o sfoară. Scripetele se consideră ideal când greutatea proprie, greutatea cablului și frecarea la ax sunt neglijabile. Există mai multe moduri de a utiliza scripetii: câte unul (fix sau mobil) și în sisteme de doi sau mai mulți scripeți.

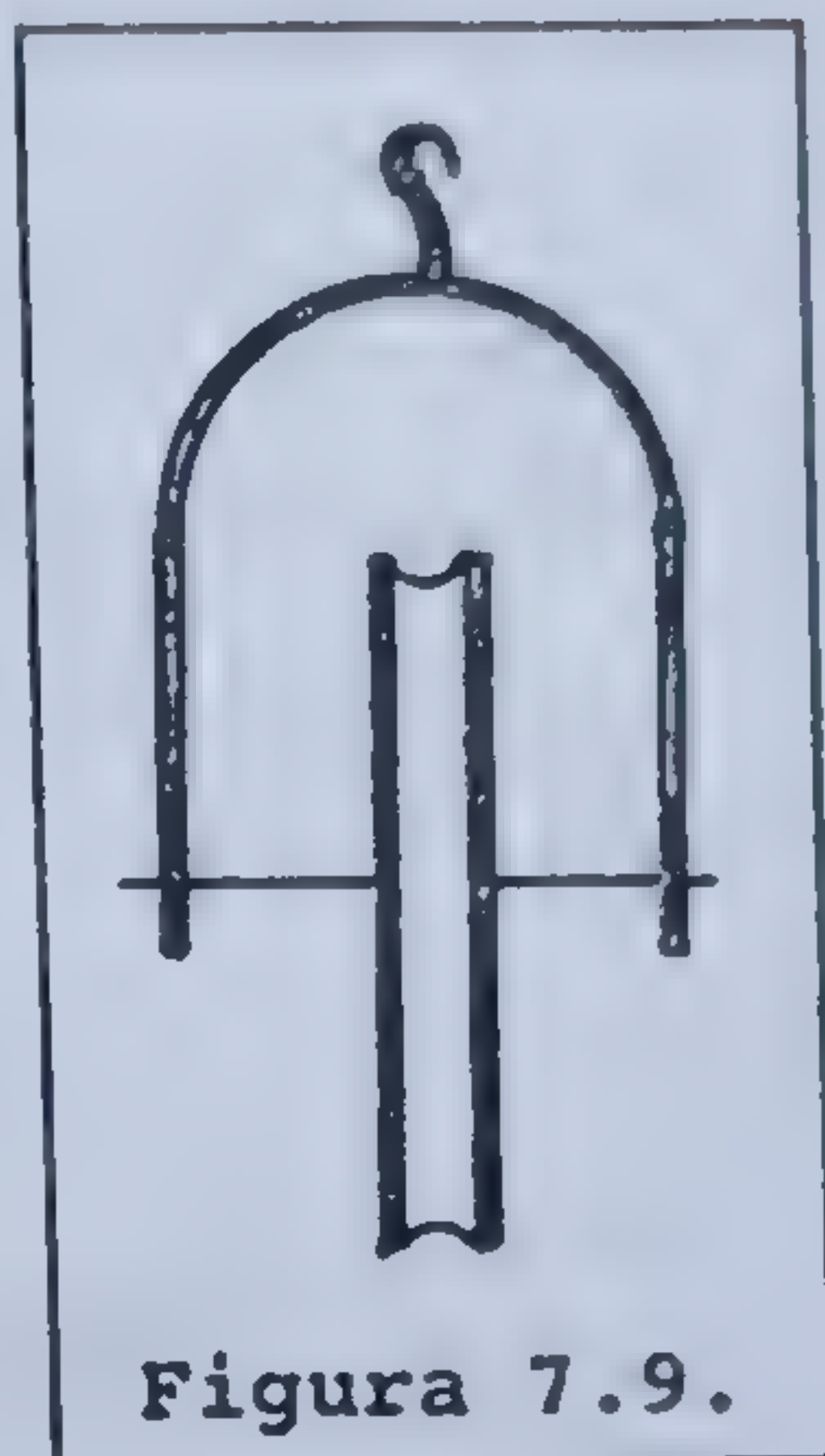


Figura 7.9.

### 7.4.1. Experimente cu scripeți

Ca și pârghia, scripetele este un mecanism pe care îl puteți folosi pentru a mișca o forță întrebuintând o altă forță. Puteți efectua următorul experiment doar dacă în laboratorul școlii se află scripeți și laborantul sau profesorul au pregătit diferite aranjamente de scripeți (figura 7.10.). Veți încerca să aflați cât de mare este forța necesară pentru a mișca o forță de 3N întrebuintând diferite aranjamente de scripeți. Vom numi această forță pe care încercăm să o mișcăm FORȚA DE REZISTENȚĂ ( $\vec{R}$ ) iar forța cu care acționăm o vom numi FORȚĂ ACTIVĂ ( $\vec{F}$ ) - la fel ca la pârgii.

#### Măsurarea forței active ( $F$ )

Fiecare aranjament de scripeți (figura 7.10) are o masă de 300g suspendată de el. Inițial această masă se află



în repaus pe o suprafață orizontală. Cu fiecare aranjament de scripeti primul lucru pe care trebuie să-l faceți este să determinați numărul de fire atașate de roata cea mai de jos a scripetelui. Acesta este numărul de fire care va susține masa de 300 g. Există deasemenea un singur fir cu un suport pentru discuri legat de el. Aici veți aplica FORȚA ACTIVĂ ( $\vec{F}$ ). Adăugați mase de 10 g, una câte una, pe firul izolat. Înregistrați mărimea masei de pe firul izolat atunci când masa de 300 g începe să se ridice de pe suprafață.

#### Măsurarea distanțelor parcurse de fiecare forță

Țineți o riglă în poziție verticală în apropierea masei de 300 g în timp ce un prieten ține o altă riglă în poziție verticală lângă firul pe care acționează forța activă. Acum puteți măsura distanța parcursă de fiecare forță. Rugați-l pe prietenul vostru să tragă încet de fir și să măsoare distanța pe care o parcurge suportul pentru discuri, în timp ce voi măsurați deplasarea cu 4 cm a masei de 300 g. Distanțele parcurse de cele 2 forțe le vom denumi  $x_f$  și  $x_R$  ( $x_R = 4$  cm).

Calculați numărul de cm pe care se deplasează punctul de aplicație al forței  $F$  pentru fiecare cm parcurs de punctul de aplicație al lui  $R$ , sau raportul:  $x_f/x_R$ .

#### Calcule și concluzii

La fiecare scripete observați ceva în legătură cu  $x_f / x_R$  și numărul de fire? Ce observați în legătură cu valoarea lui  $F$  atunci când există mai multe fire?



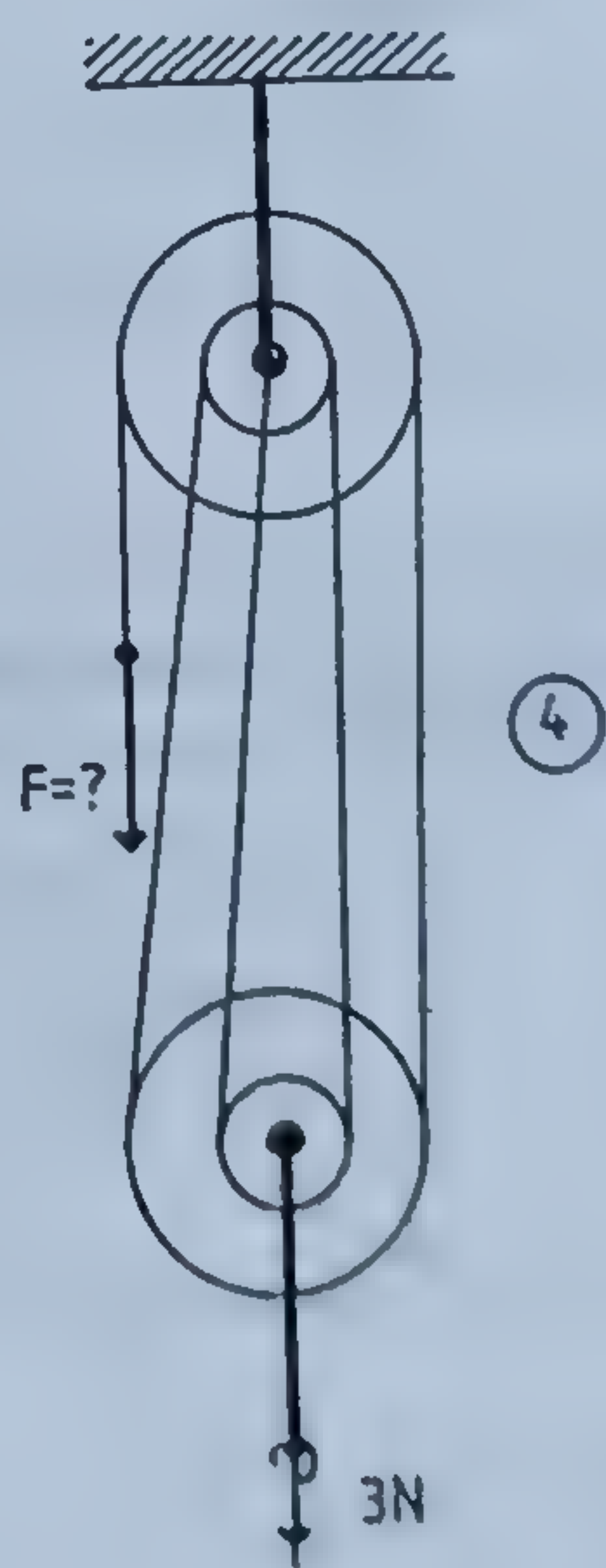
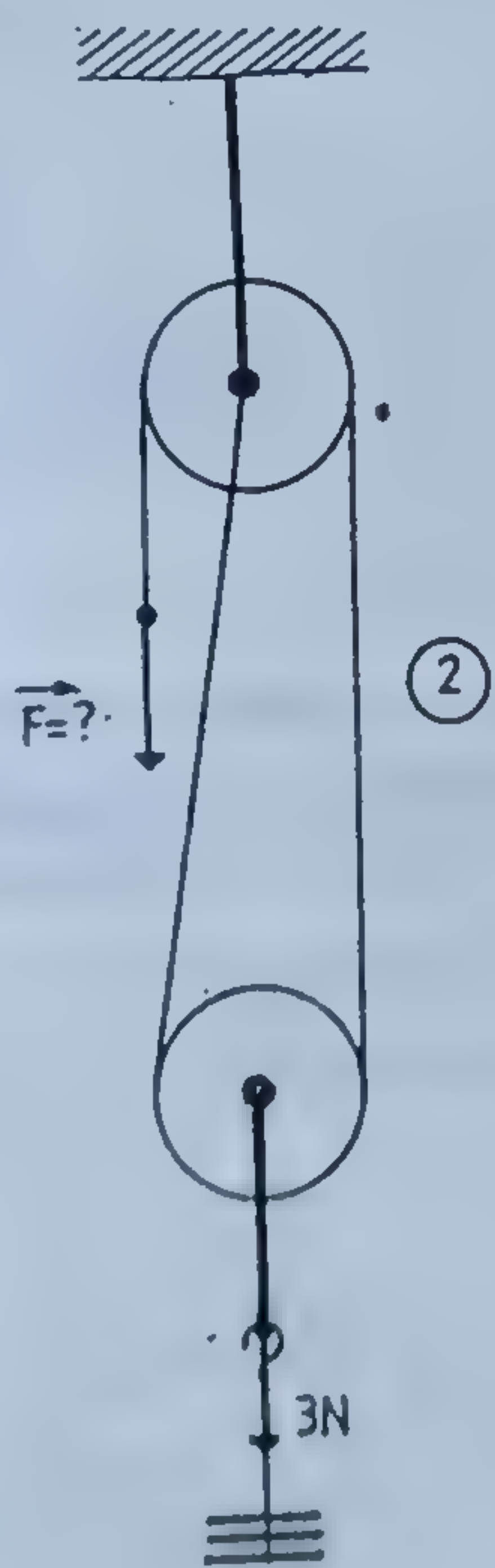
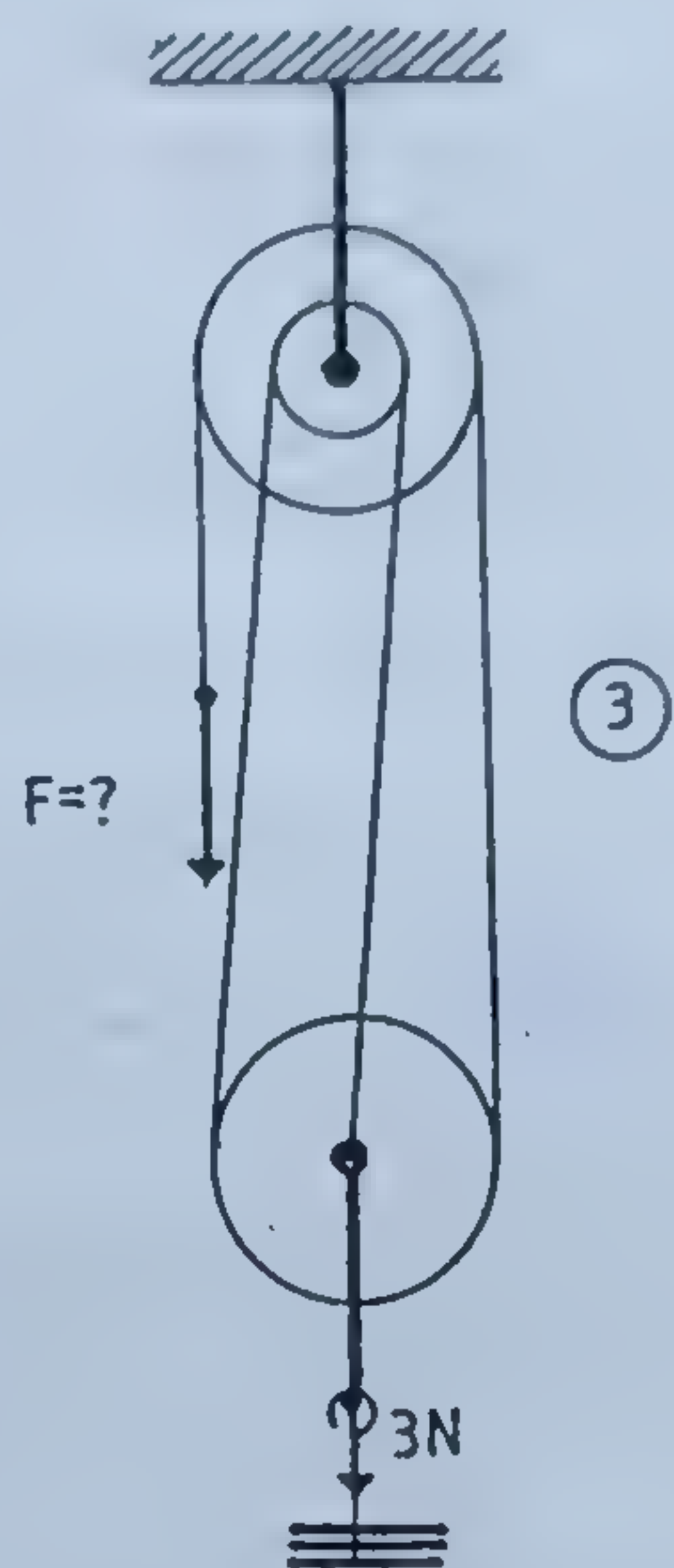
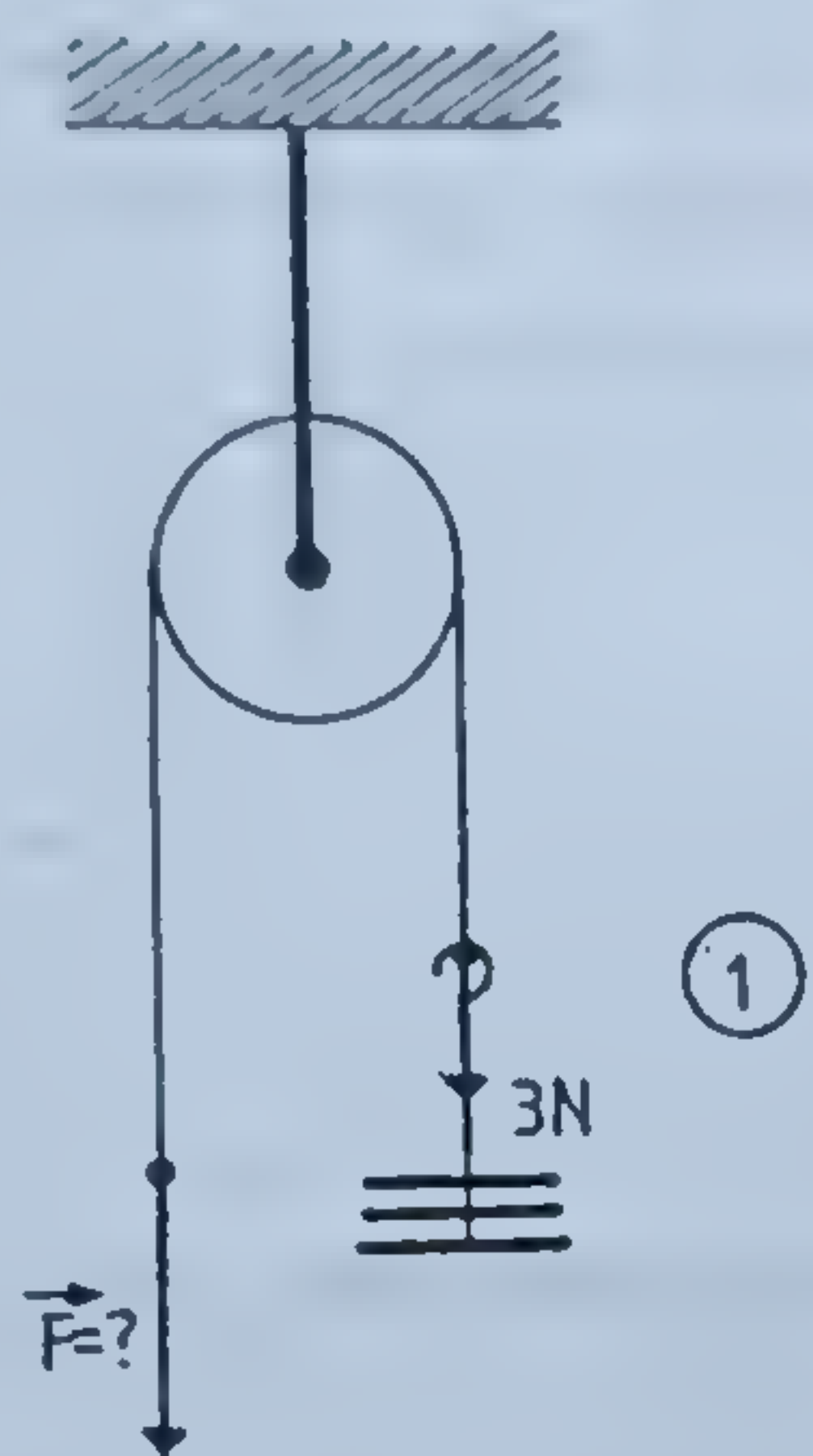


Figura 7.10.



TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: RELAȚIA DINTRE DEPLASĂRILE FORȚELOR PT. DIVERȘI SCRIPETI				
Numărul de fire	Masa  m	Forța activă  F  (N)	Distanța parcursă de forța activă când  $x_R=4\text{cm}$	$x_r / x_R$

Este minunat să putem mișca o forță mare cu ajutorul unei forțe mici, dar ce se întâmplă, în acest caz, cu deplasarea ei?

Întocmiți un alt tabel și calculați lucrul efectuat de forțele F și R atunci când forța de rezistență se mișcă cu 4cm. Calculați valoarea lui  $L_R/L_F$  pentru fiecare aranjament de scripeti.

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: RANDAMENTUL SCRIPETILOR							
Numărul de fire	F  (N)	$x_r$  (cm)	Lucrul mecanic efectuat de F:  $L_F=F \cdot x_r$  (J)	R  (N)	$x_R$  (cm)	Lucrul mecanic efectuat de R:  $R \cdot L_R=F \cdot x_R$  (J)	Randamentul  $\eta=L_R/L_F$



Într-o lume perfectă (cu scripeți ideali)  $L$ , ar fi întotdeauna egal cu  $L_R$ . De ce în realitate  $L$ , este puțin mai mare ca  $L_R$ ?

#### 7.4.2. Tipuri de scripeți, relații caracteristice și randamentul lor

##### Scripetele fix ideal

Furca acestui scripete este prinsă de un plafon (figura 7.11.). Diametrul OAB se poate considera ca o pârghie. Relația corespunzătoare legii acestei pârghii se scrie:

$$R \cdot \overline{OA} = \overline{OB} \cdot F$$

Cum  $\overline{OA} = \overline{OB}$  rezultă că:

$$R = F$$

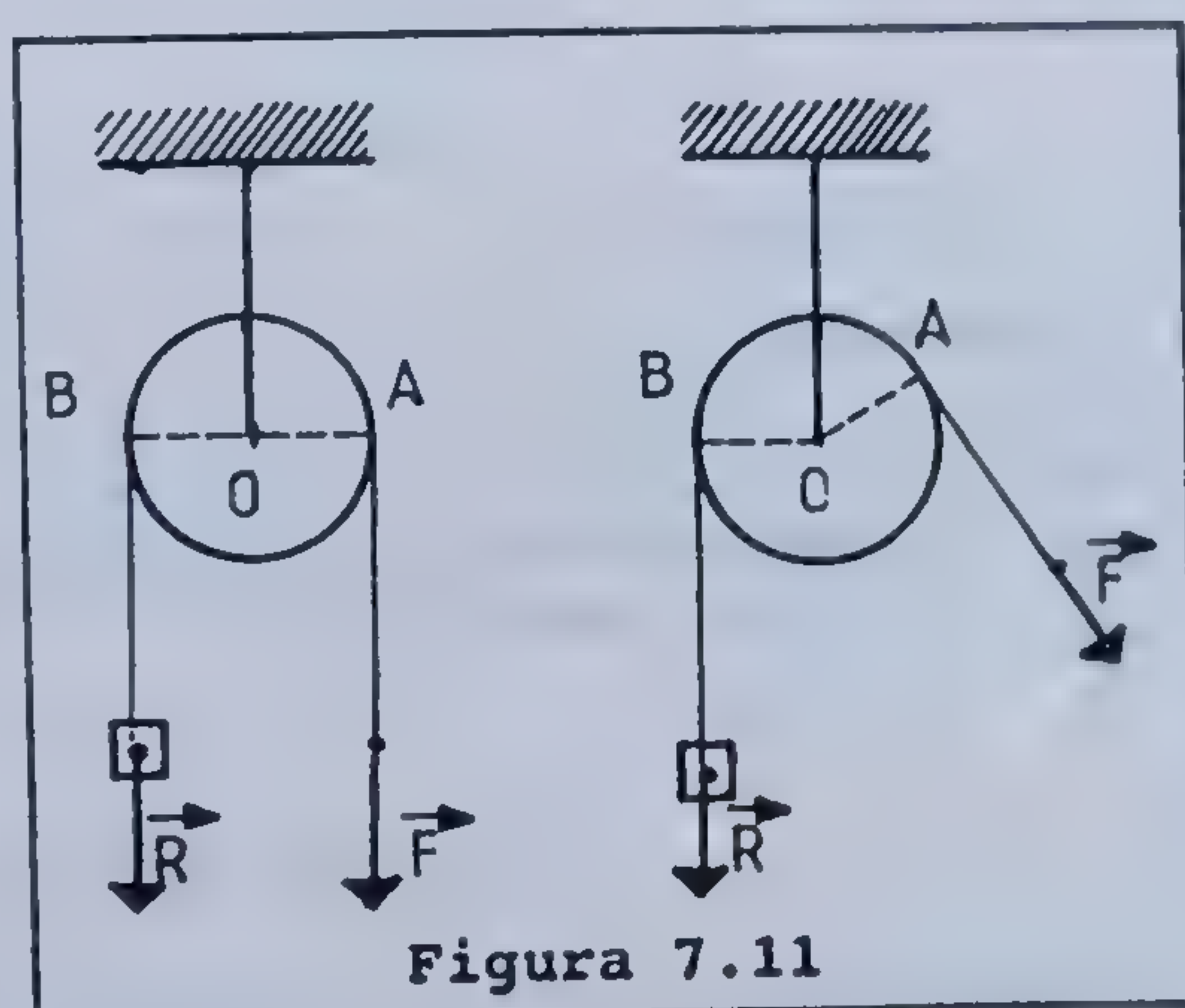


Figura 7.11

La scripetele fix ideal forța activă este egală cu cea rezistentă.

Scripetele fix nu poate da câștig de forță dar poate schimba sensul și chiar direcția forței aplicate. De exemplu, se instalează acest scripete pe planșeul cel mai înalt al unei clădiri aflate în construcție; este mai ușor și mai puțin riscant de ridicat găleți cu materiale cu ajutorul scripetelui decât direct, trase de la marginea planșeului de către muncitori.



## Scripetele mobil

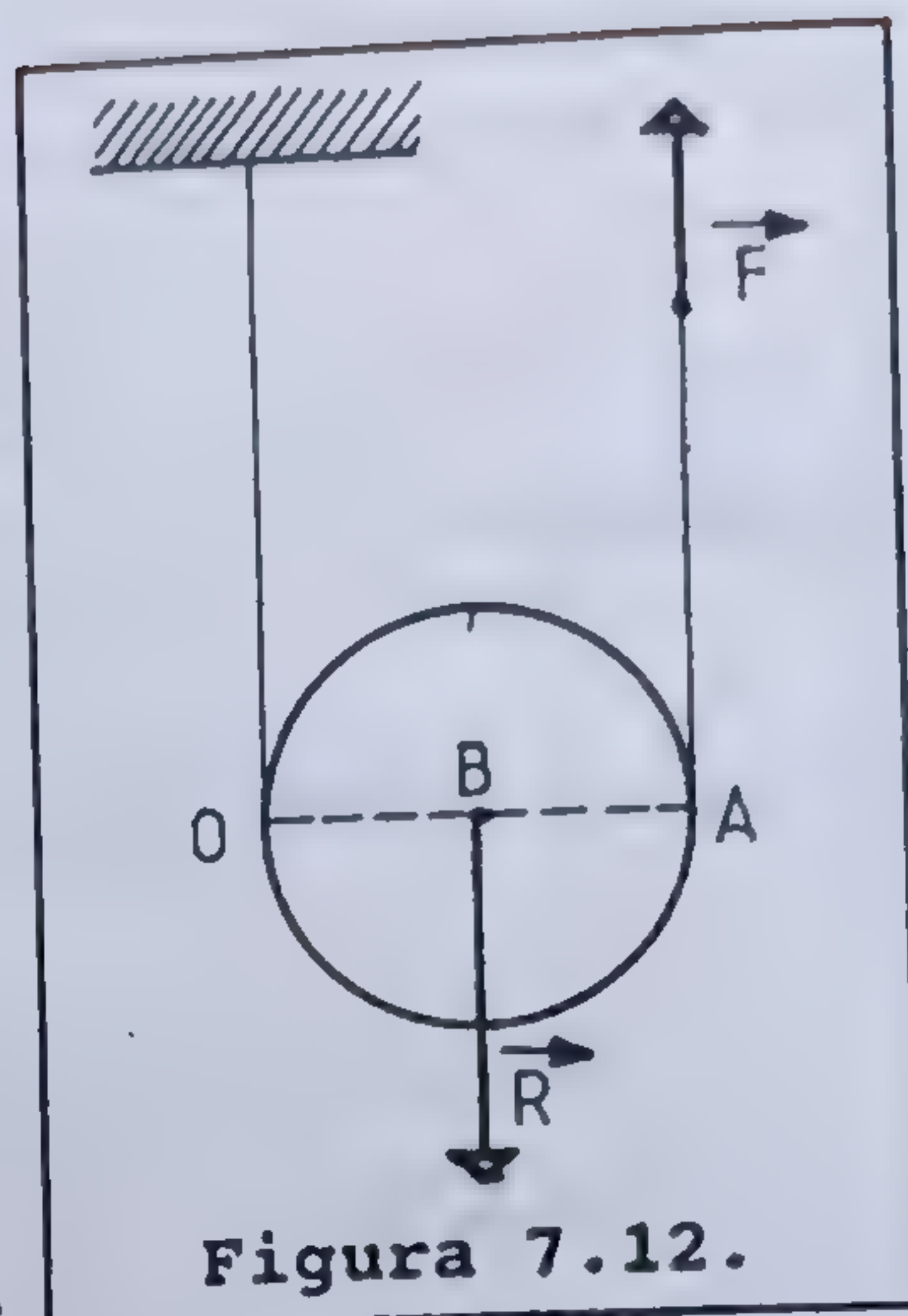
Scripetele mobil (figura 7.12.) dă un câștig în ceea ce privește forța; el nu schimbă însă sensul în care trebuie acționat pentru învingerea rezistenței. Considerând diametrul OAB ca pârghie putem scrie:

$$\frac{F}{R} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}$$

$$F = \frac{1}{2} R$$

de unde rezultă:

$$R = F/2$$



La scripetele mobil ideal, forța activă este jumătate din cea rezistentă.

În cazul în care scripetele are o greutate ce nu poate fi neglijată, vom considera ca forța rezistentă suma greutăților - cea a corpului ce este ridicat de scripete și cea proprie scripetelui.

## Scripeți compuși

Cel mai simplu scripete compus poate fi obținut prin asocierea unui scripete fix cu unul mobil (figura 7.13.). Se obține un ansamblu la care se îmbină avantajele scripetelui mobil cu ale celui fix: pentru învingerea rezistenței putem obține câștig de forță dar și schimbarea direcției de acțiune. Pentru a arăta acest lucru să presupunem că firul se taie în punctul A și cele două capete se înnoadă. Între



cele două porțiuni de fir se exercită forțe de tip acțiune-reacțiune. Astfel  $\vec{F}_1$  acționează asupra porțiunii de sus a firului și reprezintă forța rezistentă pentru scripetele fix, iar  $\vec{F}_2$  reprezintă forța activă ce acționează asupra firului trecut pe după scripete mobil. Deci:  $F = F_1$ ;  $F_2 = R/2$ ;  $F_1 = F_2$  relații din care rezultă:  $F = R / 2$

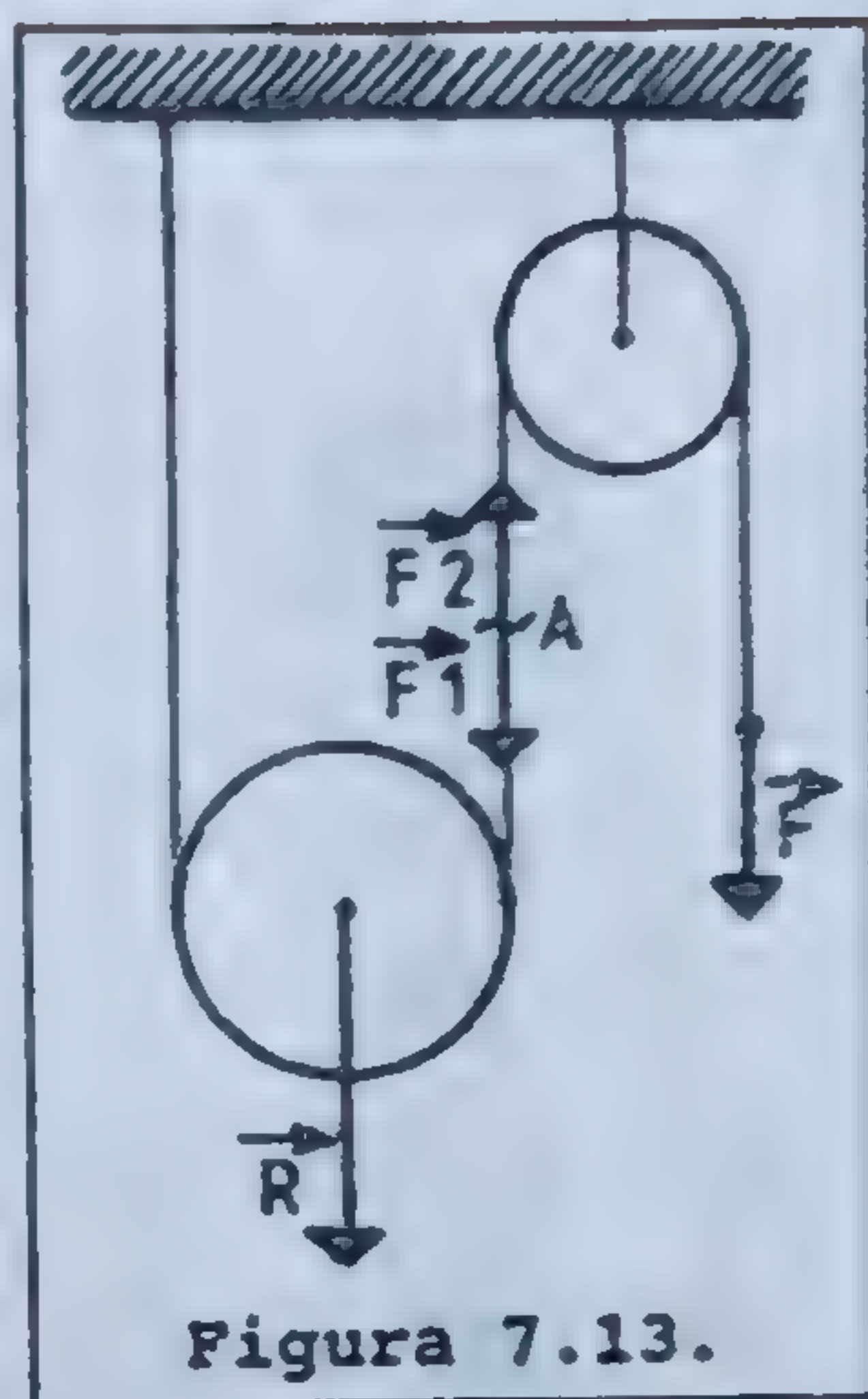


Figura 7.13.

O altă asociere de scripeți ce ușurează mult ridicarea unor greutăți o constituie cea din figura 7.14. La acest dispozitiv forța activă este de 8 ori mai mică decât cea rezistentă (dacă considerăm sistemul ca fiind ideal).

#### Lucrul mecanic și randamentul la scripeți.

În cazul scripetilor ideali, lucrul mecanic al forței active este egal cu lucrul mecanic al forței rezistente.

La scripetele fix  $F = R$  iar deplasările punctelor lor de aplicație (care coincid cu capetele firului) sunt egale dacă firul este inextensibil:

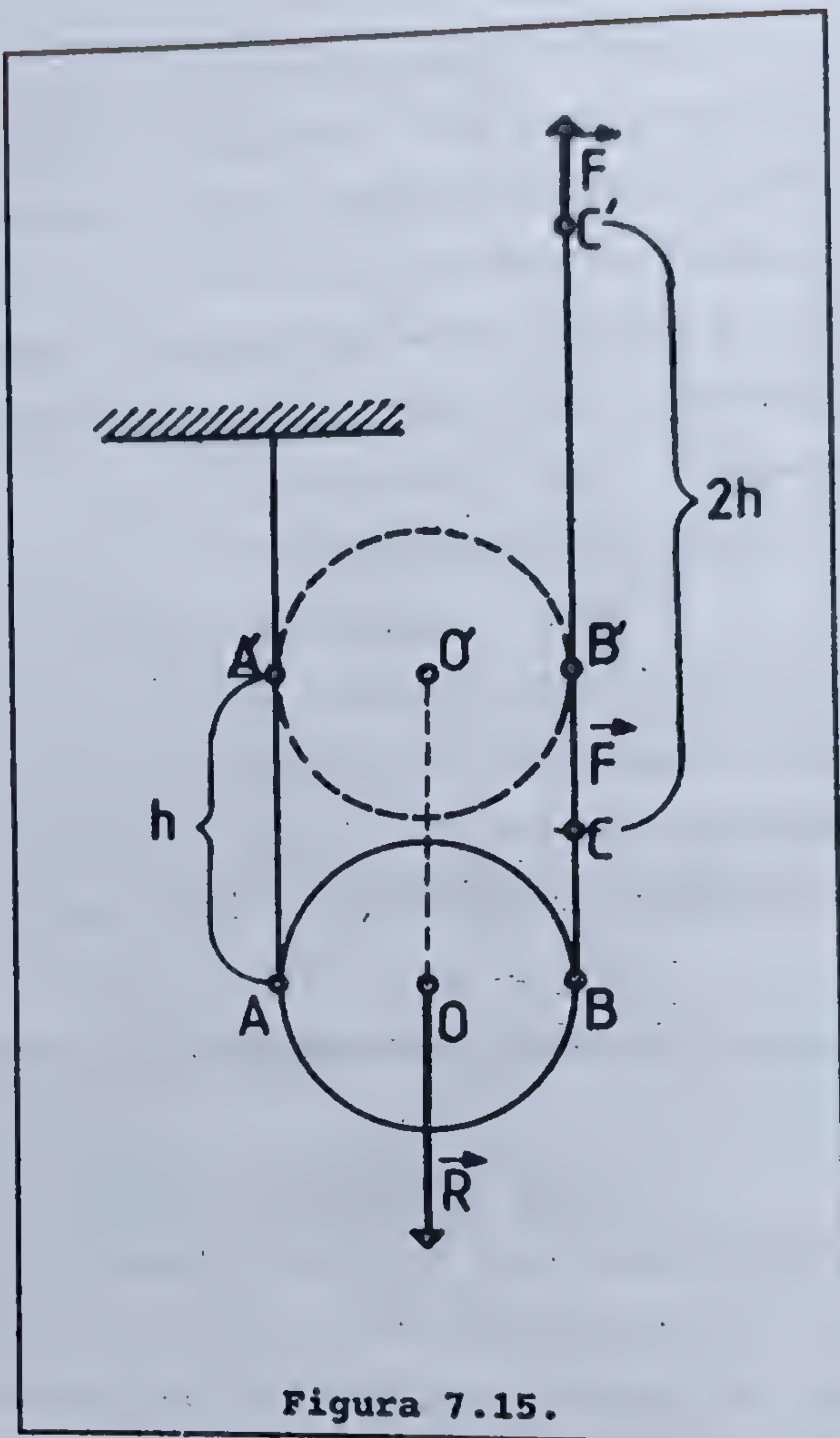
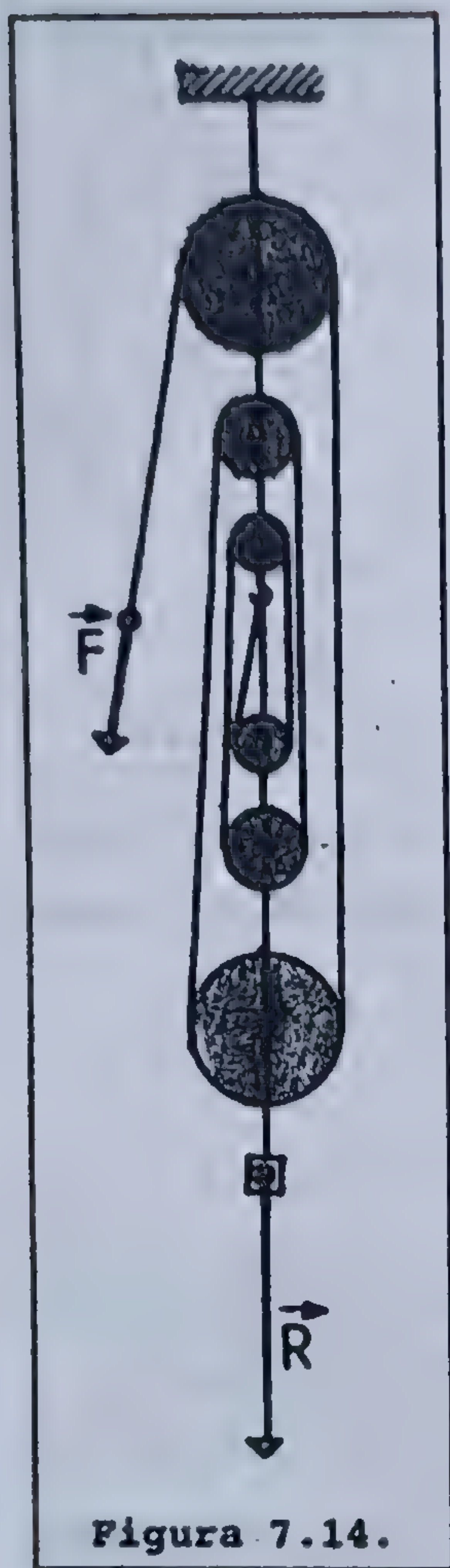
$$L_f = F \cdot \Delta d_f ; L_R = R \cdot \Delta d_R \text{ de unde rezultă: } L_f = L_R$$

Dacă intervin frecări  $F > R$ , iar dacă firul este extensibil  $\Delta d_f > \Delta d_R$ ; în ambele cazuri  $L_f > L_R$ . Deci:

$$\eta = \frac{L_R}{L_f} \leq 1$$

La scripetele mobil ideal deplasarea punctului de aplicație al forței active este dublă față de deplasarea forței rezistente.





În adevăr (figura 7.15.) porțiunile de fir AA' și BB' dispar când scripetele are o înălțime egală cu h; aceste porțiuni le regăsim în avansul CC' al capătului firului. Deci:

$$L_f = 2h \cdot F = 2h \cdot R/2 = h \cdot R = L_R.$$

Cînd scripetele nu este ideal,  $F > R/2$  și  $L_f > L_R$ .

$$\eta = \frac{L_R}{L_f} \leq 1$$



## 7.5. PLANUL ÎNCLINAT

### 7.5.1. Prezentare teoretică

S-a observat că este mai ușor să ridicăm un corp greu la o anumită înălțime dacă îl deplasăm pe o suprafață oblică și nu direct pe verticală. Un plan rigid care formează un unghi ascuțit cu planul orizontal reprezintă un plan înclinat.

Considerăm un corp ridicat uniform pe un plan înclinat care face unghiul  $\alpha$  cu planul orizontal. Pentru aceasta corpul este tras de forța  $\vec{F}$  paralelă cu planul înclinat. Asupra corpului mai acționează:

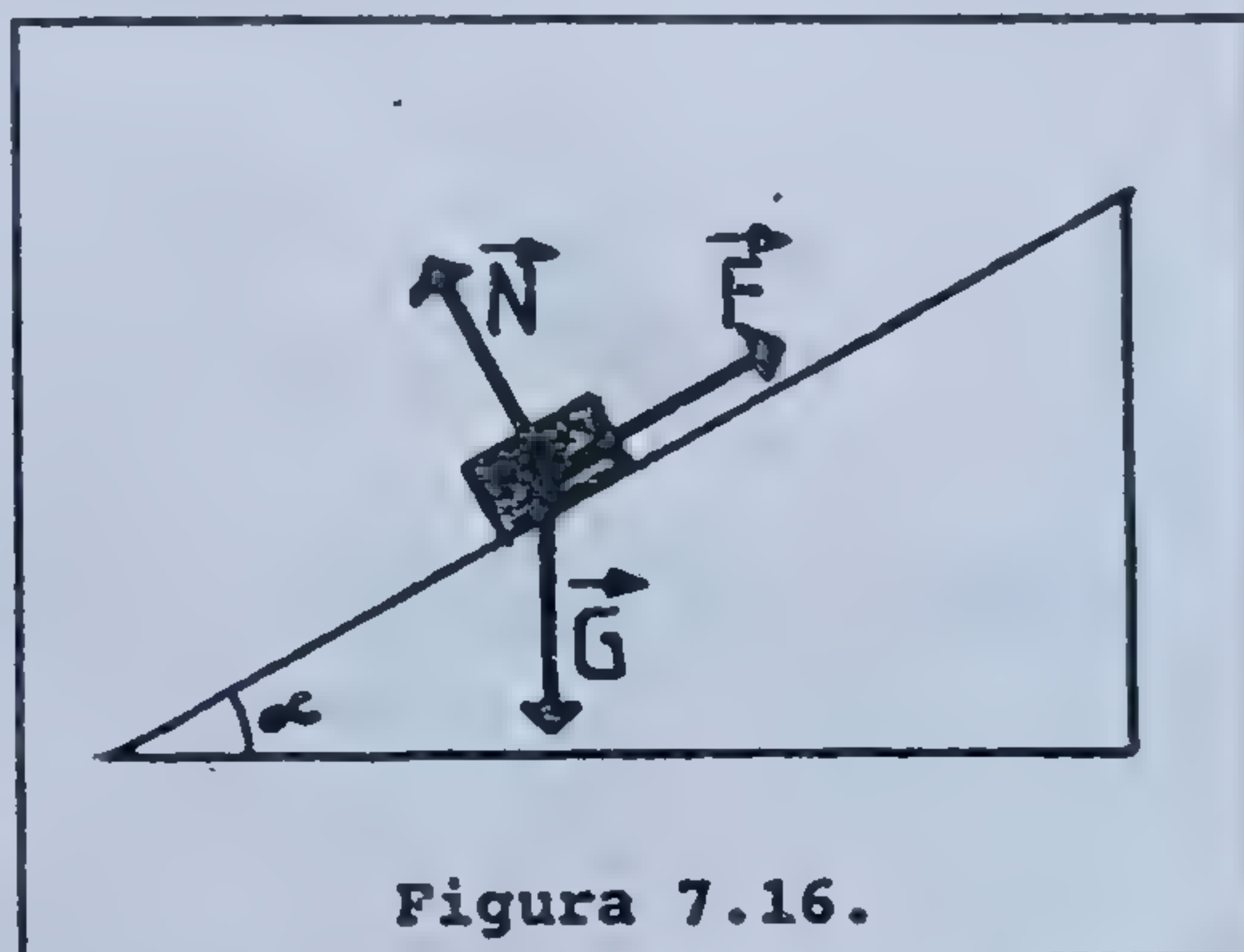


Figura 7.16.

greutatea  $\vec{G}$  verticală și forța de reacțiune  $\vec{N}$  care este normală pe plan (figura 7.16.). Forța de frecare se neglijează. Mișcarea corpului se face după direcția AB.

Pentru a înțelege mai clar rolul fiecărei forțe este bine să lucrăm numai cu forțe ce acționează fie în lungul planului, fie perpendicular pe plan. Astfel, vom duce prin originea O și prin vârful P al greutateii paralele la direcțiile dorite (figura 7.17.a.)

Se formează un paralelogram în care  $\vec{G}$  apare ca diagonală. Transformăm laturile ON și OM în vectori notați  $\vec{G}_t$  și  $\vec{G}_n$  (figura 7.17.b.). Evident că (după regula paralelogramului) este îndeplinită relația:  $\vec{G} = \vec{G}_n + \vec{G}_t$ . În locul greutateii  $\vec{G}$  vom lucra cu cei doi vectori  $\vec{G}_n$





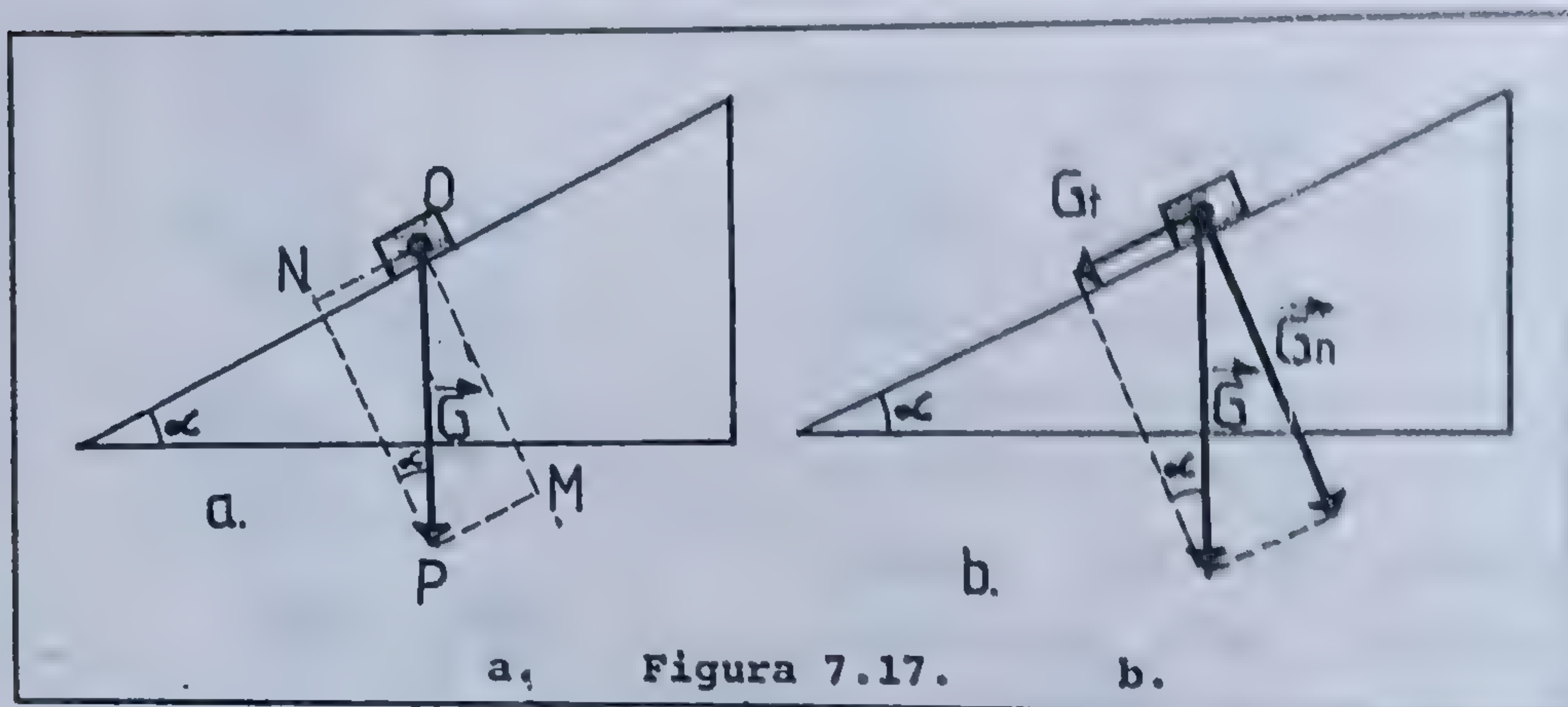


(componenta greutății normală pe plan) și  $G_t$  (componenta greutății paralelă cu planul - numită și componentă tangențială a greutății).

Să calculăm modulul acestor componente. Unghiul  $NPO$  este congruent cu unghiul  $\alpha$  al planului, având laturi perpendiculare. Triunghiul  $ONP$  este dreptunghic, deci avem:

$$\sin \alpha = G_t / G; \cos \alpha = G_n / G; \text{ rezultă:}$$

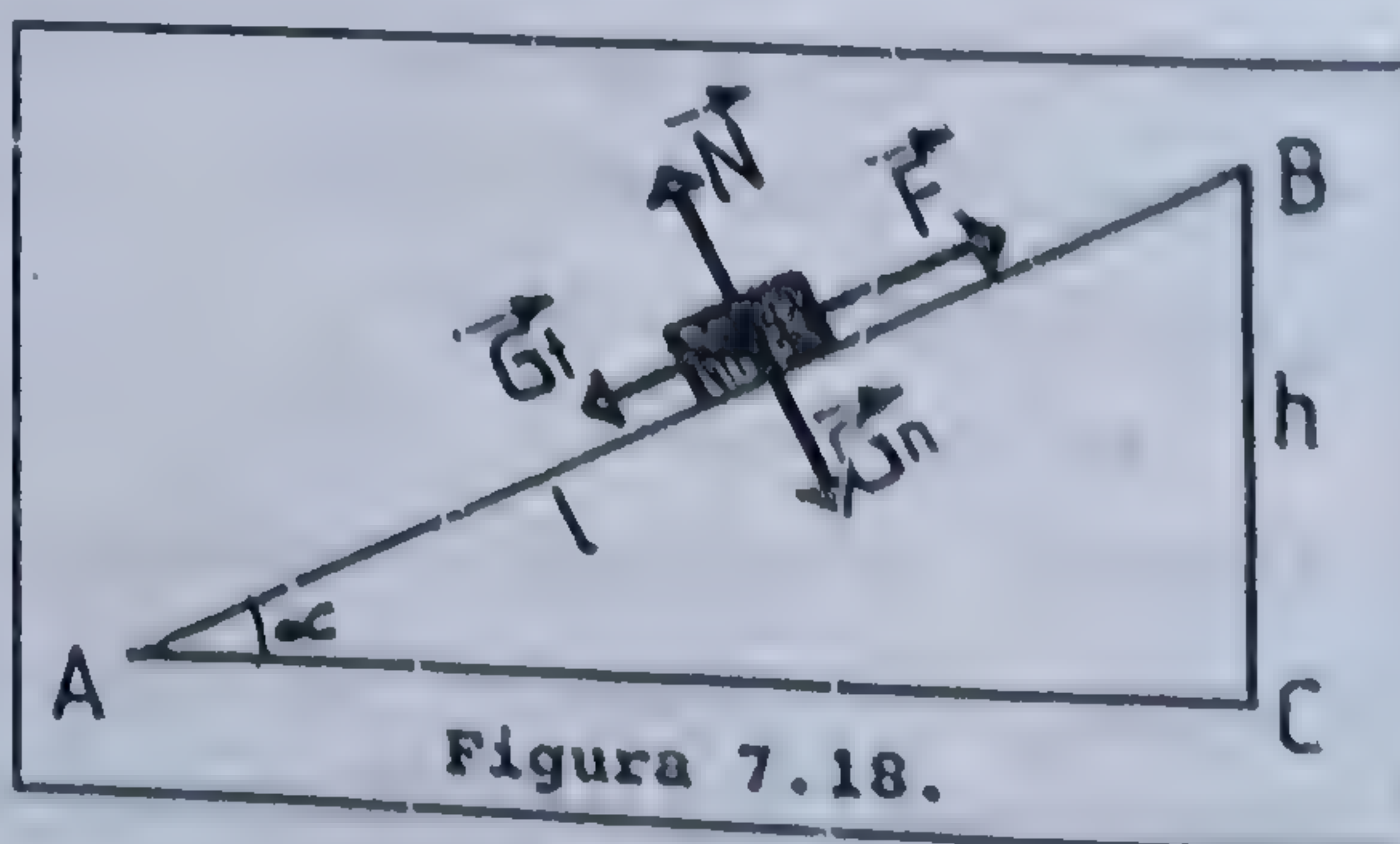
$$G_t = G \cdot \sin \alpha; \quad G_n = G \cdot \cos \alpha$$



Revenind la problema inițială, vom considera (vezi fig. 7.18.) că asupra corpului ridicat uniform pe plan acționează forțele:  $\vec{F}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{G}_n$  și  $\vec{G}_t$ , a căror rezultantă este nulă:  $\vec{F} + \vec{N} + \vec{G}_n + \vec{G}_t = 0$

Întrucât corpul nu părăsește suprafața planului înclinat, componen-

ta normală a greutății  $\vec{G}_n$  și forța de reacțiune  $\vec{N}$  își fac echilibru:





$$\vec{N} + \vec{G}_n = 0 \text{ (ca modul } N = G_n)$$

Rămâne deci ca forța  $\vec{F}$  să echilibreze separat componenta tangențială a greutății:

$$\vec{F} + \vec{G}_t = 0 \qquad F = G_t = G \cdot \sin \alpha$$

Lungimea planului, AB, se notează cu  $l$  iar înălțimea planului, BC, cu  $h$ . Din triunghiul ABC putem scrie:

$$\sin \alpha = BC/AB = h/l$$

Forța  $F$ , necesară ridicării uniforme a corpului pe plan, are deci valoarea:

$$F = G \cdot \frac{h}{l}$$

Într-un triunghi dreptunghic cateta  $h$  este mai mică decât ipotenuza  $l$ , deci  $h/l < 1$ . Rezultă că  $F < G$ , ceea ce arată că putem obține, cu ajutorul planului înclinat, un câștig de forță. Alegând plane cu unghiuri mici, înălțimea planului poate deveni de 10 - 20 de ori mai mică decât lungimea acestuia, deci și forța  $F$  va putea fi de 10 - 20 de ori mai mică decât greutatea. Pentru frecări neglijabile, relația fundamentală a planului înclinat se enunță:

**Forța necesară ridicării uniforme a unui corp pe planul înclinat ideal este de atâtea ori mai mică decât greutatea corpului  $G$ , de câte ori înălțimea  $h$  este mai mică decât lungimea  $l$  a planului înclinat.**

Din relația dedusă rezultă:

$$F \cdot l = G \cdot h \qquad \text{adică:} \qquad L_r = L_0$$

Deci cu ajutorul planului înclinat se poate obține câștig de forță, dar nu și de lucru mecanic.



## Randamentul planului inclinat

Să presupunem acum că intervine și frecarea corpului pe plan. La urcarea acestuia forța de frecare este orientată în jos, după direcția planului (figura 7.19.).

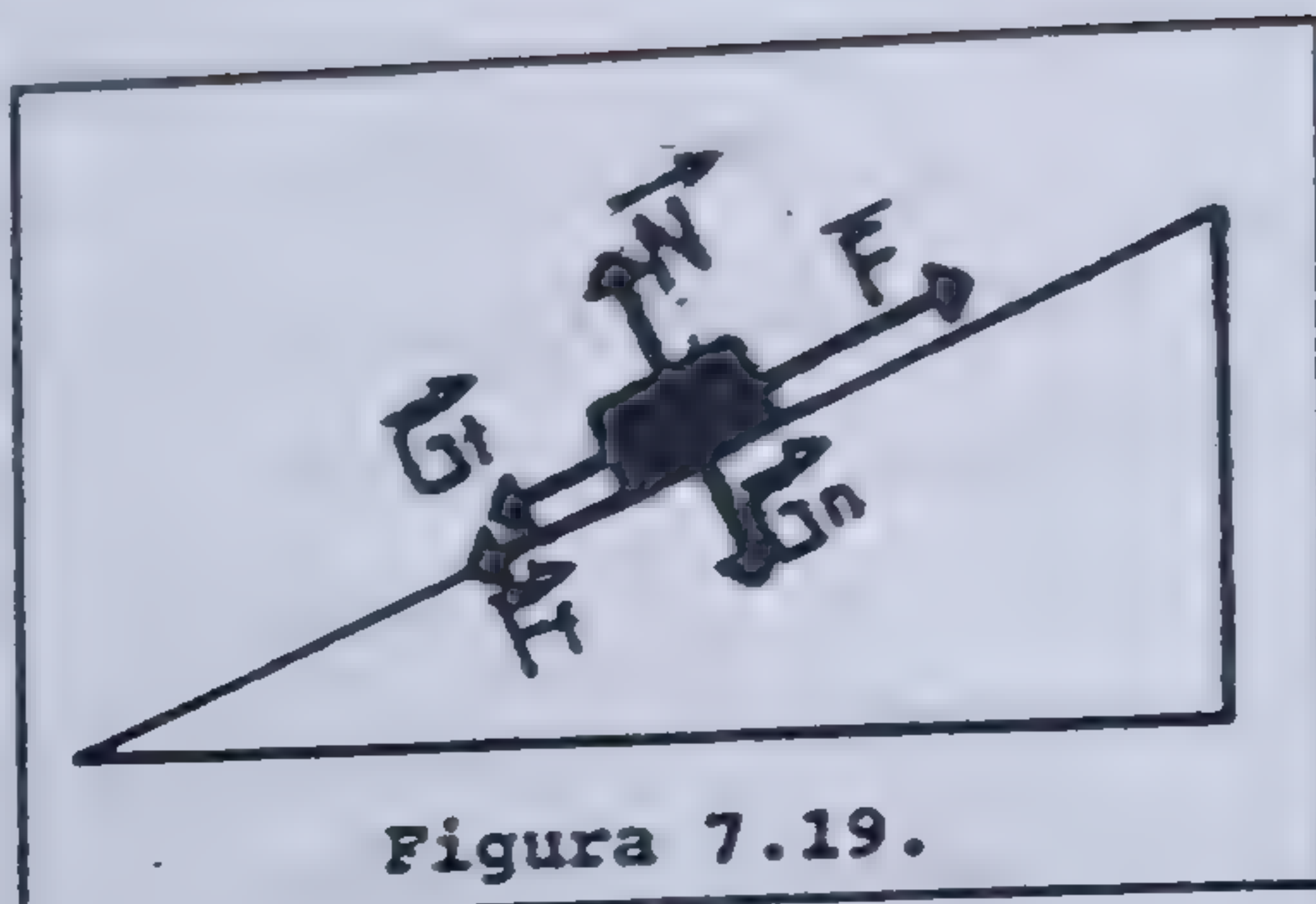


Figura 7.19.

În consecință, forța  $F$  trebuie să învingă, nu numai componenta tangențială a greutății, ci și forța de frecare:

$$F = G_t + F_f = mg \cdot \sin \alpha + F_f$$

După legea frecării, forța de frecare se poate scrie:

$$F_f = \mu N = \mu G_n = \mu mg \cdot \cos \alpha$$

Forța de tracțiune are atunci expresia:

$$F = mg \cdot \sin \alpha + \mu mg \cdot \cos \alpha = mg(\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)$$

Randamentul planului trebuie definit ca raportul dintre lucrul util (ridicarea unui corp de greutate  $G$  la înălțimea  $h$ ) și lucrul consumat (deplasarea corpului pe o porțiune de lungime  $l$  de către forța  $F$ ).

$$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{G \cdot h}{F \cdot l} = \frac{G}{F} \sin \alpha = \frac{mg \cdot \sin \alpha}{mg(\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha}$$

Dacă lipsește frecarea  $\mu = 0$  atunci  $\eta = 1$ , iar dacă avem frecare numitorul fracției este mai mare ca numărătorul și atunci randamentul este strict subunitar.

În urma studiului mecanismelor simple, putem concluziona că randamentul acestora este totdeauna subunitar. Cu



cât acesta se apropie mai mult de unitate, cu atât dispozitivul funcționează cu pierderi mai mici. Pierderile, care s-ar putea măsura prin diferența dintre lucrul mecanic consumat și cel util, se datorează frecărilor, greutateii proprii a dispozitivelor, deformărilor, ca și altor cauze.

#### 7.5.2. Determinarea randamentului unui plan înclinat

##### Primul experiment - acomodarea cu instalația

Aranjați un plan înclinat (figura 7.20.) și folosiți un dinamometru pentru a trage uniform un corp în sus, paralel cu planul. Măsurați forța de tracțiune și greutatea corpului. Măsurați și deplasarea forței de tracțiune (distanța pe care se mișcă corpul de-a lungul planului) și deplasarea greutății (înălțimea la care am ridicat corpul).

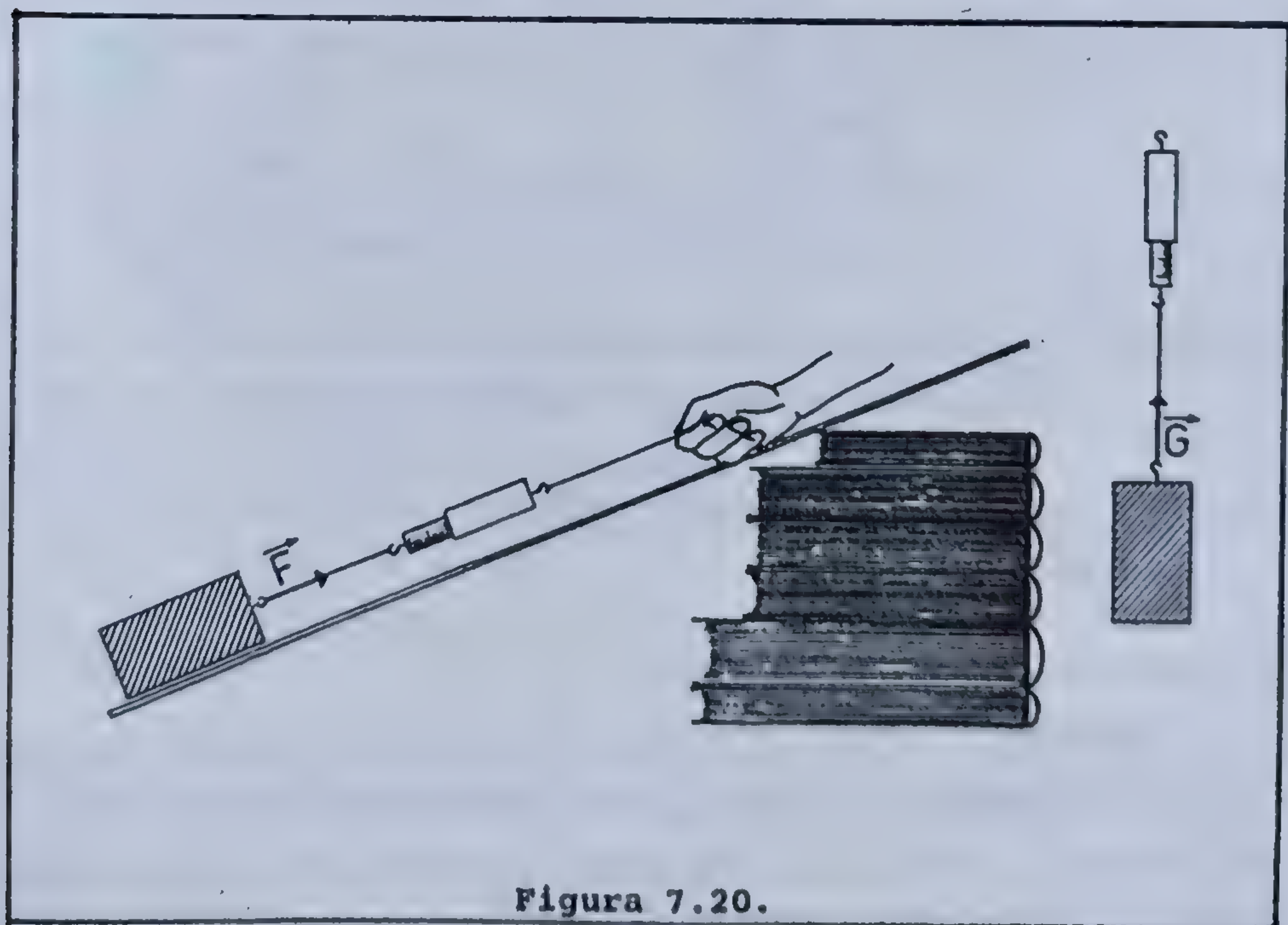


Figura 7.20.

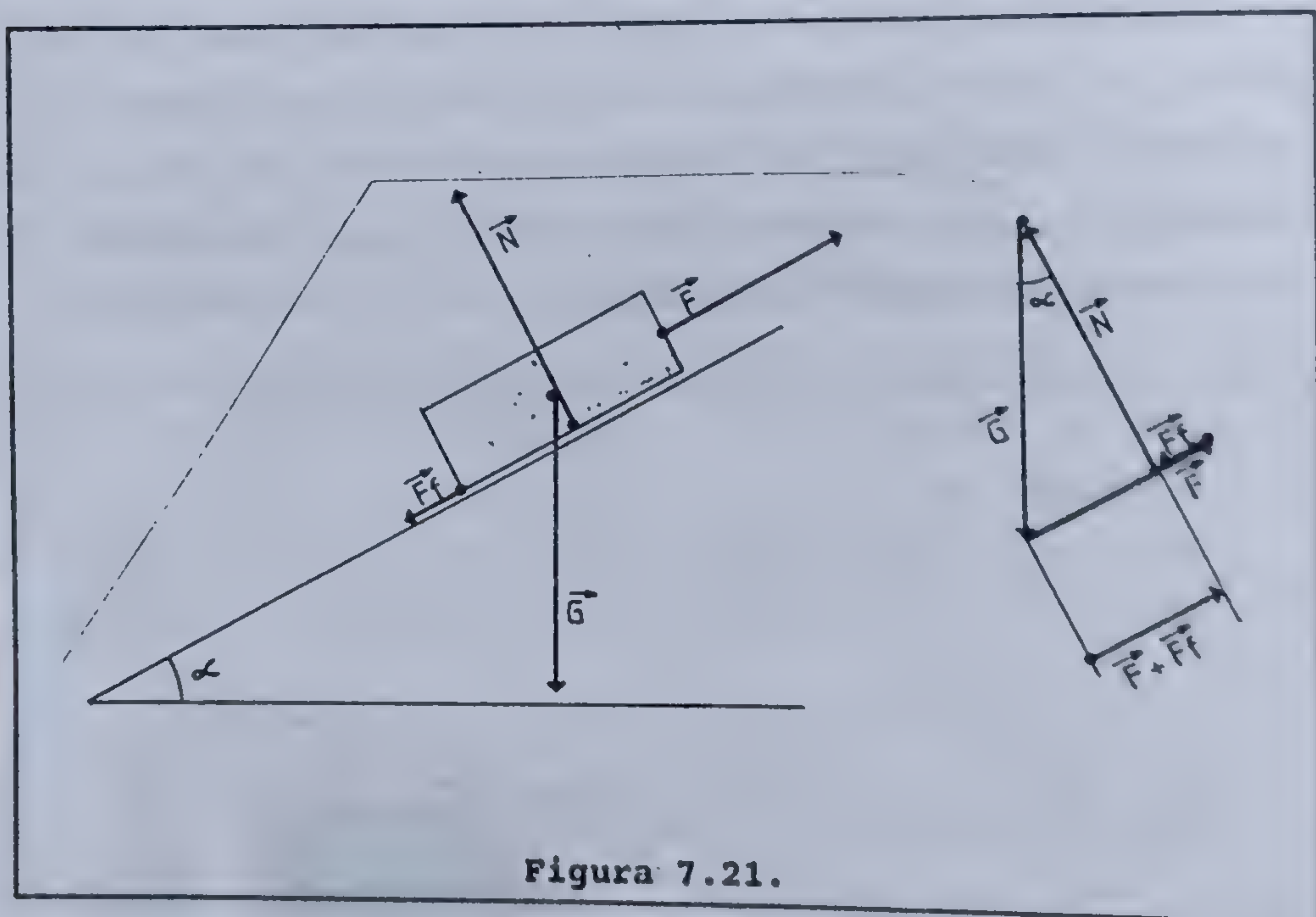


### Măsurarea forței care trage corpul

Trageți corpul cu o viteză constantă măsurând forța de tracțiune. Faceți încercări pentru diferite viteze constante. Scrieți valorile forței de tracțiune și faceți media lor. La urcarea uniformă a corpului pe plan, forțele își fac echilibru:

$$\vec{G} + \vec{F} + \vec{F}_f + \vec{N} = 0$$

Urmăriți în figura 7.21. compunerea acestor forțe după regula poligonului.



### Randamentul planului înclinat

Calculați lucrul efectuat de forța care trage ( $L_c$ ). Calculați lucrul efectuat asupra greutății atunci când a fost ridicat corpul ( $L_u$ ). Folosind cele 2 rezultate calculați randamentul planului ( $\eta = L_u / L_c$ ).



Încercați să găsiți o modalitate de a crește randamentul (cu același plan și același corp care se mișcă în susul lui).

Măsurați din nou randamentul pentru a vedea cât de bună a fost ideea voastră.

#### Dependența randamentului de înclinarea planului

Repetăți experimentul cu planul la diferite unghiuri față de orizontală (dar trageți același corp în sus pe plan de fiecare dată). Faceți graficul randamentului funcție de unghiul planului sau de înclinarea acestuia.

#### Panta unui plan înclinat

Panta unui plan înclinat, în procente, înseamnă numărul de metri urcați raportați la numărul de metri parcurși pe oblică, înmulțit cu 100. De exemplu, o pantă de 10% înseamnă 10m urcați pe verticală la un drum parcurs pe oblică de 100m.

Dacă măsurăm distanțele în cm și forțele în N, atunci lucrul mecanic rezultă în cJ (centijouli).

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: RANDAMENTUL PLANULUI ÎNCLINAT ÎN FUNCȚIE DE ÎNCLINAREA ACESTUIA							
Panta	F (N)	G (N)	h (cm)	l (cm)	$L_o = F \cdot l$ (cJ)	$L_u = G \cdot h$ (cJ)	$\eta = G \cdot h / F \cdot l$

Reprezentați grafic randamentul ca funcție de panta planului.



### Întrebări

1. Imaginați-vă că vreți să împingeți o mașină stricată spre vârful unui deal. Dacă există două drumuri, care sunt avantajele și dezavantajele în a împinge mașina de-a lungul drumului mai scurt?
2. În majoritatea blocurilor există două feluri de a ajunge la etajele superioare. De ce scările merg oblic, iar lifturile direct în sus? (Care este sursa care asigură forța activă în fiecare caz?)



## 8. ENERGIA MECANICĂ

### 8.1. UTILIZAREA LUCRULUI MECANIC PENTRU SCHIMBAREA STĂRII DE MIȘCARE A CORPURILOR

Când o forță efectuează lucru mecanic se pot produce următoarele fenomene:

1. Dacă lucrul mecanic este efectuat pentru învingerea frecărilor, atunci corpurile se încălzesc (de exemplu, frecarea mâinilor una de alta).
2. Lucrul mecanic efectuat poate schimba forma unui corp; de exemplu, când două mașini se ciocnesc, forțele de contact dintre mașini efectuează lucru mecanic pentru schimbarea formei mașinilor.
3. Lucrul mecanic efectuat poate face ca un corp să se miște mai repede sau mai încet; de exemplu, lucrul mecanic efectuat de forța care frânează mașina (când un șofer pune piciorul pe pedala de frână) încetinește mașina iar lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune (când șoferul apasă pedala de accelerație) conduce la creșterea vitezei ei.

Veți efectua un experiment pentru a vedea ce viteze capătă un corp când se efectuează asupra lui lucruri mecanice diferite.

Veți da drumul unei monezi să se rostogolească pe un plan înclinat și veți măsura viteza când aceasta ajunge pe planul orizontal de la baza planului înclinat (fig. 8.1.).



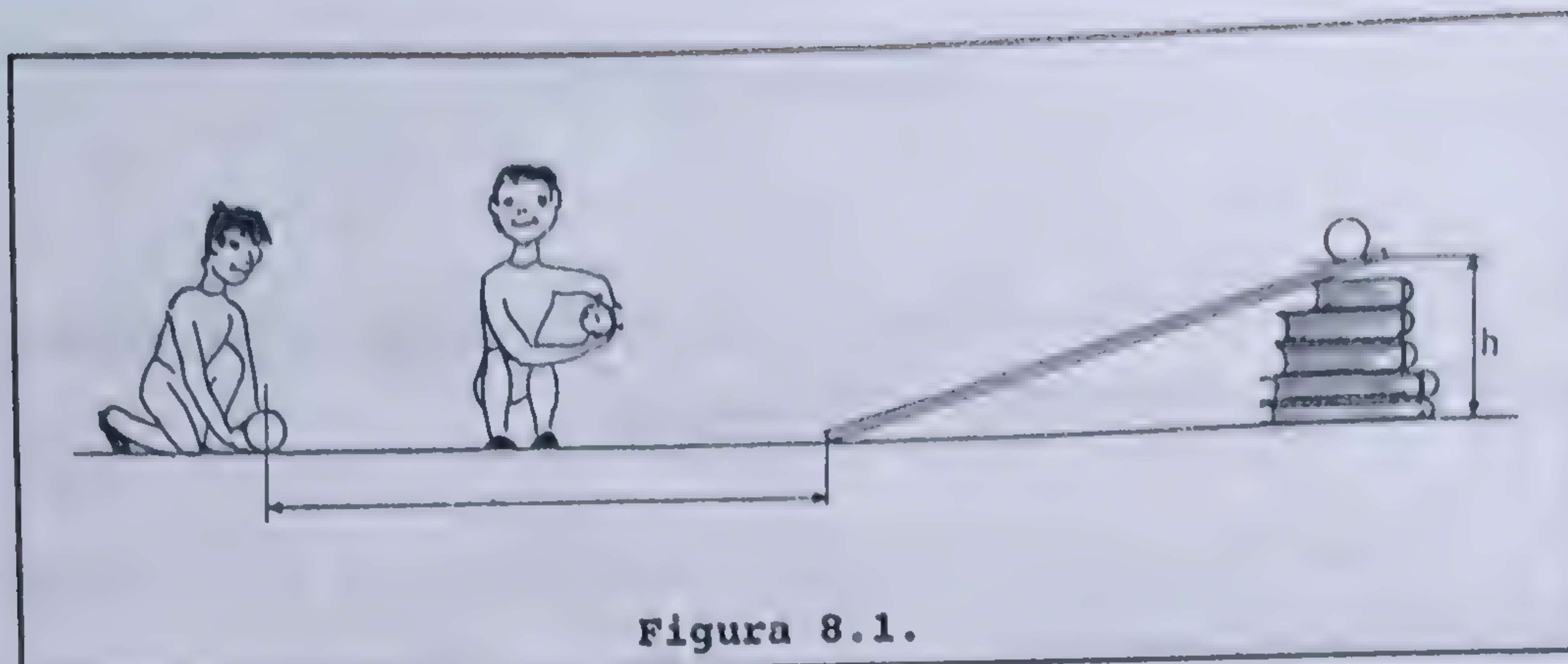


Figura 8.1.

Puteți calcula lucrul mecanic efectuat asupra monezii care „cade”, înmulțind deplasarea verticală cu forța verticală (greutatea ori înălțimea).

Calculați viteza măsurând distanța pe care se deplasează moneda în 2 secunde (și împărțind prin doi pentru un rezultat în m/s). De îndată ce moneda ajunge la baza planului înclinat veți număra (măsura) 2 secunde și veți face un semn cu o cretă unde ajunge moneda. Apoi măsurați în metri distanța de la baza planului înclinat la semnul făcut.

Exersați de câteva ori pentru acomodare cu instalația.

Repetăți experimentul de mai multe ori pentru fiecare valoare a înălțimii  $h$ , considerând media vitezelor găsite (vă formați astfel o idee și despre mărimea erorilor).

Scrieți rezultatele într-un tabel și desenați un grafic al vitezei în funcție de înălțime.

Pentru a înțelege care este legătura dintre creșterea vitezei corpului și lucrul mecanic efectuat asupra sa va trebui să introducem o nouă mărime fizică numită ENERGIE MECANICĂ.



## 8.2. ENERGIA MECANICĂ - TRATARE TEORETICĂ

Spunem că un corp (sau un sistem de corpuri) posedă energie dacă este capabil să efectueze lucru mecanic (nu prezintă importanță dacă sistemul efectuează sau nu acest lucru mecanic).

Noțiunea de energie este importantă atât din punct de vedere teoretic (putem distinge diverse forme de energie: mecanică, electrică, termică, luminoasă, chimică, atomică și nucleară) cât și practic (se caută permanent noi surse și resurse energetice). De cele mai multe ori legătura între fenomenele care implică diverse domenii ale fizicii (mecanică, electricitate, căldură, optică etc) se face tot prin intermediul energiei.

Ne vom ocupa, în cele ce urmează, numai de energia mecanică, care se prezintă în două forme: energie cinetică și energie potențială.

### 8.2.1. Energia cinetică

Aceasta este energia care corespunde corpurilor aflate în mișcare (kineticos în grecește înseamnă mișcător). Să con-

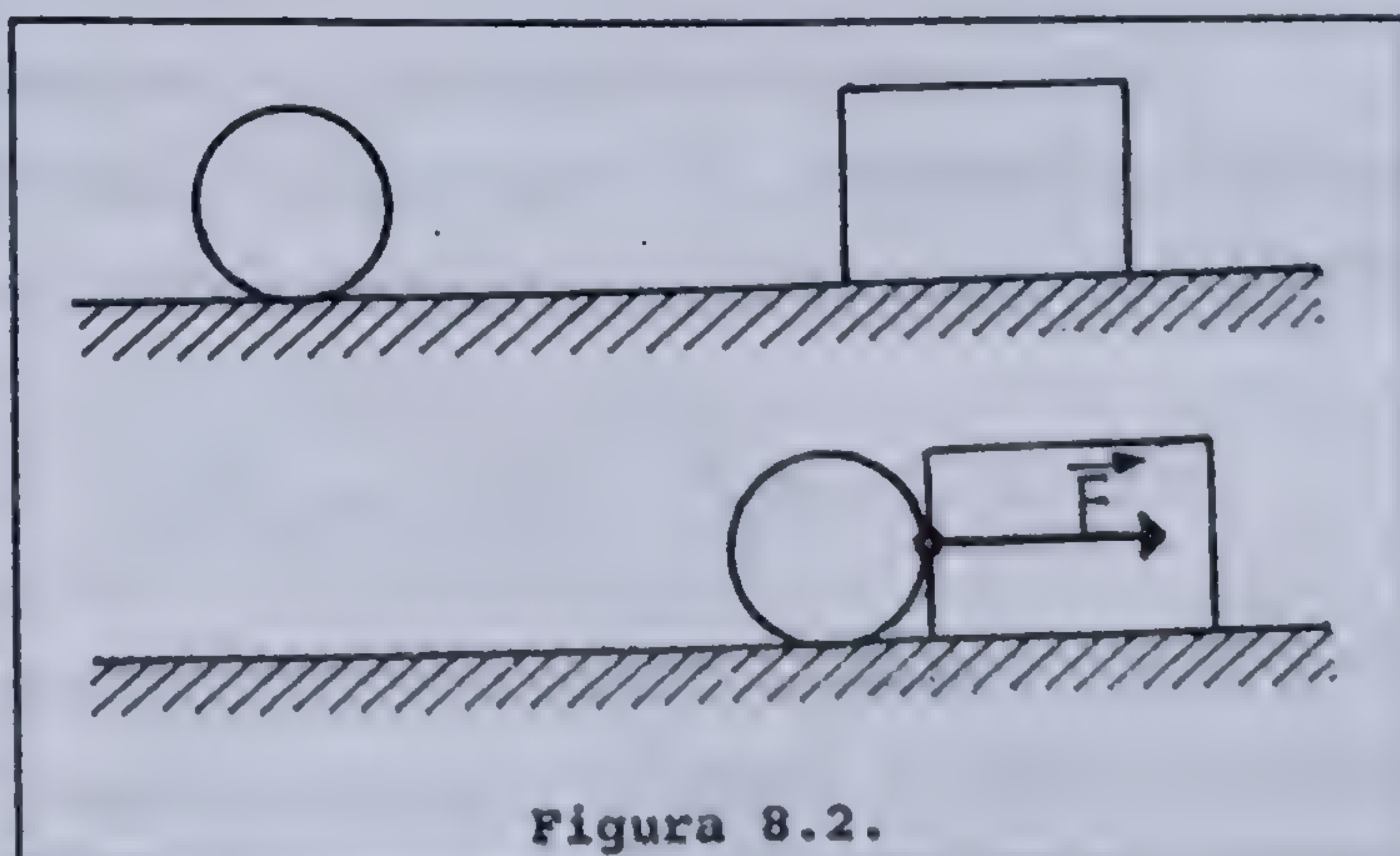


Figura 8.2.

siderăm o bilă care are o anumită viteză și lovește un corp



paralelipipedic. Bila va acționa cu o forță  $\vec{F}$  asupra corpului și-l va deplasa pe o anumită distanță (figura 8.2.). Rezultă că bila efectuează un anumit lucru mecanic, deci posedă energie.

Energia cinetică a unui corp se poate măsura prin lucrul mecanic maxim pe care este capabil să-l efectueze acel corp. Ea depinde de masa și de viteza corpului, având expresia (pe care o dăm fără demonstrație):

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

(Dependența de pătratul unei mărimi ne arată, de exemplu, că dacă variabila independentă crește de trei ori, atunci variabila dependentă crește de nouă ori).

Când asupra unui corp acționează o forță acceleratoare, energia cinetică crește, iar când forța frânează corpul, energia cinetică scade. Se poate arăta că:

*Variația energiei cinetice a unui corp este egală cu lucrul mecanic al forței rezultante ce acționează asupra acelui corp.*

Acest enunț poartă numele de teorema de variație a energiei cinetice; ea reprezintă o importantă teoremă a mecanicii, care simbolic se poate scrie:

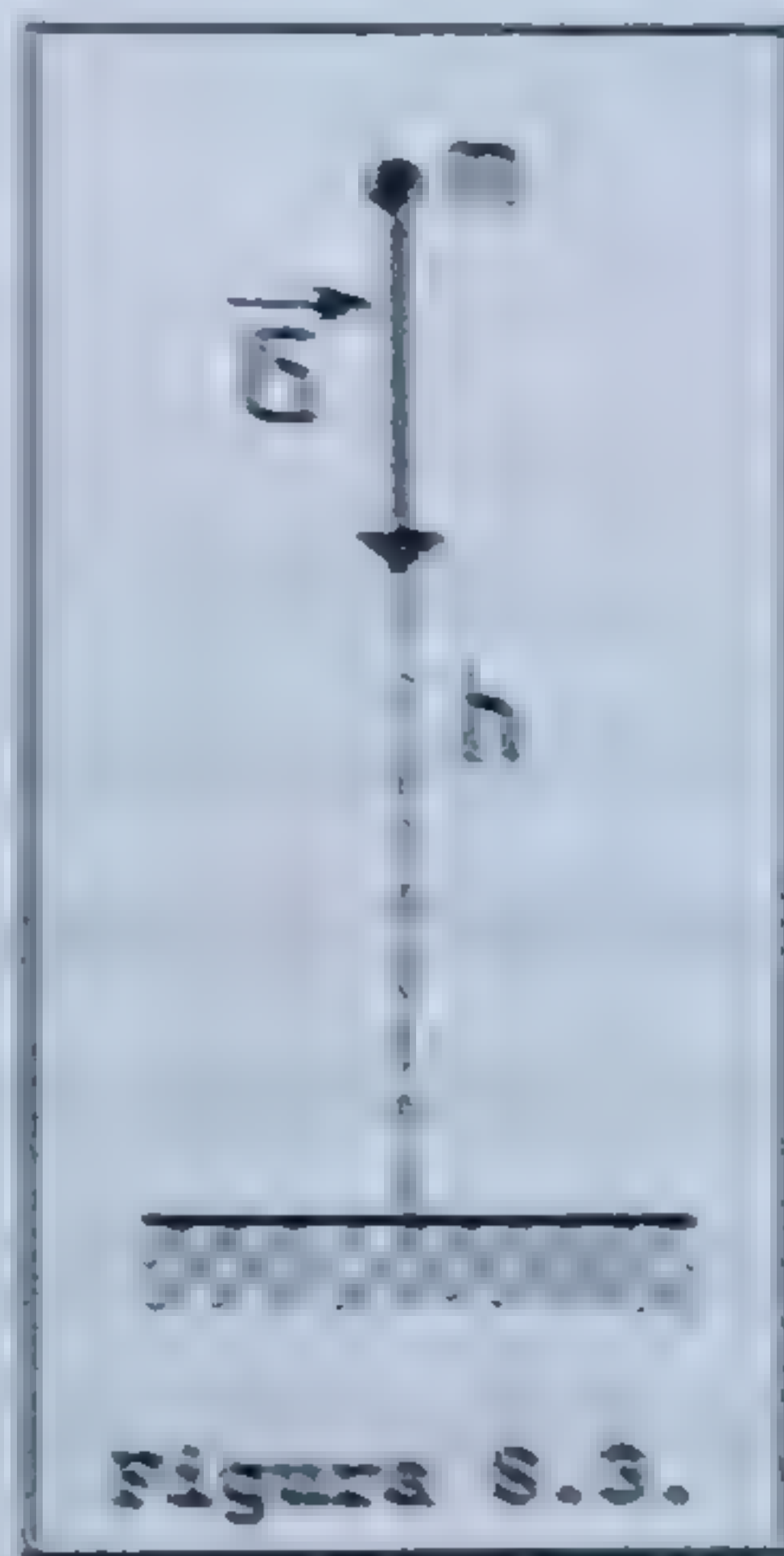
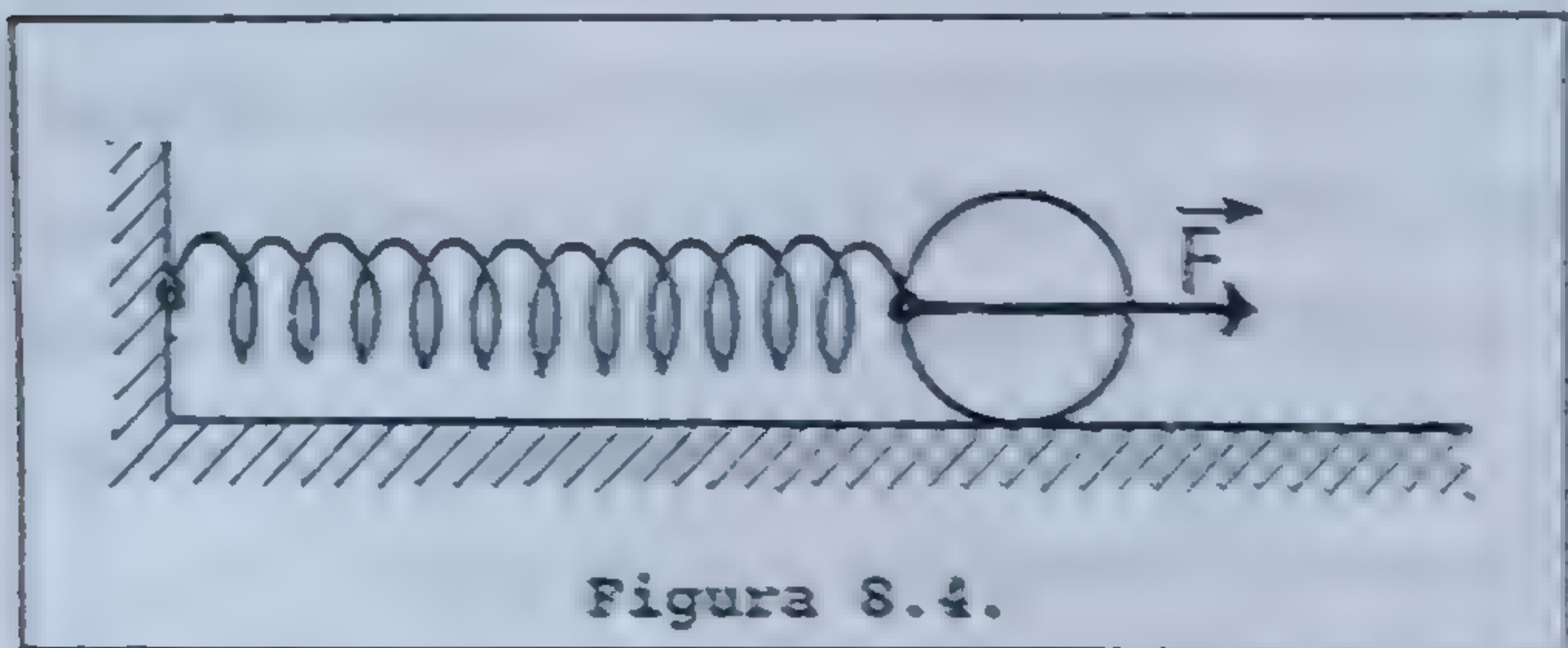
$$\Delta E_c = E_{c_{final}} - E_{c_{initial}} = L_R$$

Când lucrul mecanic al forței rezultante este motor ( $L_R > 0$ ) energia cinetică crește ( $E_{c_{final}} > E_{c_{initial}}$ ) iar când lucrul mecanic este rezistent, ( $L_R < 0$ ), energia cinetică scade ( $E_{c_{final}} < E_{c_{initial}}$ ).



### 8.2.2. Energia potențială

1. Să considerăm un corp de masă  $m$  aflat în repaus la o înălțime  $h$  deasupra Pământului (figura 8.3.). Lăsat liber corpul cade, proces în cursul căruia greutatea  $G$  a corpului se deplasează efectuând un lucru mecanic. Deci corpul aflat la o anumită înălțime față de Pământ posedă energie. Corpul fiind inițial în repaus, această energie nu poate fi cinetică. Corpul și Pământul formează un sistem și această energie corespunde părților acestui sistem.



2. Să considerăm un resort comprimat care acționează asupra unei bile, aflată inițial în repaus (figura 8.4.). Resortul efectuează un lucru mecanic întrucât forța  $F$  cu care aceasta acționează asupra bilei își deplasează punctul de aplicație (până când resortul ajunge în stare nedeformată). Deci corpurile elastice deformate posedă energie. Considerând resortul ca un sistem format din mai multe spire, energia acestuia depinde de gradul lui de deformare, adică de poziția inițială a spirelor unele față de altele.

Cele două exemple arată că unele sisteme mecanice (ansambluri de corpuri) posedă energie; dacă efectuează



lucru mecanic atunci poziția părților care alcătuiesc acel sistem se schimbă unele față de altele.

Energia asociată cu poziția părților unui sistem se numește energie potențială. În primul exemplu avem o energie potențială gravitațională, iar în al doilea exemplu energie potențială elastică.

În general energia potențială se definește, nu direct, ci prin variația ei în cursul unui proces în care sistemul trece de la o configurație la alta:

$$\Delta E_p = E_{p_{final}} - E_{p_{initial}} = -L$$

Variația energiei potențiale a unui sistem este egală cu lucrul mecanic efectuat de sistem la trecerea din starea inițială în cea finală, luat cu semn schimbat (semnul minus se consideră pentru a pune în acord faptul că atunci când sistemul efectuează lucru mecanic  $L > 0$ , energia lui scade  $E_{pf} < E_{pi}$ ,  $\Delta E_p < 0$ ).

Conform relației de mai sus, energia potențială este definită până la o anumită constantă arbitrară. Într-adevăr, să alegem:  $E_p' = E_p + C$ . Atunci:

$$\Delta E_p' = E_{p_f'} + C - (E_{p_i'} + C) = E_{p_f} - E_{p_i} = \Delta E_p = -L$$

decă  $E_p'$  poate fi aleasă ca energie potențială la fel de bine ca și  $E_p$ . Constanta  $C$  se alege, în cazul energiei potențiale gravitaționale, punând condiția ca aceasta să ia valoarea nulă pe suprafața de înălțime  $h=0$  (figura 8.5.)

$$E_{p_B} - E_{p_A} = -L$$

$$0 - E_{p_A} = -G \cdot h_A = -m \cdot g \cdot h_A$$



Deci în punctul (starea) A, energia potențială gravitațională are valoarea:

$$E_{pA} = mgh_A$$

În general putem scrie:

$$E_p = mgh$$

În probleme, nivelul de înălțime  $h = 0$  se poate alege arbitrar; de obicei se alege cel mai de jos nivel pe care poate să-l atingă corpul în cursul mișcării sale (pentru a nu avea energii

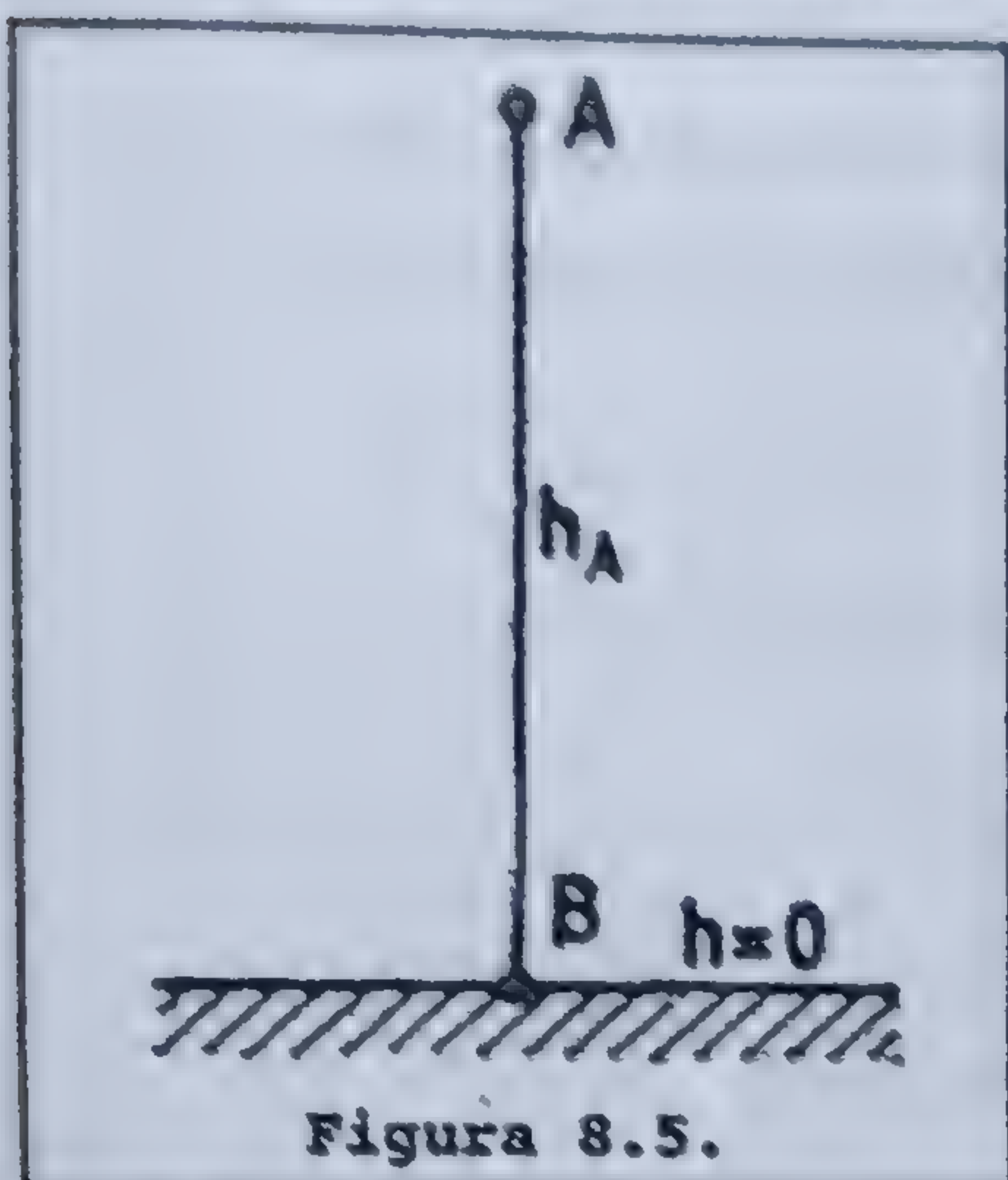


Figura 8.5.

potențiale gravitaționale negative).

În cazul energiei potențiale elastice se pune condiția ca aceasta să ia valoarea 0 când corpul elastic (resortul) nu este deformat. Energia potențială elastică are, pentru un resort deformat, are expresia (o dăm fără demonstrație):

$$E_{pe} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$$

unde  $k$  este constanta elastică a resortului și  $\Delta l$  alungirea (sau comprimarea) acestuia.

### 8.2.3. Energia mecanică

Prin energie mecanică a unui sistem înțelegem suma dintre energiile cinetică și potențială corespunzătoare corpurilor ce alcătuiesc acel sistem:

$$E = E_c + E_p$$



Ea se măsoară în Jouli (J). Energia mecanică este o mărime de stare în sensul că dacă un sistem se găsește într-o stare mecanică cunoscută (se cunosc vitezele și pozițiile părților sistemului) atunci energia sa mecanică are o valoare bine precizată.

#### 8.2.4. Conservarea energiei mecanice

Considerăm un corp aflat în cădere liberă. În poziția A (figura 8.6.) corpul este în repaus cu energia potențială gravitațională  $E_{pA} = m \cdot g \cdot h$  și energia cinetică nulă  $E_{cA} = 0$ . În cursul căderii, înălțimea corpului față de sol scade iar viteza lui crește. Deci energia potențială a corpului scade în timp ce energia lui cinetică crește.

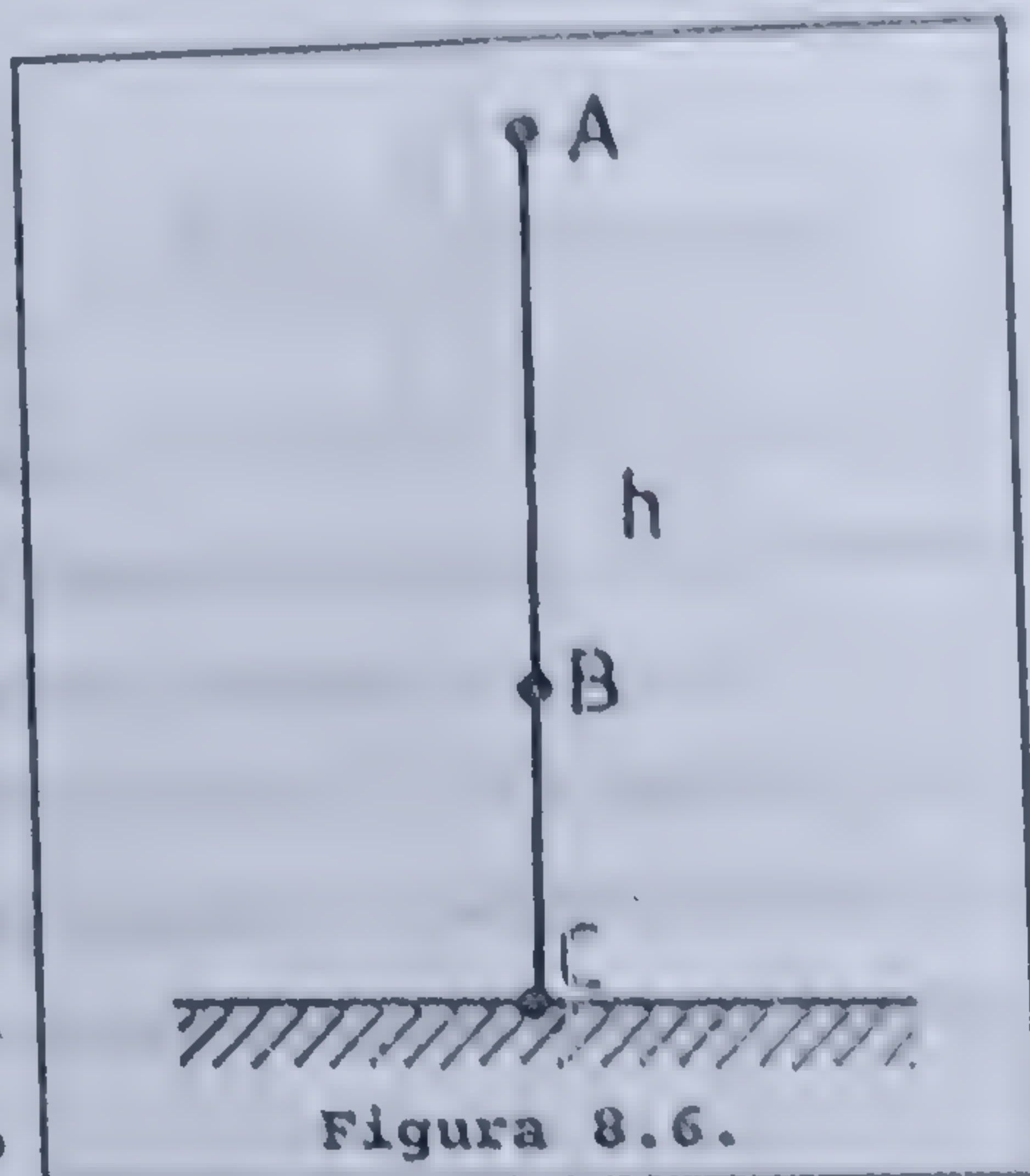


Figura 8.6.

Cum singura forță care acționează este greutatea  $G$ , putem scrie alegând o stare B oarecare:

$$E_{cB} - E_{cA} = L_G \text{ și } E_{pB} - E_{pA} = -L_G$$

De aici rezultă că scăderea energiei cinetice este egală cu creșterea energiei potențiale. Procesul de cădere al corpurilor poate fi interpretat și ca un proces de transformare a energiei potențiale în energie cinetică. Putem scrie, dacă ținem seama de cele două relații:

$$E_{cB} - E_{cA} = E_{pA} - E_{pB}$$



$$E_{cB} + E_{pB} = E_{cA} + E_{pA}$$

sau:

$$E_B = E_A$$

Energia mecanică într-o stare oarecare B este aceeași cu energia mecanică inițială. Se spune despre o mărime care rămâne constantă în timp că se conservă. Concluzia la care s-a ajuns se poate generaliza, ea purtând numele de legea conservării energiei mecanice:

Într-un sistem fizic izolat (care nu interacționează cu corpurile exterioare) și în care frecările sunt neglijabile, energia mecanică se conservă (ea se poate transforma din forma ei cinetică în cea potențială și invers, dar suma acestor energii este constantă în timp).

Conservarea energiei o putem urmări la un corp atârnat de un fir în timp ce acesta se mișcă simetric de o parte și de alta a poziției verticale (figura 8.7.).

În pozițiile extreme este maximă înălțimea deci și energia potențială iar energia cinetică (și viteza) este nulă; în poziția de echilibru energia cinetică (viteza) este maximă și este minimă energia potențială (înălțimea).

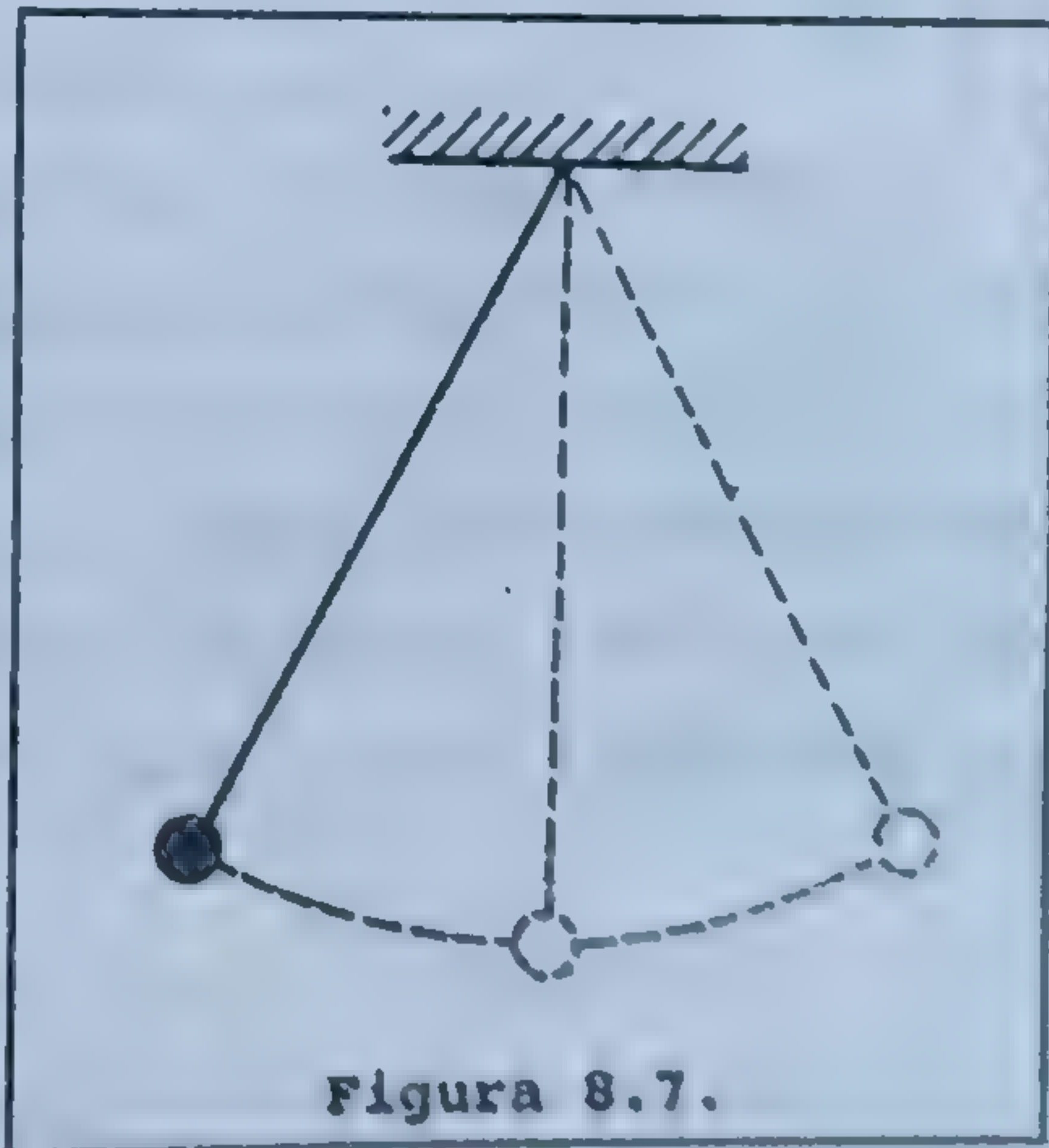
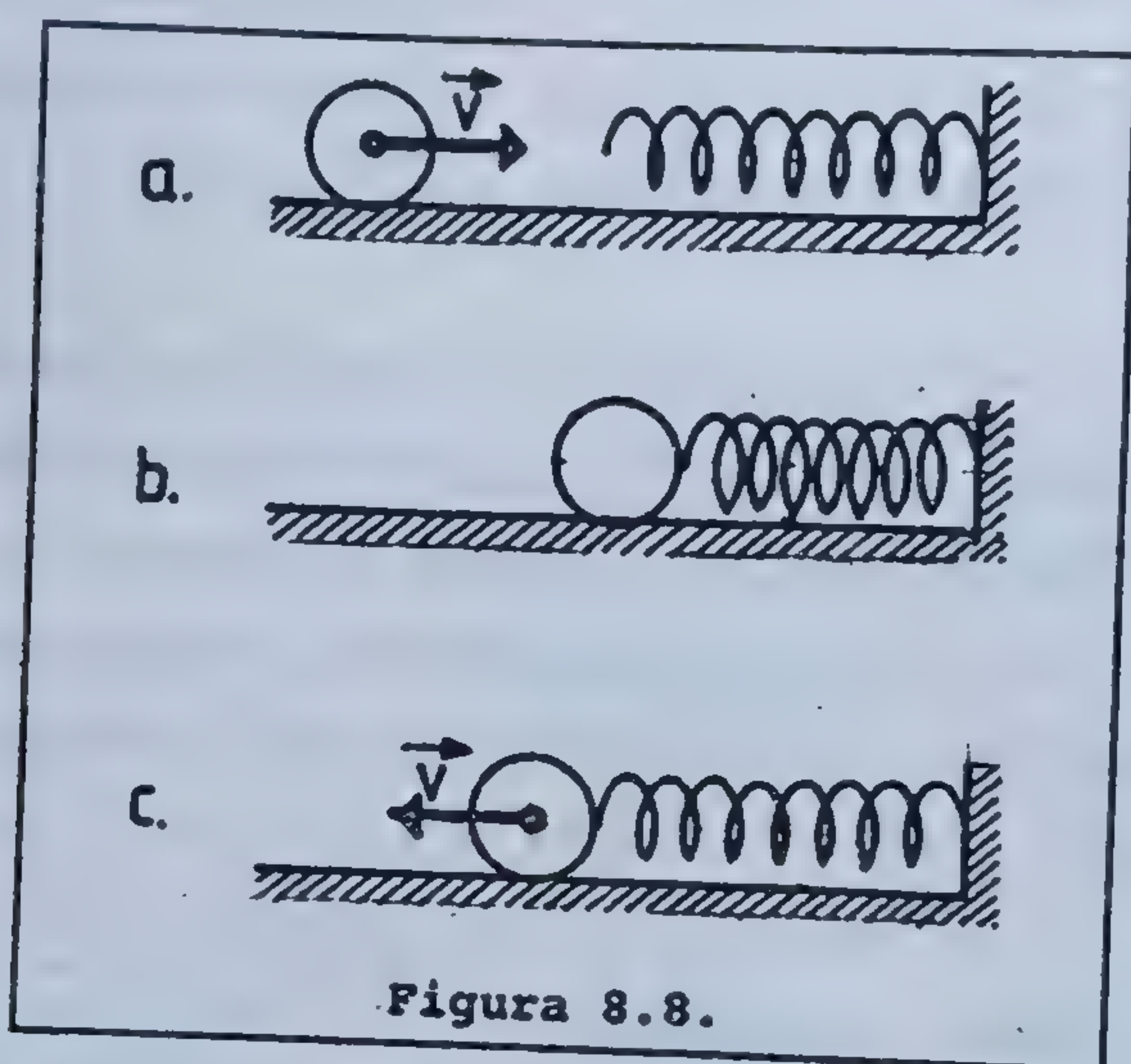


Figura 8.7.



Energia cinetică se poate transforma și în energie potențială elastică și invers. Considerăm un corp care se mișcă fără frecare pe o suprafață orizontală spre un resort fixat de un perete (figura 8.8.a.).



Viteza corpului scade pe măsură ce resortul se comprimă. Deci putem considera că energia cinetică se transformă în energie potențială elastică până când resortul atinge comprimarea maximă (figura 8.8.b.), apoi, în cursul revenirii resortului la poziția nedeformată (figura 8.8.c.), energia potențială elastică se transformă în energie cinetică.



## 9. MOMENTUL FORȚEI

### 9.1 INTRODUCERE

Să presupunem că dorim să strângem piulița unui șurub cu o cheie (figura 9.1.). Știm că pentru realizarea acestui lucru trebuie să acționăm cu o forță  $\vec{F}$  perpendiculară pe mânerul cheii. Se poate observa ușor că piulița

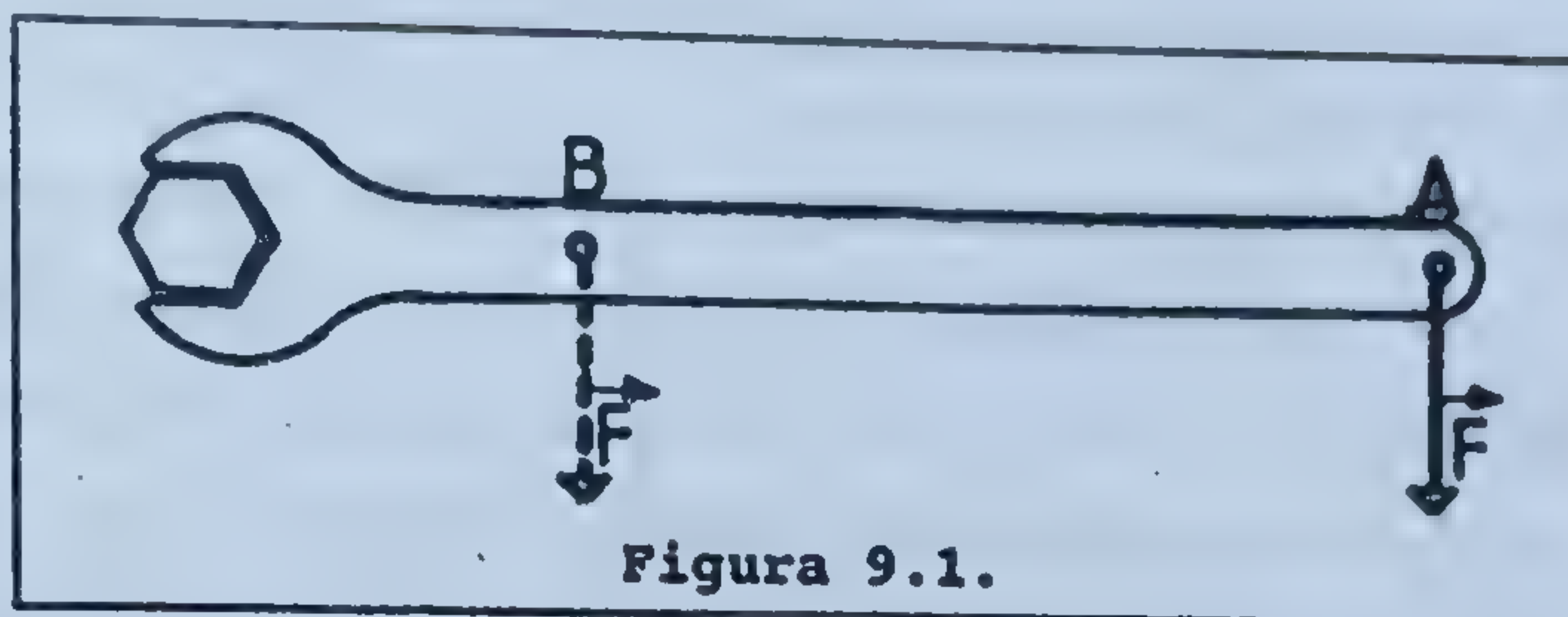


Figura 9.1.

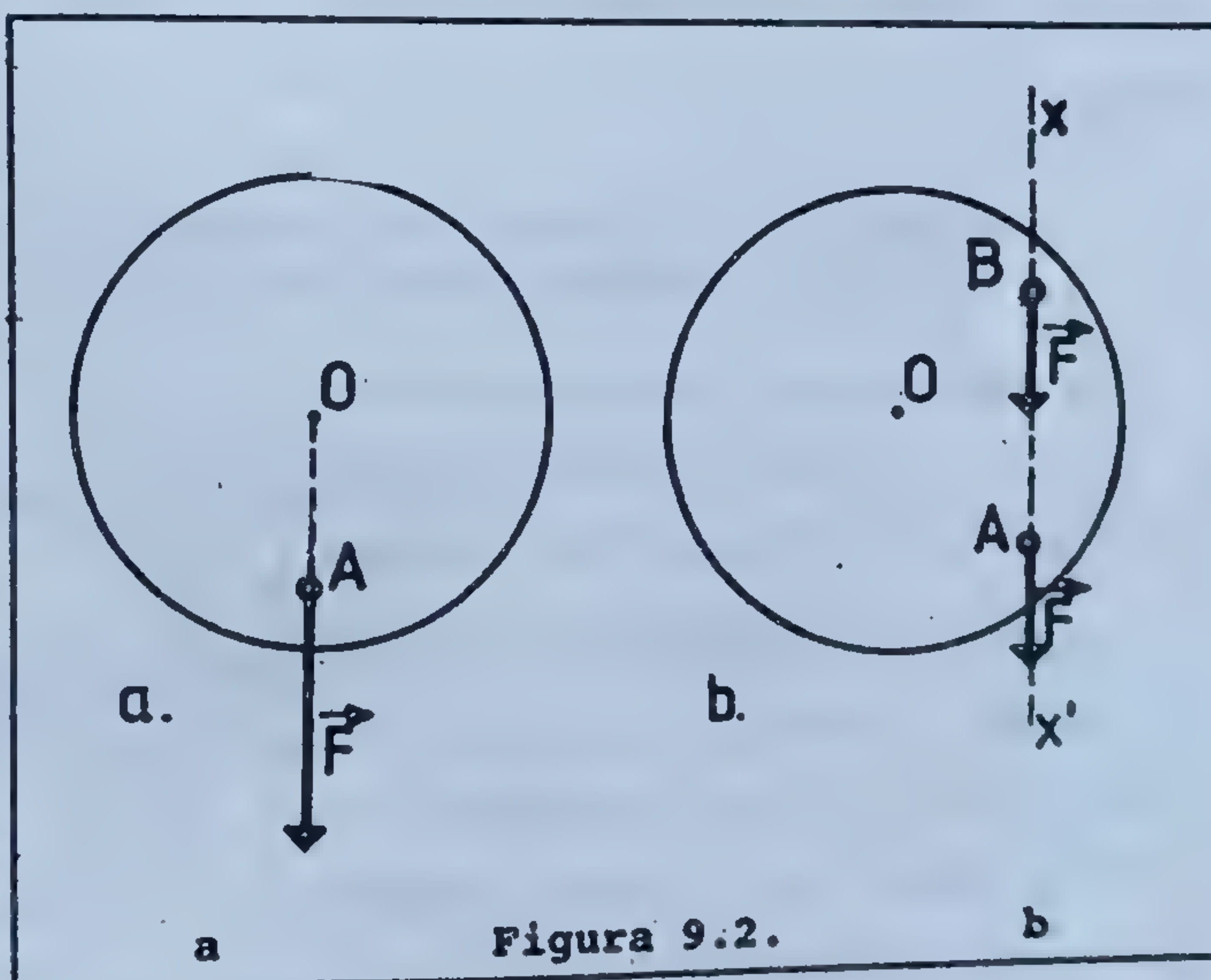


Figura 9.2.

poate fi strânsă mai tare dacă forța  $\vec{F}$  acționează cât mai departe de aceasta, pe mânerul cheii. Deducem de aici că efectul de rotație pe care o forță îl exercită asupra unui corp (piulița) depinde nu numai de mărimea forței ci și de depărtarea acesteia față de axul de rotație. În consecință, forța singură nu poate caracteriza efectul de rotație produs asupra unui corp; este necesară, de aceea, introducerea unei



noi mărimi. Pentru aceasta trebuie să precizăm cum luăm în considerare depărtarea la care acționează forța față de axul de rotație. Considerăm un disc perforat (figura 9.2.) care se poate roti în jurul punctului O (axului O). Când forța acționează după direcția OA, ea nu poate roti discul (figura 9.2.a). Dacă forța acționează după o direcție xx' care nu trece prin centrul de rotație O (figura 9.2.b.) atunci efectul de rotație este același când schimbăm punctul de aplicație al forței pe dreapta ei suport xx'. Deci depărtarea la care acționează forța față de centrul de rotație este de fapt depărtarea dreptei suport a forței în raport cu punctul O.

*Distanța de la centrul de rotație la dreapta suport a forței se numește brațul forței ( $b_r$ ).*

Atragem atenția că brațul forței  $b_r = OB$  nu trebuie confundat cu distanța de la centrul de rotație la punctul de aplicație al forței OA (figura 9.3.).

Mărimea care descrie efectul de rotație produs de o forță asupra unui corp se numește momentul forței.

$$M = F \cdot b_r$$

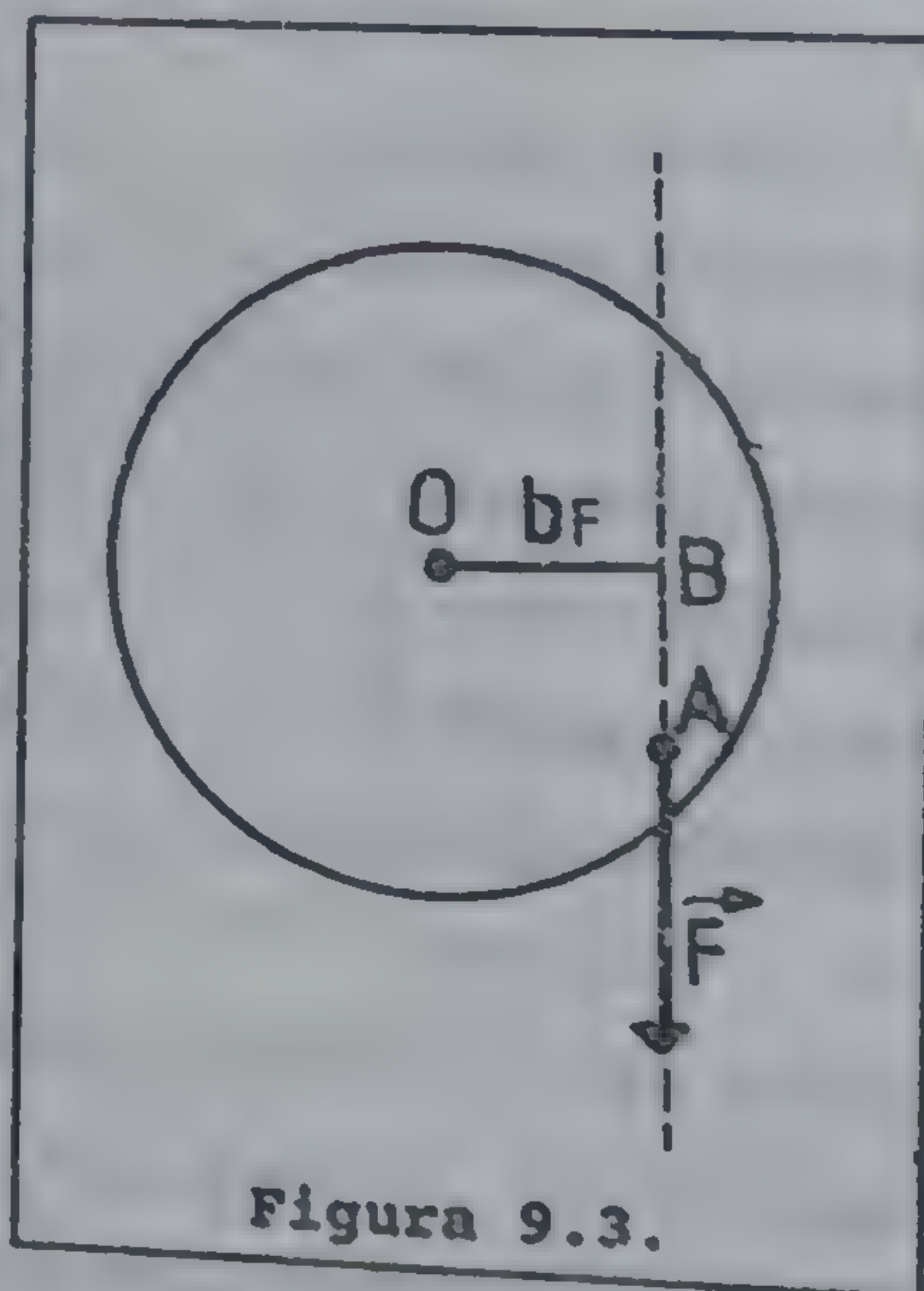


Figura 9.3.

*Prin definiție, momentul forței este mărimea fizică egală cu produsul dintre forță și brațul forței.*



Unitatea de măsură pentru momentul forței se numește newton-metru:

$$[M]_{SI} = [F]_{SI} \cdot [b_r]_{SI} = N \cdot m$$

1N·m reprezintă momentul unei forțe de 1N care are brațul de 1m.

Această unitate trebuie deosebită de J, întrucât lucrul mecanic sau energia mecanică sunt mărimi care au o semnificație diferită față de momentul forței. Putem înțelege acum de ce în cazul reprezentat în figura 9.2.a., forța nu poate roti discul: brațul acestei forțe este egal cu 0, deci și momentul forței este nul (cu toate că  $F \neq 0$  și  $OA \neq 0$ ).

## 9.2. CONDIȚII DE ECHILIBRU

Un corp poate executa diferite mișcări în spațiu. Se poate arăta că orice mișcare se descompune într-o TRANSLAȚIE (corpul rămâne paralel cu el însuși - deci toate punctele corpului descriu aceeași traiectorie) și o ROTAȚIE. De exemplu, roata unui vehicul aflat în mers avansează dar concomitent se și rotește.

Se consideră că un corp este în echilibru de translație dacă este în repaus sau dacă are o mișcare rectilinie uniformă. De asemenea se consideră că un corp este în echilibru de rotație când acel corp este în repaus sau când se rotește uniform. Pentru ca un corp, asupra căruia



acționează mai multe forțe, să fie în echilibru trebuie îndeplinite următoarele condiții:

1. Condiția de echilibru față de mișcarea de translație: rezultanta tuturor forțelor care acționează asupra corpului trebuie să fie nulă.

2. Condiția de echilibru față de mișcarea de rotație: suma momentelor forțelor care rotesc corpul într-un sens trebuie să fie egală cu suma momentelor forțelor care rotesc corpul în sens contrar.

Prima condiție se justifică prin aceea că în cazul repausului sau al mișcării rectilinii uniforme, corpul are accelerația nulă și deci, conform principiului fundamental al dinamicii, forța rezultantă trebuie să fie nulă.

Să justificăm și condiția de echilibru față de mișcarea de rotație. Considerăm o pârghie în echilibru acționată de forțele  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  (figura 9.4.).

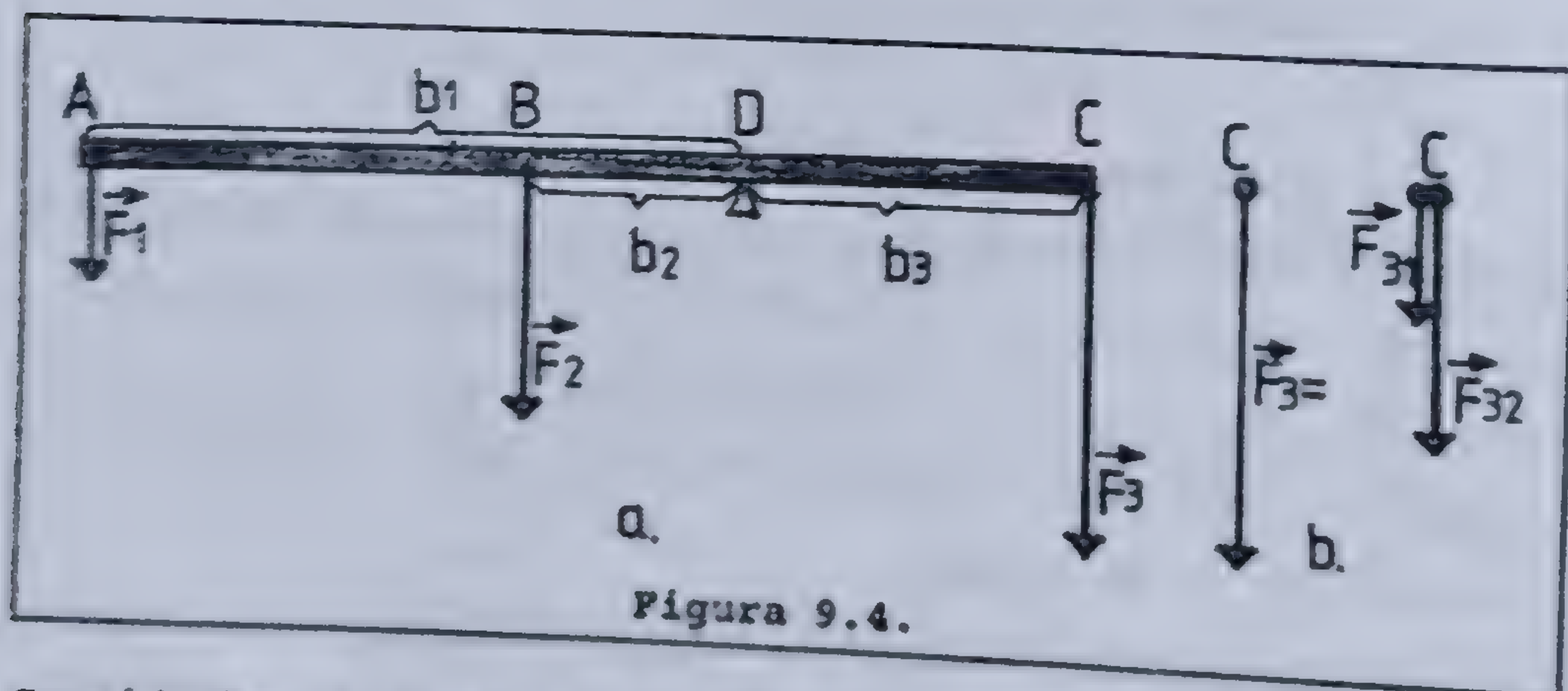


Figura 9.4.

Considerăm că forța  $\vec{F}_3$  este o sumă de două forțe  $\vec{F}_{31}$  (care echilibrează acțiunea forței  $\vec{F}_1$ ) și  $\vec{F}_{32}$  (care echilibrează acțiunea forței  $\vec{F}_2$ ). Avem îndeplinite condițiile de echilibru ale pârghiei:  $F_1 \cdot b_1 = F_{31} \cdot b_3$ ;  $F_2 \cdot b_2 = F_{32} \cdot b_3$



Forțele  $\vec{F}_{31}$  și  $\vec{F}_{32}$  au același braț care este la fel ca brațul forței  $\vec{F}_3$ . Adunând relațiile membru cu membru obținem:

$$F_1 \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 = (F_{31} + F_{32}) \cdot b_3 \quad \text{sau:}$$

$$F_1 \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 = F_3 \cdot b_3$$

Dar  $\vec{F}_3$  rotește pârghia în sensul acelor de ceas în timp ce  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  o rotesc în sens contrar. Astfel a doua condiție de echilibru este justificată.

### 9.3. COMPUNEREA FORTELOR PARALELE

#### 9.3.1 Rezultanta forțelor paralele

Asupra unui corp pot acționa forțe ale căror direcții sunt paralele, numite pe scurt forțe paralele. Forțele paralele pot avea același sens sau sensuri contrare. Vom descrie un experiment în urma căruia vom deduce cum se poate găsi rezultanta acestor tipuri de forțe. Fie o bară de masă neglijabilă, suspendată într-un punct O cu ajutorul unui fir trecut peste un scripete fix (figura 9.5.a.).

În două puncte oarecare A și B ale barei atârnam greutăți, astfel ca bara să fie în echilibru (pentru moment ținem firul în mână). Notăm cu  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  aceste greutăți (figura 9.5.b.). Apoi, de capătul rămas liber al firului suspendăm greutatea până când întreg sistemul este în echilibru.



Conform celor cunoscute de la scripetele fix, putem considera  $\vec{F}_3$  egală cu greutatea corpurilor atârnate la capătul liber al firului. Experimental se constată că :

$$F_3 = F_1 + F_2$$

Urmărind figura 9.5.b, întrucât  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  și  $\vec{F}_3$  asigură echilibrul barei, putem scrie:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

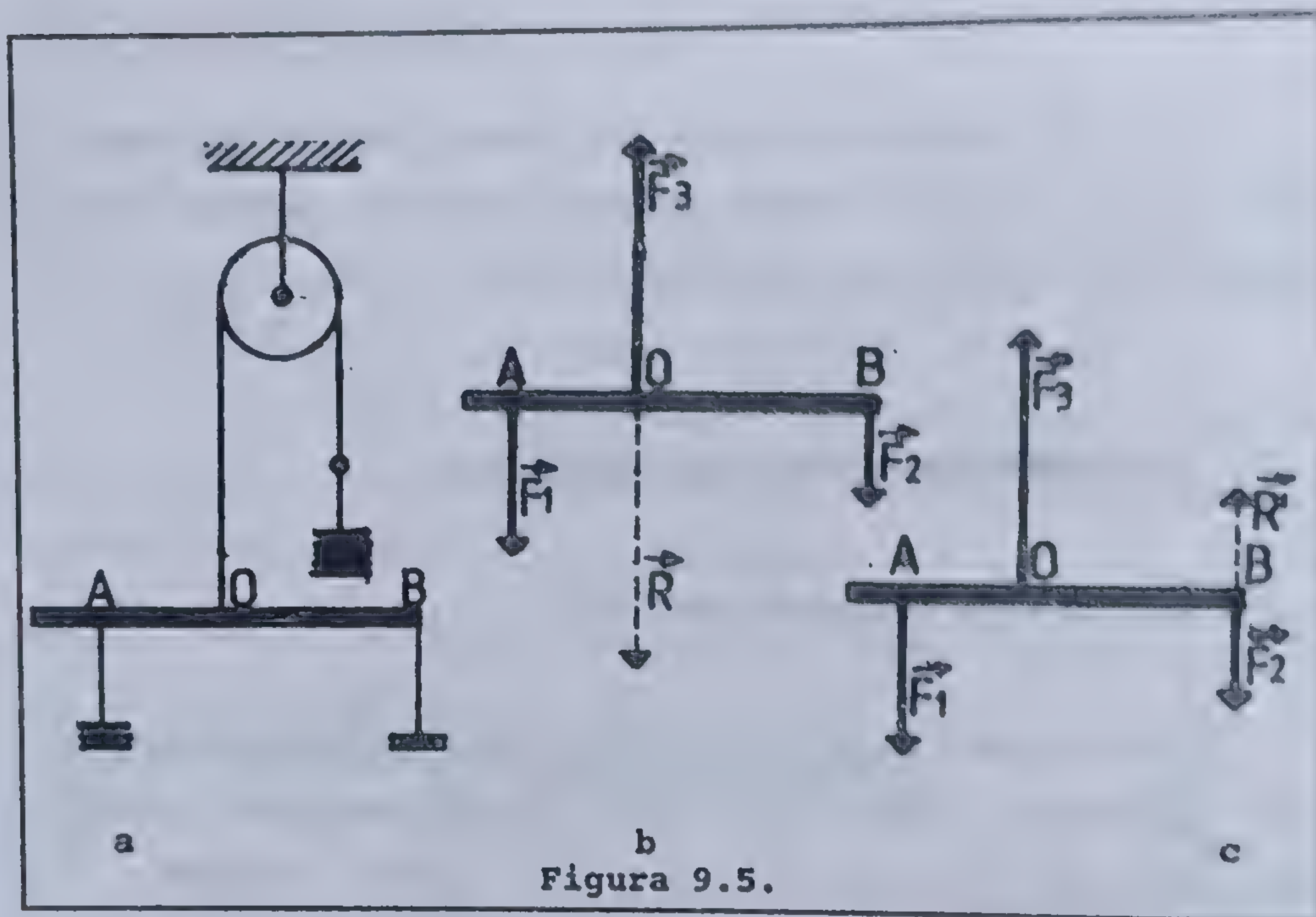


Figura 9.5.

Pe de altă parte, alegând o forță  $\vec{R}$  coliniară, de sens contrar și egală în modul cu  $\vec{F}_3$ , putem scrie:  $\vec{R} + \vec{F}_3 = 0$

Comparând ultimele două relații, obținem:

$$\boxed{\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2}$$

Această relație ne arată că forța  $\vec{R}$  este tocmai rezultanta căutată a forțelor  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ .

Considerând AB ca pârghie sprijinită în punctul O, avem îndeplinită relația:.



$$\frac{AO}{OB} = \frac{F_2}{F_1}$$

Conform celor arătate putem deci concluziona:

Rezultanta  $\vec{R}$  a două forțe paralele de același sens,  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$ , este o forță paralelă de același sens cu forțele date, care are modulul egal cu suma modulelor celor două forțe și punctul de aplicație pe segmentul care unește punctele de aplicație ale celor două forțe, împărțind acest segment în două segmente invers proporționale cu forțele.

Pentru a găsi rezultanta a două forțe paralele de sens contrar, vom considera, în experimentul descris mai sus, că avem de compus forțele  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_3$  (figura 9.5.c.). Cum:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ , alegând forța  $\vec{R}'$  egală și de sens contrar cu  $\vec{F}_2$ , avem:

$$\vec{R}' + \vec{F}_2 = 0$$

Din ultimele două relații rezultă:

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_3$$

adică  $\vec{R}'$  este rezultanta căutată pentru forțele  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_3$ . Pentru a caracteriza această rezultantă, vom putea scrie folosind proprietățile proporțiilor:

$$\frac{AO}{OB} = \frac{F_2}{F_1} \text{ deci: } \frac{AO}{F_2} = \frac{OB}{F_1} = \frac{AO+OB}{F_1+F_2} = \frac{AB}{F_3} \text{ de unde: } \frac{OB}{F_1} = \frac{AB}{F_3} \text{ sau:}$$



$$\frac{OB}{AB} = \frac{F_1}{F_3}$$

Cum  $F_3 = F_1 + F_2$ , rezultă că:

$$F_2 = F_3 - F_1$$

Ultimele două relații încercuite permit să caracterizăm rezultanta  $\vec{R}'$ .

Rezultanta a două forțe paralele, de sens contrar, este o forță paralelă cu forțele date, are sensul forței mai mari, modulul egal cu diferența modulelor celor două forțe și punctul de aplicație în afara dreptei care unește cele două forțe, de partea forței mai mari, astfel încât raportul distanțelor la cele două forțe să fie egal cu raportul invers al modulelor forțelor.

Compunerea forțelor paralele ca și descompunerea unei forțe în două componente paralele cu ea constituie operații folosite des în probleme practice de mecanică.

### 9.3.2. Aplicație practică

1. Luați o riglă obișnuită și sprijiniți-o la capete în poziție orizontală pe cele două degete arătătoare.
2. Apropiați încet cele două degete unul de altul, astfel încât rigla să fie permanent orizontală.



3. Observați în ce loc de pe riglă se întâlnesc cele două degete.

4. Repetând experimentul, credeți că cele două degete se vor întâlni în același loc? Verificați practic concluzia la care ați ajuns.

5. Dacă remarcați ceva interesant atunci încercați să dați o explicație. Puteți sau nu să utilizați conceptul de forțe paralele.

6. Încercați să desenați grafic forțele care intervin și să explicați prin calcule cele observate.

7. Dacă nu ați reușit să dați un răspuns la instrucțiunile 5 și 6, urmăriți mai întâi următoarea aplicație.

8. În figura 9.6 s-a reprezentat un tablou atârnat direct pe perete cu ajutorul a două cuie A și B. Ce reprezintă fiecare forță?

9. Șerban a bătut cele două cuie, constatând că cel din B nu este prea rezistent. Ce sfaturi îi dați pentru ca tabloul să stea cât mai în siguranță?

10. Stând în picioare un timp mai îndelungat, simțim că piciorul stâng a obosit. Cum este mai bine, să apropiem sau să depărtăm acest picior de restul corpului? (Nu ridicați piciorul de pe sol căci colegii vă pot confunda cu o barză!)

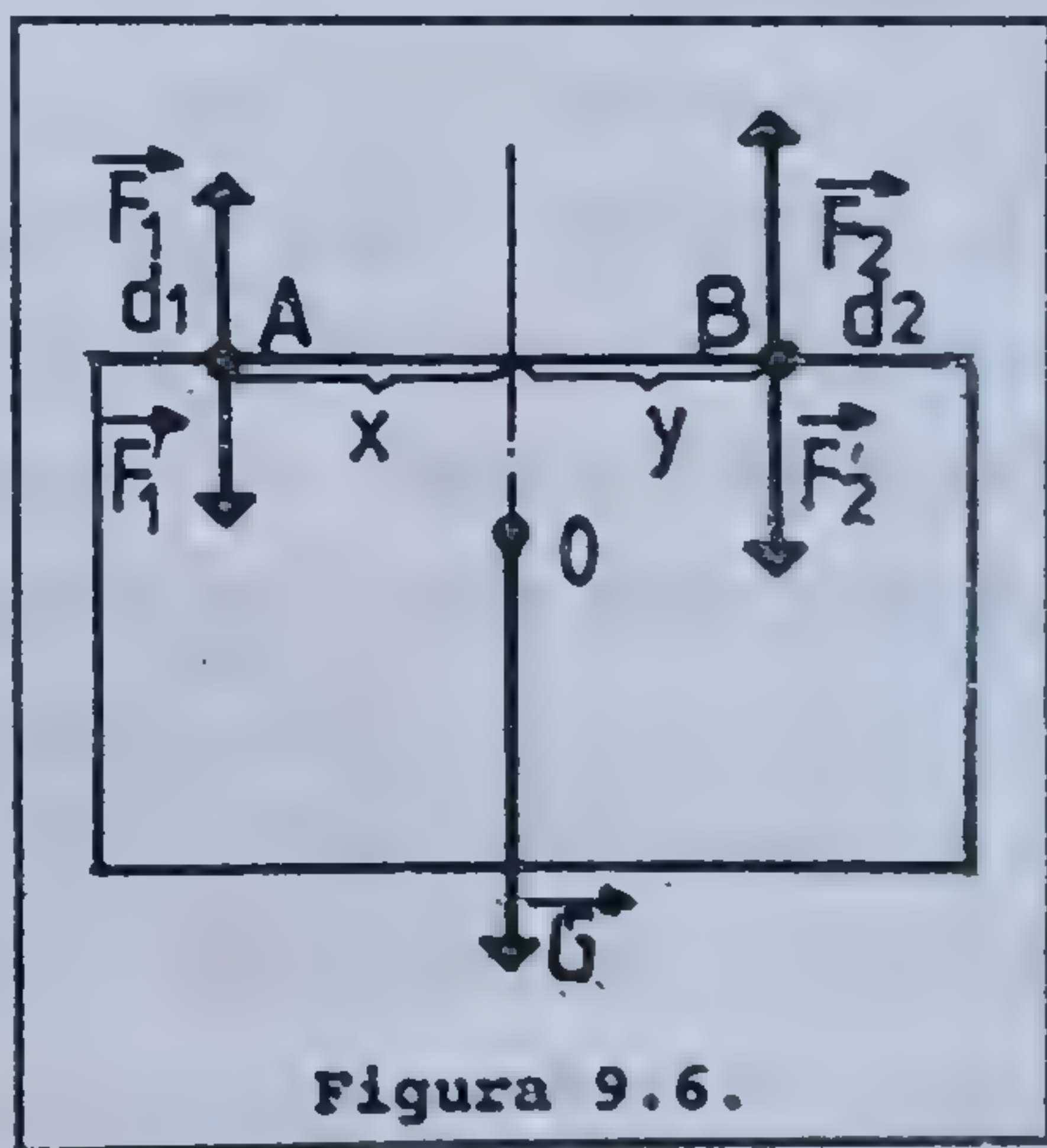


Figura 9.6.



#### 9.4. CUPLU DE FORȚE

Prin cuplu de forțe înțelegem un ansamblu de două forțe paralele, de sens contrar, egale în modul (figura 9.7.):

Modulul rezultantei celor două forțe paralele de sens contrar (fiind egal cu diferența modulelor celor două forțe) este nul. Deci cuplul de forțe nu poate imprima corpului o mișcare de translație. El imprimă numai o mișcare de rotație.

Mărimea care caracterizează efectul de rotație pe care un cuplu de forțe îl are asupra unui corp se numește momentul cuplului  $M_c$ . El dă efectul de rotație rezultat al celor două forțe. Sunt posibile două situații: centrul de rotație este între dreptele suport ale celor două forțe sau în afara zonei dintre aceste drepte (figura 9.8.).

În primul caz (figura 9.8.a.), ambele forțe rotesc discul în același sens, deci momentul cuplului trebuie definit ca suma momentelor celor două forțe:

$$M_c = M_1 + M_2 = F_1 \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2$$

Cum  $F_1 = F_2$ , rezultă că:

$$M_c = F_1 \cdot b_1 + F_1 \cdot b_2 = F_1 (b_1 + b_2) = F_1 \cdot b_c$$

unde  $b_c$  este distanța dintre suporturile celor două forțe, numită brațul cuplului.

Dacă centrul de rotație este în afara dreptelor suport ale celor două forțe, atunci observăm că cele două forțe rotesc în sens contrar (figura 9.8.b.). De aceea momentul

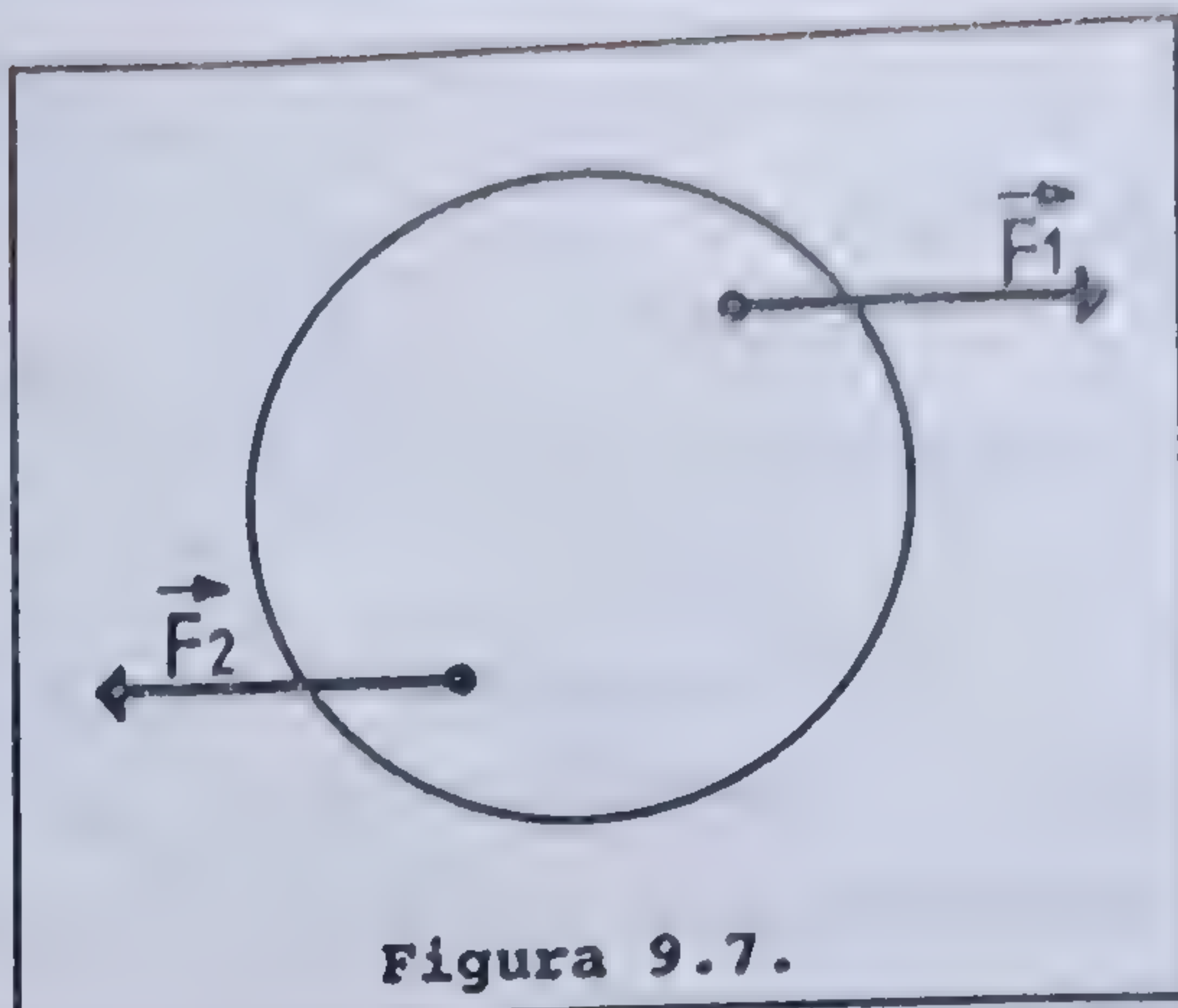


Figura 9.7.



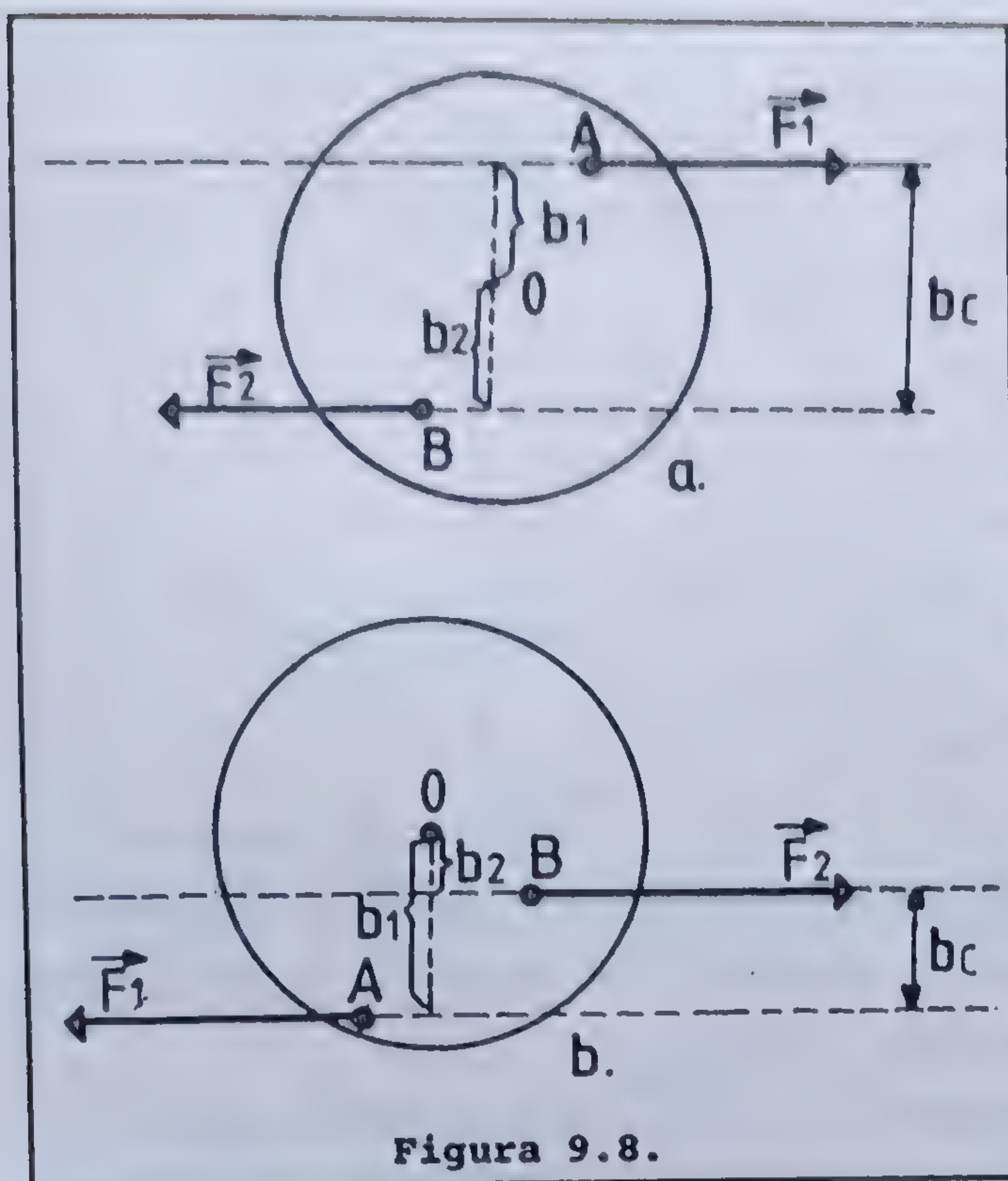


Figura 9.8.

rezultant va fi egal cu diferența momentelor celor două forțe:

$$M_o = M_1 - M_2 = F_1 \cdot b_1 - F_2 \cdot b_2 = F_1 (b_1 - b_2) = F_1 \cdot b_c$$

În concluzie, momentul unui cuplu este totdeauna egal cu produsul dintre modulul uneia dintre forțe și brațul cuplului:

$$M_c = F \cdot b_c$$

Observație:

Întrucât, în ambele situații, momentul cuplului a fost același putem observa că momentul unui cuplu de forțe este independent de poziția centrului de rotație.

## 9.5. CENTRUL DE GREUTATE

În capitolul „Greutatea corpurilor” am arătat că punctul de aplicație al greutății unui corp se numește centru de greutate. Definirea acestui punct o vom face în cele ce urmează. Fie un corp care este suficient de mare (extins spațial), astfel încât să nu poată fi considerat punct



material. Vom împărți  
 mintal corpul în multe  
 părți mici (figura  
 9.9.), fiecare partici-  
 că fiind suficient de  
 mică pentru a o putea  
 considera punct  
 material. Greutățile  
 tuturor acestor parti-  
 cule alcătuiesc un an-  
 samblu de forțe parale-

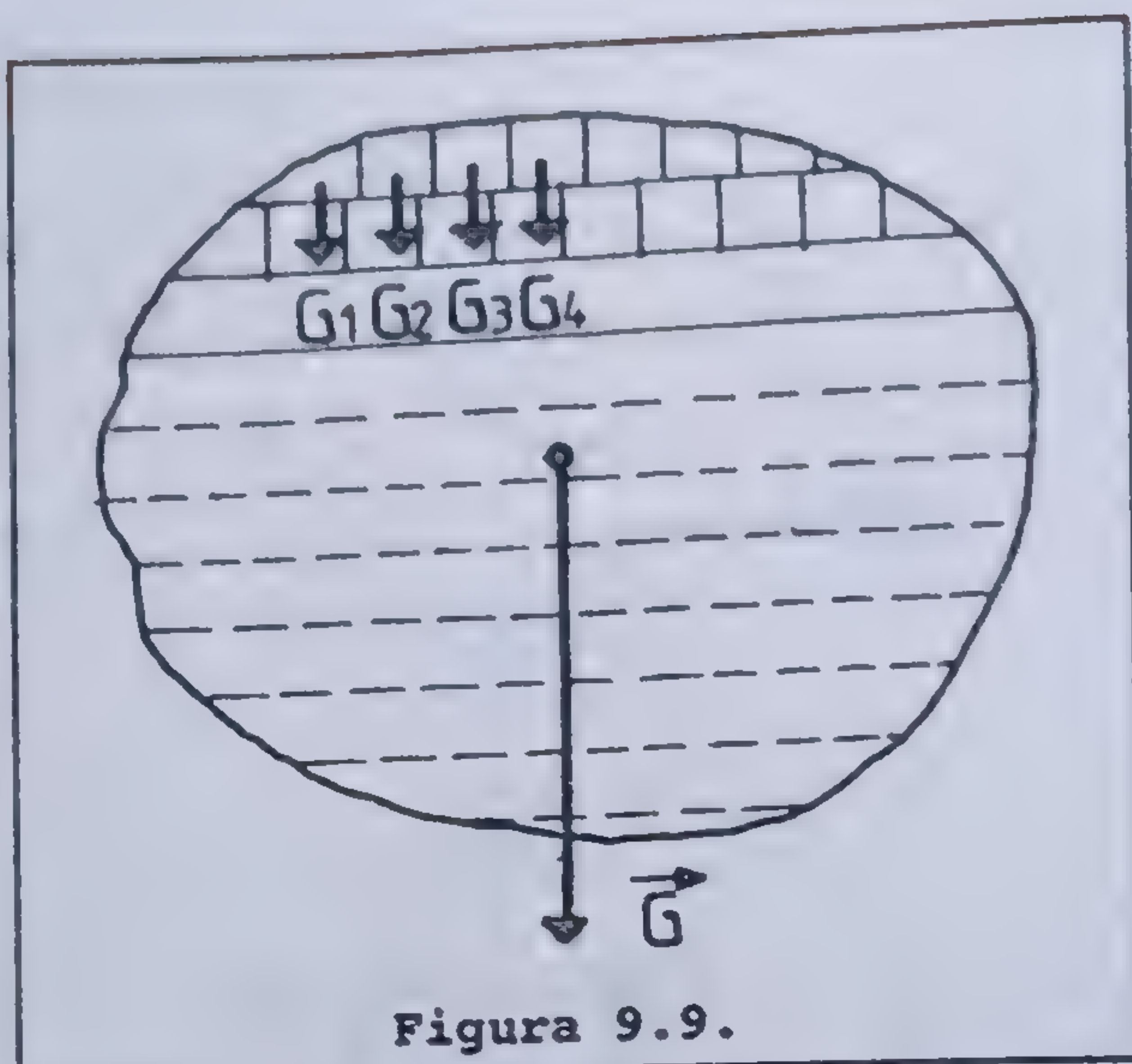


Figura 9.9.

le. Compunând aceste mici greutăți va rezulta greutatea  
 întregului corp. Această greutate are ca punct de aplicație  
 tocmai centrul de greutate căutat.

Centrul de greutate are o poziție fixă în raport cu  
 corpul dat. Uneori el poate fi situat chiar în afara  
 materiei care intră în constituția corpului (este cazul unui  
 inel la care centrul de greutate este în centrul acestuia).

La corpurile omogene care prezintă simetrii, centrul  
 de greutate poate fi găsit mai ușor:

- dacă un corp are un plan de simetrie, atunci centrul  
 de greutate este în acest plan;
- dacă un corp are o axă de simetrie, atunci centrul  
 de greutate este pe acea axă;
- dacă un corp are un centru de simetrie, atunci  
 centrul de greutate este chiar acel punct.

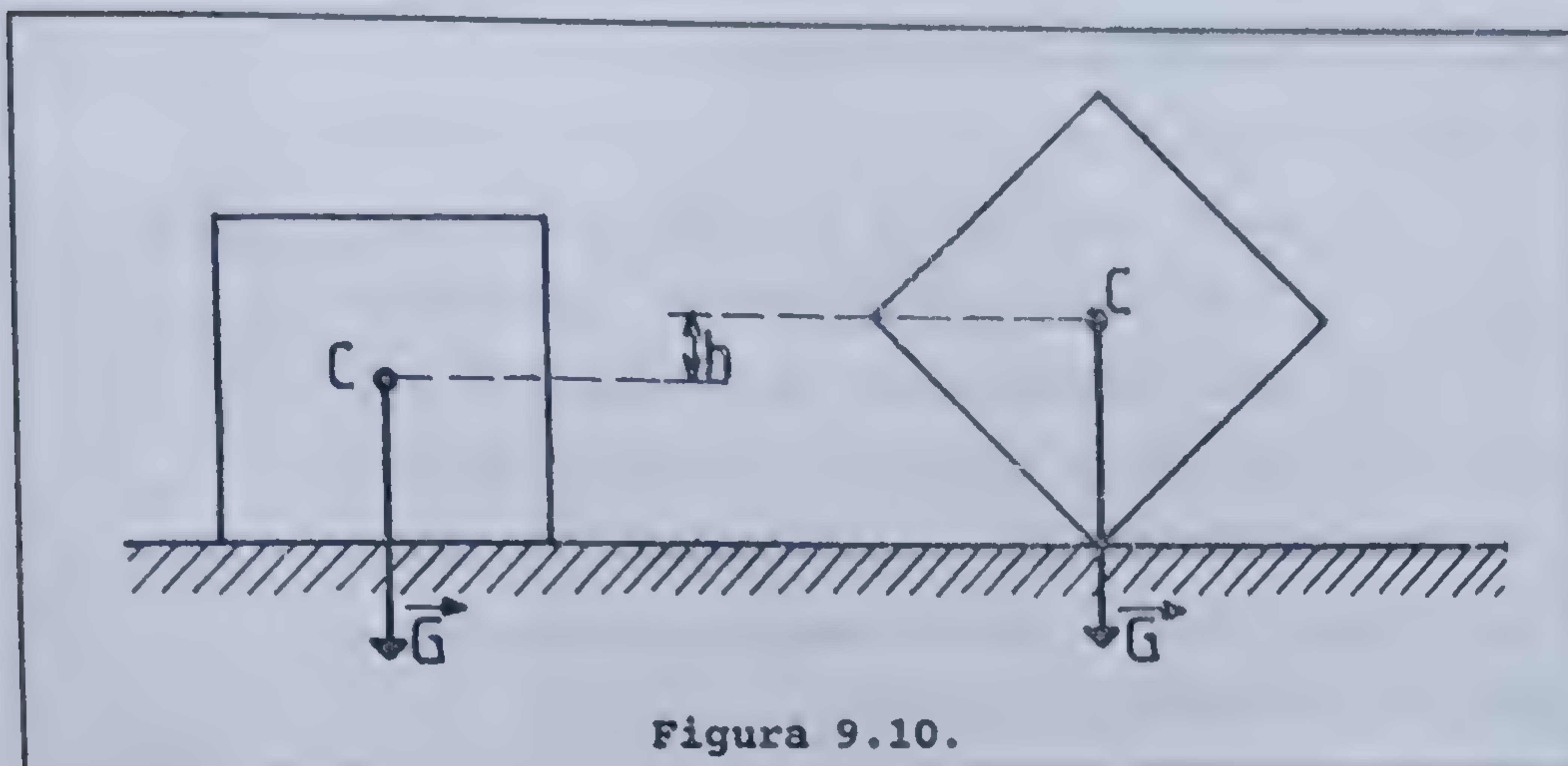
Pentru un triunghi (tăiat, de exemplu, din hârtie)  
 centrul de greutate este la intersecția medianelor.

Există numeroase aplicații în care este implicat  
 centrul de greutate. De exemplu, dacă dorim să calculăm



lucrul mecanic necesar rostogolirii unui corp, trebuie să urmărim cu ce înălțime  $h$  urcă centrul de greutate (figura 9.10.).

$$L = G \cdot h$$



De asemenea în problemele de echilibru al corpurilor sub acțiunea gravitației centrul de greutate joacă un rol important. Se arată că echilibrul este **STABIL** dacă, la o mică deplasare a corpului din poziția de echilibru, centrul de greutate urcă. Când centrul de greutate coboară, echilibrul este **INSTABIL**, iar dacă centrul de greutate rămâne la aceeași înălțime, echilibrul este **INDIFERENT**.



## 10. ELEMENTE DE HIDROSTATICĂ

### 10.1. CONCEPTUL DE PRESIUNE

În acest capitol se vor dezvolta principalele idei legate de intuirea conceptului de „presiune” cu ajutorul unor întrebări interesante. De asemenea se vor arăta câteva moduri de ilustrare practică a acestor idei.

Se poate începe această lecție întrebând elevii dacă aerul exercită vreo forță asupra noastră sau dacă știu ceva despre presiunea atmosferică. Înainte de a începe să răspundă la aceste întrebări, elevii trebuie să știe că presiunea exercitată pe o suprafață se datorește acțiunii unei forțe asupra acelei suprafețe, să cunoască ecuația  $p=F/S$  și să poată să o utilizeze.

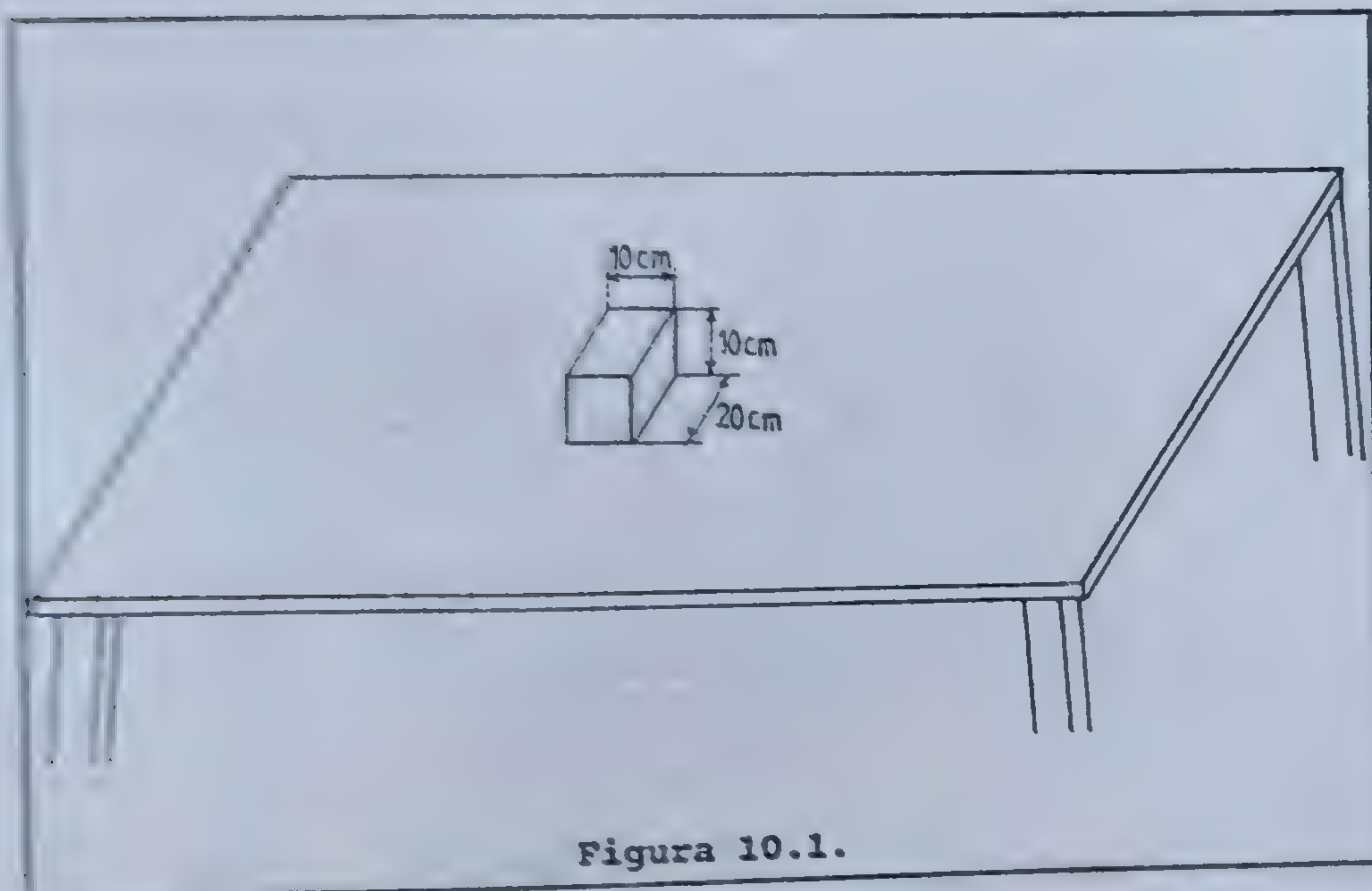
#### 10.1.1. Presiunea exercitată de un corp solid (cărămidă) asupra unei mese

Dacă nu stați prea bine cu condiția fizică, atunci puteți înlocui cărămizile (figura 10.1.) din experimentele următoare cu cutii de casete audio!

1. Care este volumul unei cărămizi?
2. Care este masa cărămizii?
3. Care este greutatea cărămizii?



4. Care este presiunea exercitată de cărămidă pe suprafața pe care se sprijină?
5. Presiunea asupra restului mesei și asupra cărămidii așezată aerului atmosferic este de aproximativ  $100.000 \text{ N/m}^2$  sau  $10^5 \text{ N/m}^2$ .
6. Dacă acoperim întreaga masă cu asemenea cărămizi, care va fi presiunea exercitată asupra oricărei părți din suprafața mesei (fig. 10.2.)?
7. Dacă așezăm două cărămizi una peste alta, care va fi presiunea exercitată pe suprafața de sub ele?



8. Dar dacă așezăm trei, cinci sau zece cărămizi una peste alta (fig. 10.3.)?
9. Ce puteți spune despre presiunea exercitată de o cărămidă ruptă în jumătate și cele două jumătăți așezate una peste cealaltă?



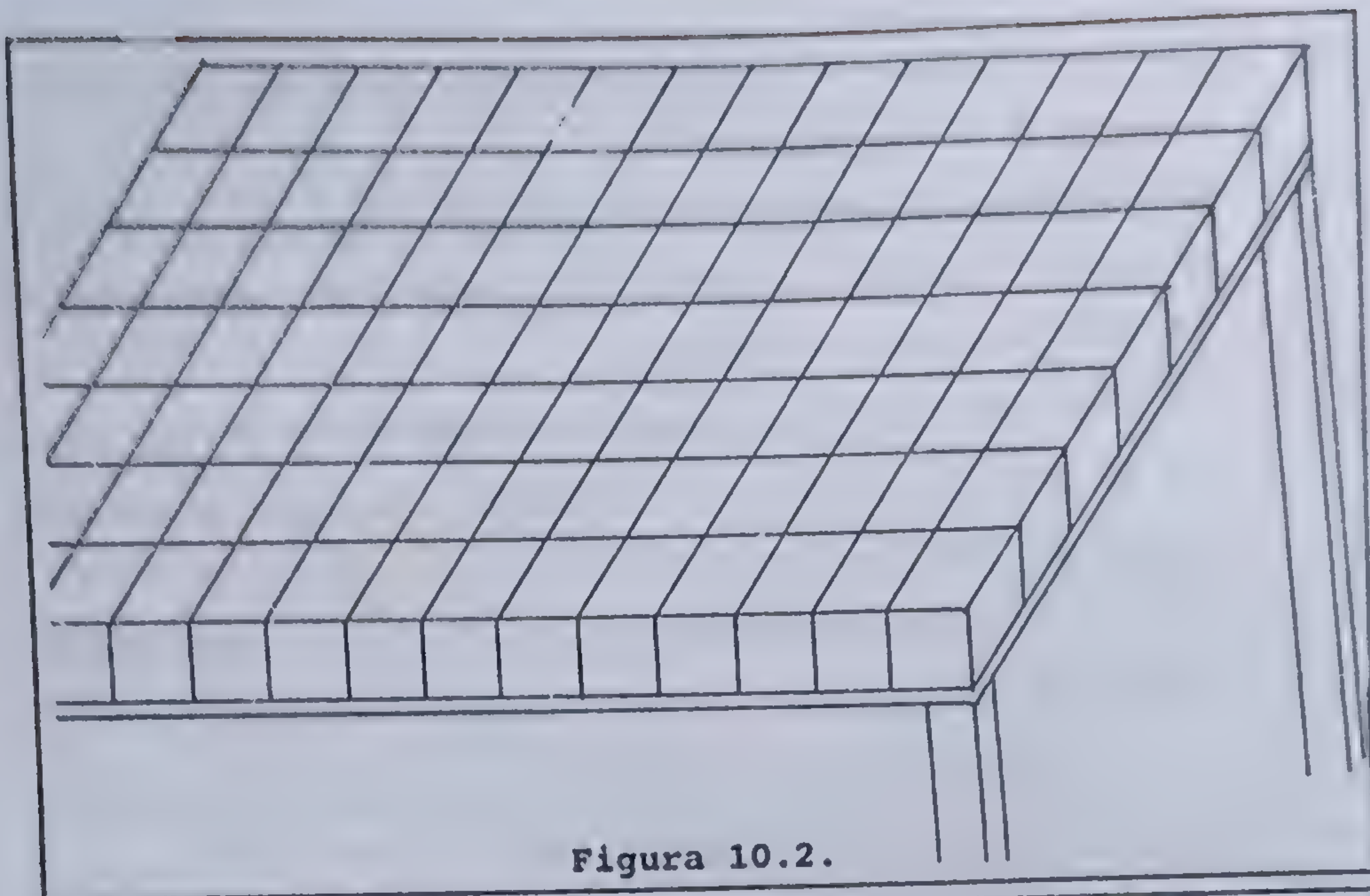


Figura 10.2.

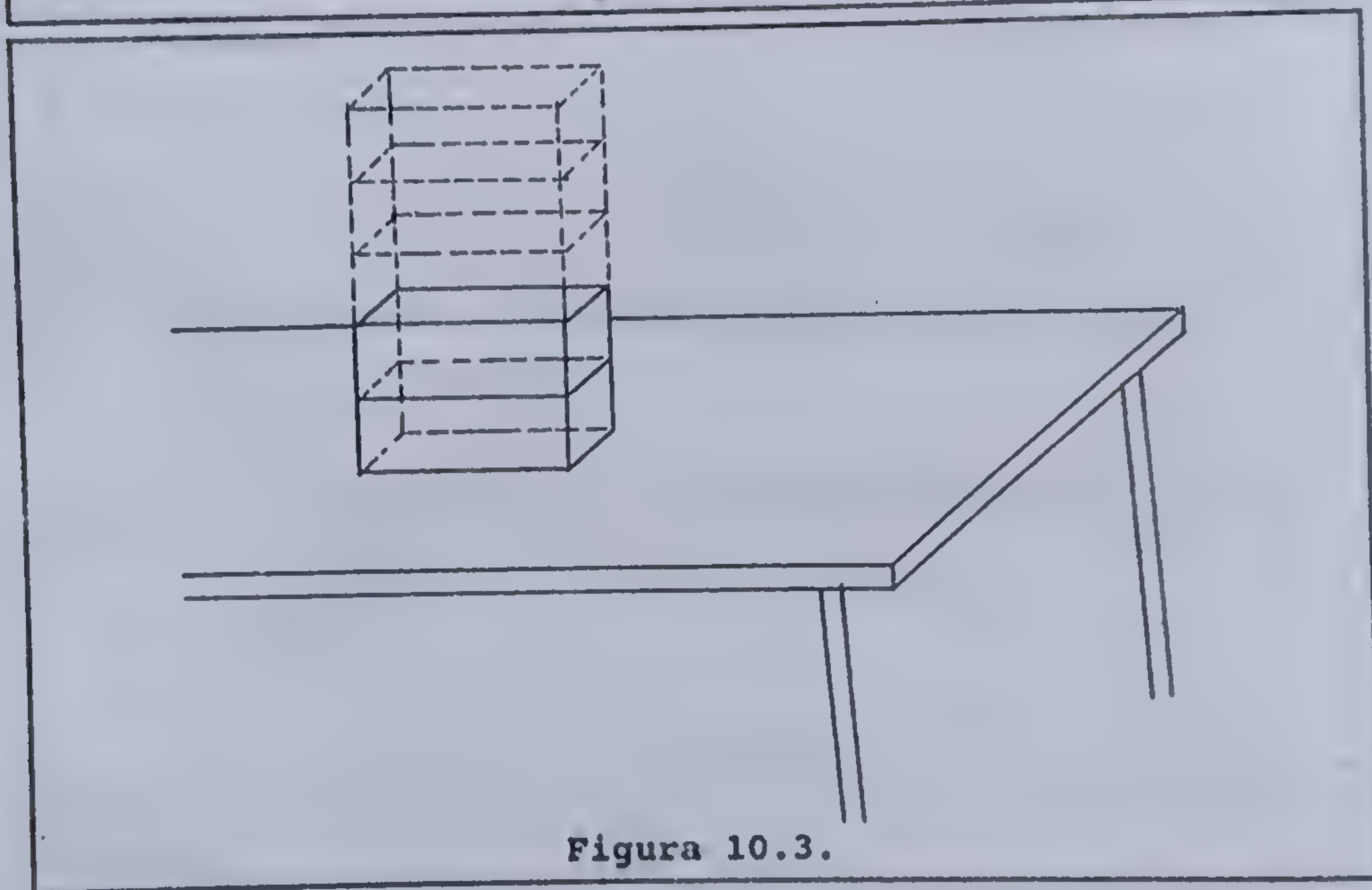


Figura 10.3.

10. Faceți calculele necesare considerând lungimea cără-  
mizii „ $a$ ”, lăţimea ei „ $b$ ”, înălţimea ei „ $h$ ” iar  
densitatea materialului din care este construită  
cărămida „ $\rho$ ”.

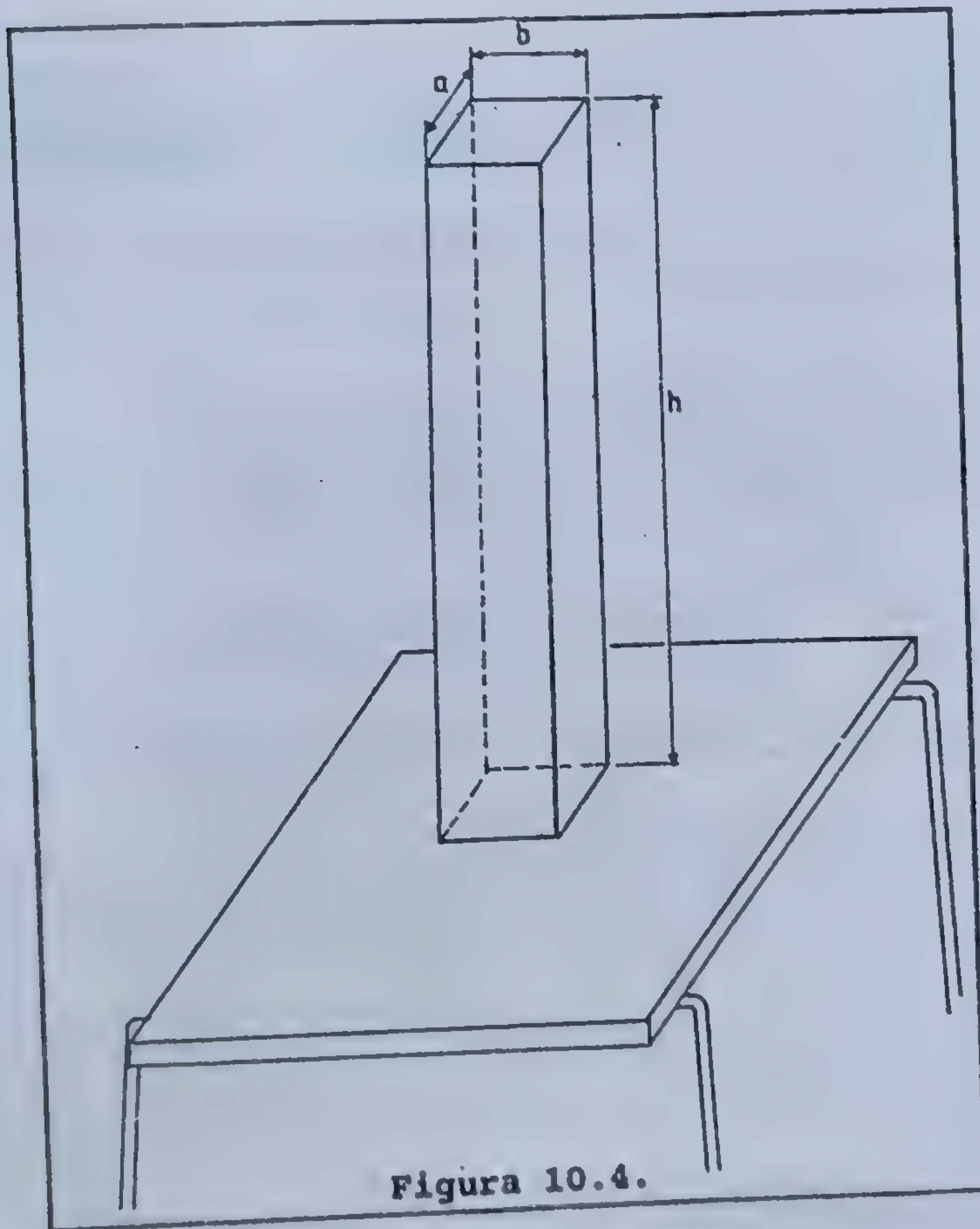


## 10.2. PRESIUNEA ÎN INTERIORUL UNUI FLUID

### 10.2.1. Cauza apariției acestei presiuni

Imaginați-vă un bloc de gheață, cu densitatea  $\rho$  așezat pe o masă (figura 10.4.).

1. Dacă blocul are suprafața de sprijin de arie  $S = a \cdot b$  și volumul  $V = a \cdot b \cdot c$ , exprimați masa, greutatea și presiunea gheții exercitată asupra mesei pe care stă.





2. De fapt, presiunea totală exercitată asupra suprafeței  $S$  este suma dintre rezultatul vostru și presiunea exercitată de aer asupra gheții. Putem scrie:

$$p_t = p_o + p$$

unde:  $\begin{cases} p_t : \text{presiunea totală} \\ p_o : \text{presiunea atmosferică} \\ p : \text{presiunea datorată gheții.} \end{cases}$

3. Dacă blocul de gheață ar fi avut lățimea de două ori mai mare ( $2b$ ), care ar fi fost presiunea exercitată?
4. Să înconjurăm blocul de gheață cu o sticlă de masă neglijabilă și să lăsăm gheața să se topească (fără ca apa să curgă în afara sticlei). Care va fi presiunea asupra suprafeței  $S$ ?
5. Care va fi presiunea exercitată la baza unui pahar Berzelius datorită unui volum de apă cu înălțimea  $h$ ?
6. Contează ce diametru are baza paharului?
7. Gheața este alcătuită din mici particule care sunt fixe, dar fluidele sunt alcătuite din mici particule care se pot deplasa în orice direcție. Considerăm un bloc de gheață și un vas cu apă (fig.10.5.). Care credeți că este diferența între presiunile exercitate pe suprafața verticală în apropierea colțului notat cu  $A$ ?
8. Puteți să completați următoarea propoziție?



*„Presiunea într-un anumit loc într-un fluid se exercită la fel în toate ...”*

(Pentru că presiunea hidrostatică nu acționează pe o anumită direcție, ea este o mărime scalară).

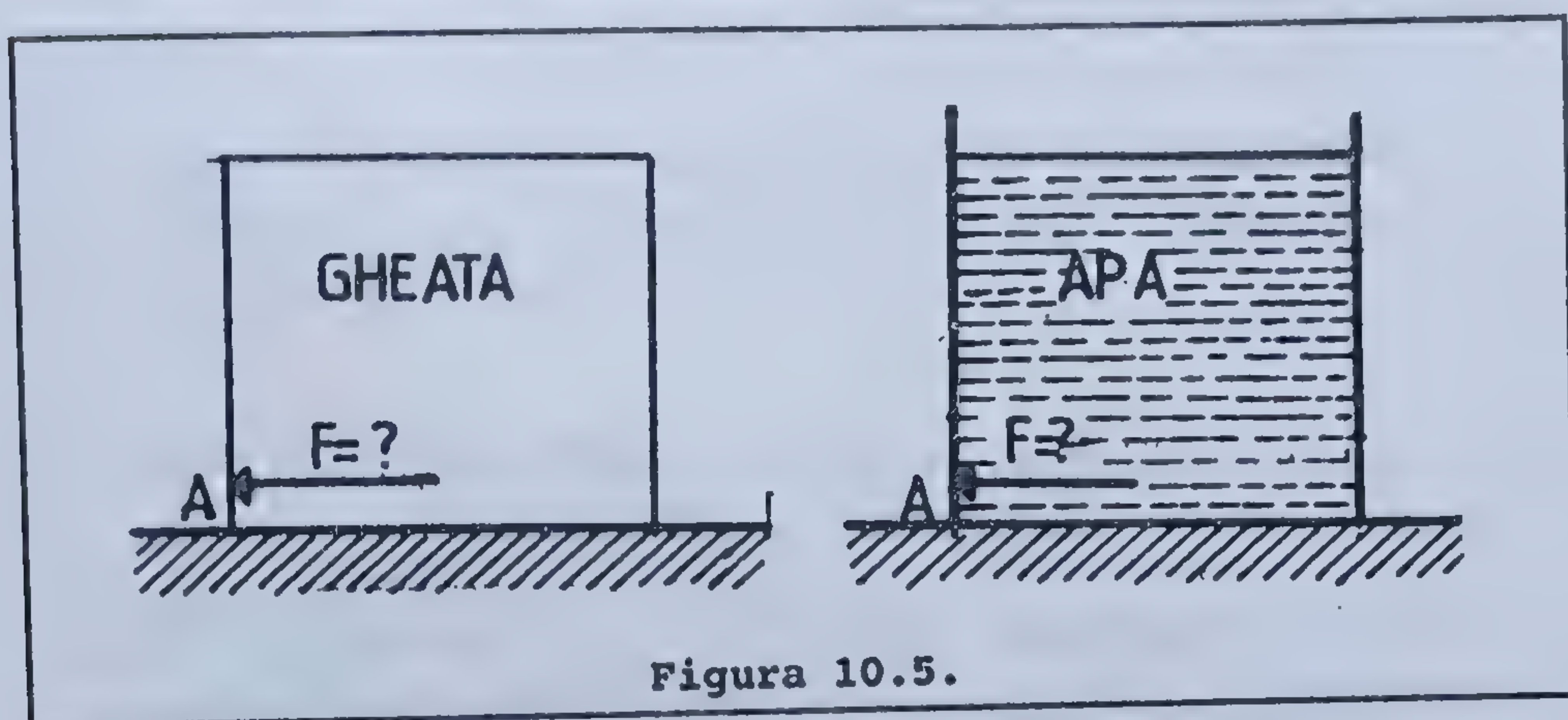


Figura 10.5.

9. Încercați să completați:

*„În orice loc într-un lichid aflat într-un vas deschis, presiunea totală este suma dintre presiunea datorată înălțimii fluidului aflat deasupra și ...”*

Ideea că presiunea exterioară se transmite peste tot în interiorul unui fluid cu aceeași intensitate se numește LEGEA (PRINCIPIUL) LUI PASCAL.

10. Modul de funcționare a frânelor care acționează asupra roților unei mașini se bazează pe transmiterea presiunii dintr-un lichid care se află într-un tub. Acest tub este legat de un cilindru cu lichid situat sub pedala de frână. Când pedala de frână este apăsată, se exercită o presiune exterioară asupra lichidului, care se transmite la mecanismele de frânare de la fiecare



roată. Ce puteți spune despre presiunile transmise la frâna roții din dreapta și a roții din stânga? De ce este util acest lucru?

### 10.2.2 Presiunea atmosferică

Simțiți că se exercită vreo presiune asupra voastră?

Răspunzând la această întrebare ajungem la concluzia că nu totdeauna putem fi siguri pe ceea ce ne indică simțurile noastre!

1. Presiunea atmosferică este aproximativ  $10^5$  Pa sau  $10^5$  N/m<sup>2</sup>. Încercați să estimați de câte ori această presiune este mai mare decât presiunea de sub talpa pantofului vostru, datorată propriei greutate!

2. Apreciați care este aria suprafeței corpului vostru. Apoi calculați ce forță exercită aerul asupra corpului vostru.

Ce masă ar avea un

corp aflat în echilibru în aer sub acțiunea acestei forțe?

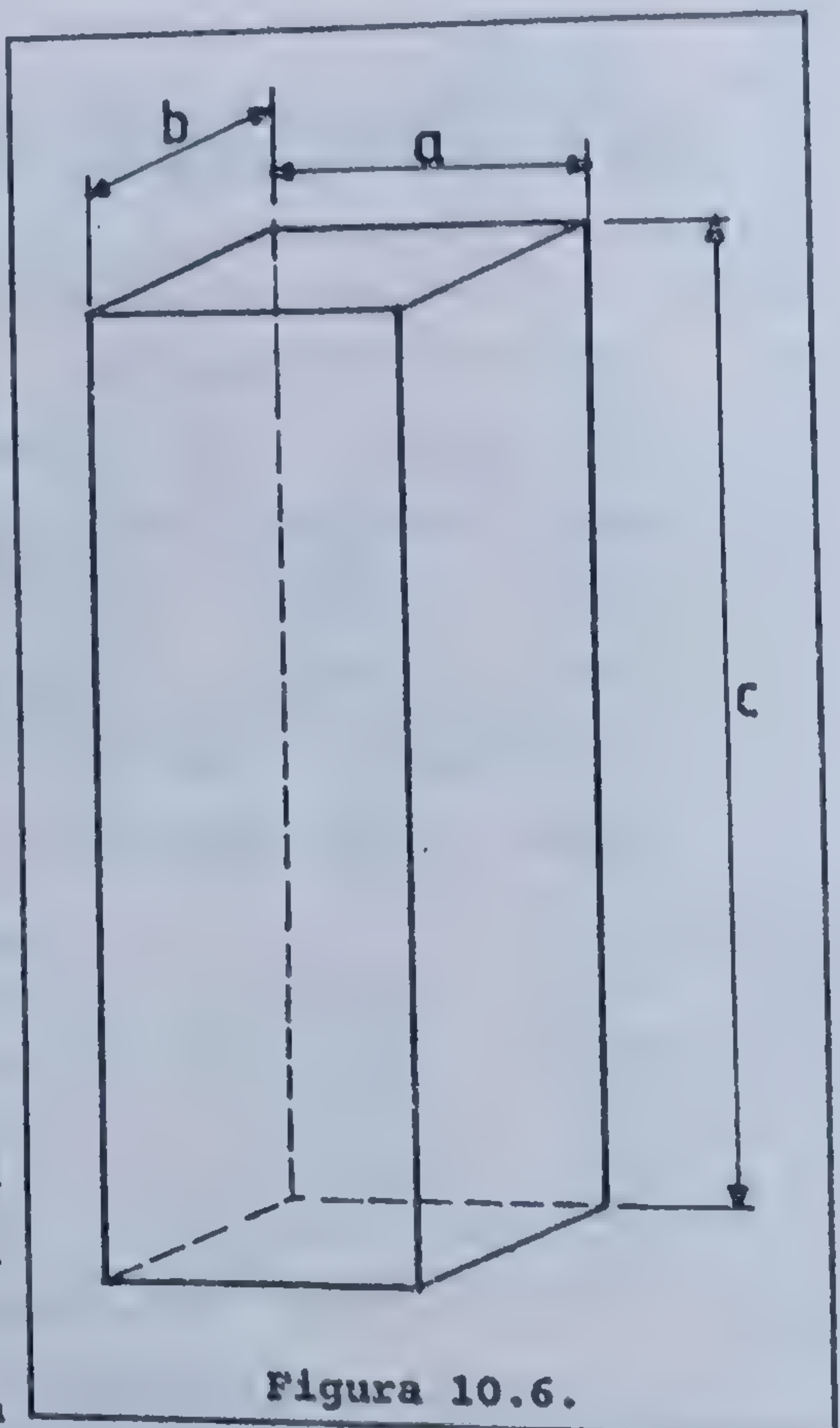


Figura 10.6.



3. Acum, pentru simplificarea problemei, imaginați-vă că aveți forma unui paralelipiped (fig. 10.6.): Forța este o mărime vectorială! Deci, ce puteți spune despre forța rezultantă care se exercită asupra voastră datorită acțiunii aerului (se presupune că presiunea atmosferică este aceeași și la partea superioară a corpului, și la partea lui inferioară). Deci suntem „comprimați” puternic de presiunea atmosferică, dar forța rezultantă este zero.

4. Analizând mai atent fenomenele, ceea ce am spus până acum nu este adevărat în totalitate. Aerul are o densitate de aproximativ  $1\text{ kg/m}^3$  (de fapt  $1,3\text{ kg/m}^3$ ), deci presiunea care se exercită asupra corpului diferă (datorită greutății aerului aflat între nivelul capului și al picioarelor). Utilizând formula:

$$p = \rho \cdot g \cdot h,$$

încercați să aflați cu cât este mai mare presiunea exercitată asupra picioarelor față de presiunea exercitată asupra capului (va trebui să știți ce înălțime aveți).

Să presupunem că aria medie a unei secțiuni transversale a corpului vostru este de  $300\text{ cm}^2$ . Care va fi diferența între mărimea forței care împinge în jos partea voastră superioară, și mărimea forței care împinge în sus partea voastră inferioară?

5. Dacă săriți într-un bazin de înot veți fi înconjurați de un fluid cu densitatea mai mare decât densitatea



aerului. De câte ori este aceasta mai mare? Deci, care va fi forța rezultantă aproximativă cu care apa acționează asupra voastră?

6. Desenați o diagramă care să arate forța ce acționează asupra voastră dacă stați nemigcați în apă. Forța rezultantă exercitată de apă asupra voastră se numește FORȚĂ ARHIMEDICĂ.

### 10.2.3. Forța arhimedică

1. Ce se întâmplă dacă vă răsturnați în apă (fig. 10.7.)? În ambele cazuri imaginați-vă că paralelipedul este înconjurat de un fluid cu densitatea  $\rho$ .

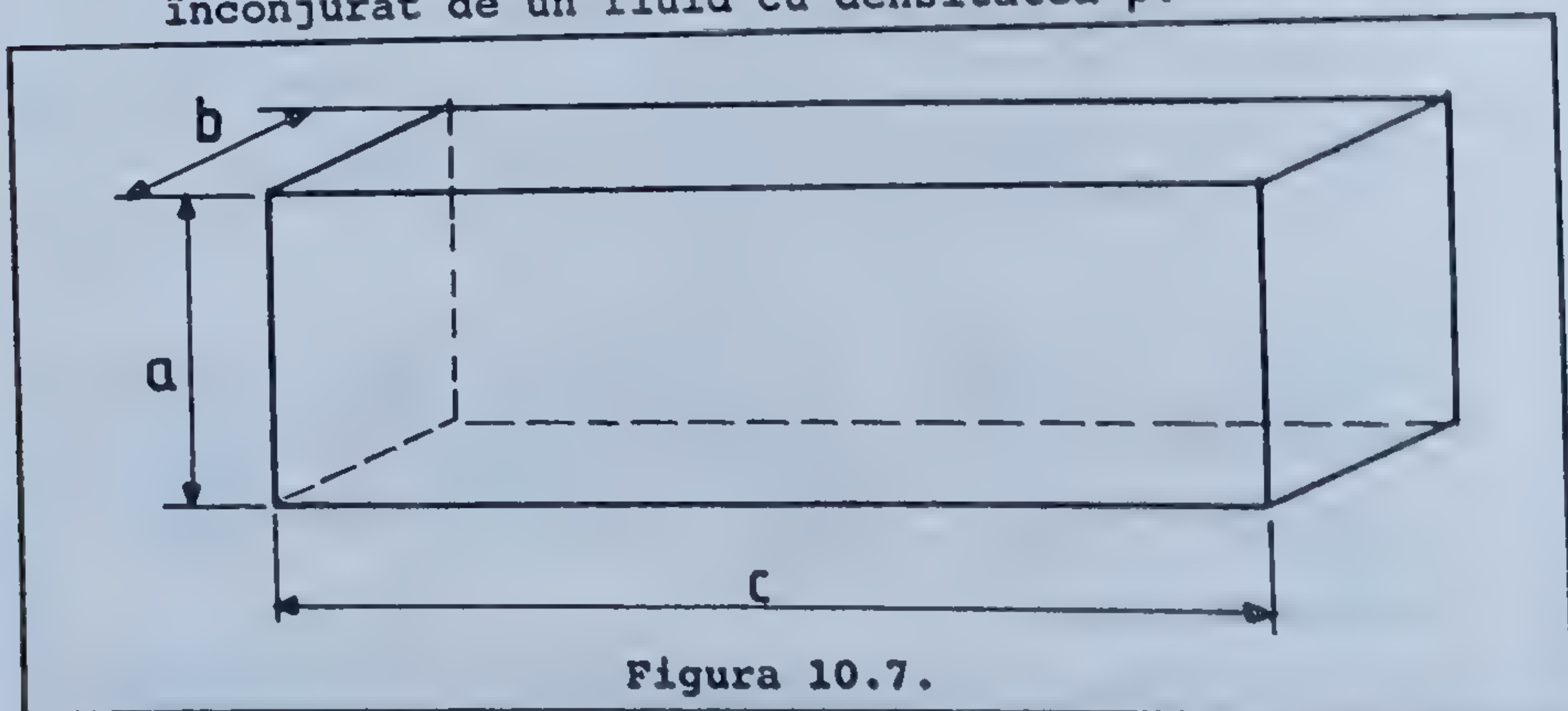


Figura 10.7.

2. Scrieți, pentru fiecare caz, ecuația presiunii care împinge în sus partea inferioară a blocurilor. Scrieți ecuația presiunii care împinge în jos partea superioară a blocurilor. Apoi calculați forța arhimedică.
3. Volumul blocului este produsul  $abc$ . Ce reprezintă produsul  $\rho \cdot V$ ? Ce reprezintă produsul  $\rho \cdot V \cdot g$ ?



Încercați să completați următoarea propoziție: „Oricum am rotii un corp aflat în interiorul unui fluid, forța arhimedică este egală cu.....”

Acesta se numește PRINCIPIUL LUI ARHIMEDE.

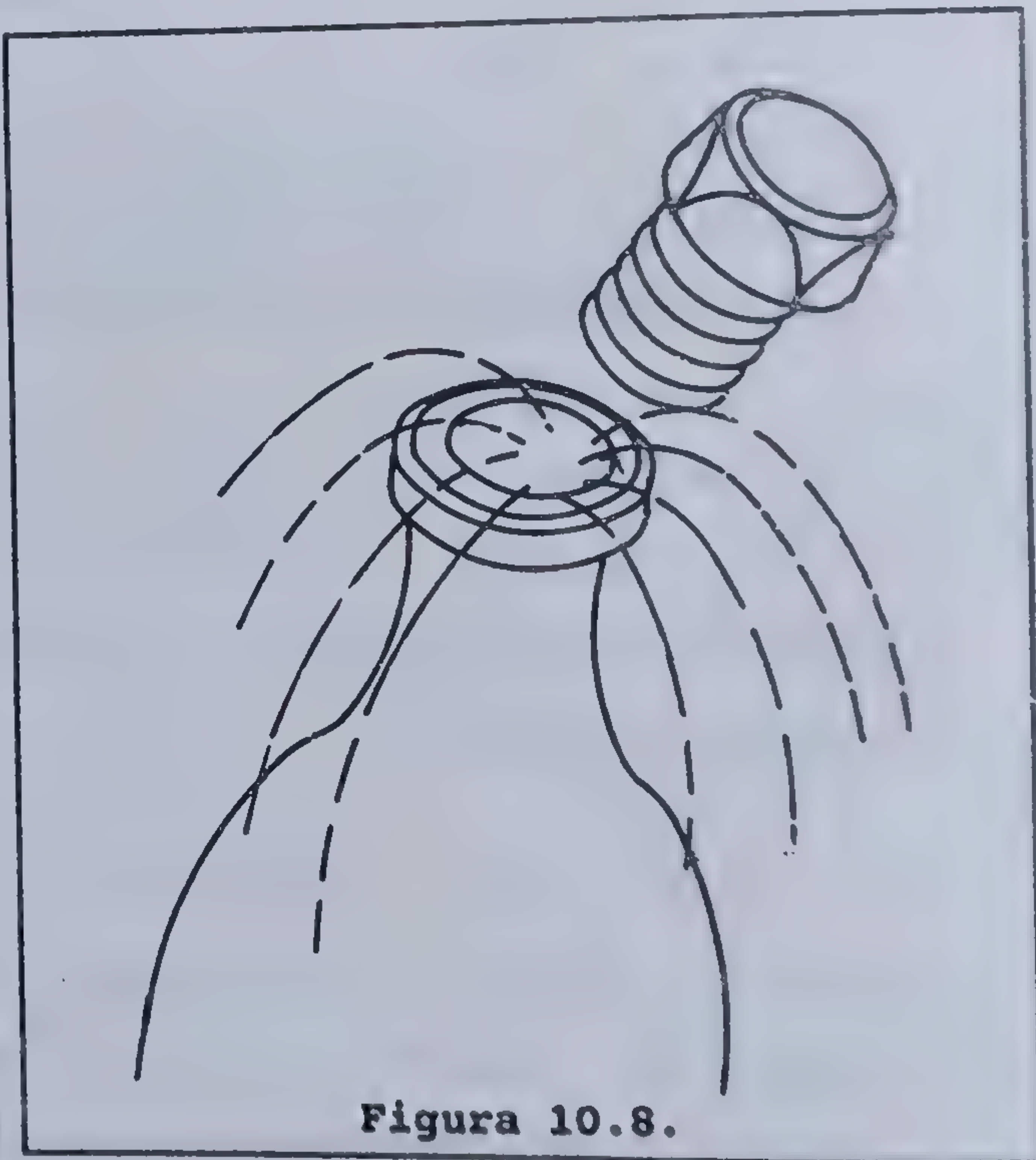
#### 10.2.4. Întrebări despre presiune și presiune hidrostatică

- 1.a. Diferența dintre presiunea sângelui din vasele sanguine situate în partea superioară a plămânilor și presiunea sângelui din vasele situate în partea inferioară a plămânilor este de aproximativ 1,3 kPa. Dacă sângele are densitatea aproximativ egală cu cea a apei  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  ce înălțime are un plămân?
- 1.b. Dacă diferența de presiune ar rămâne aceeași dar sângele ar avea o densitate de 13,6 mai mare (ca mercurul), cât de înalt ar trebui să fie un vas de sânge din plămâni?
2. O sticlă cu dop, plină cu apă, este pusă pe o masă. Apoi, cu grijă, Ionel o întoarce cu gura în jos și o așează în echilibru pe masă. El spune că greutatea sticlei cu apă este aceeași în ambele cazuri, dar aria de sprijin este mult mai mică în al doilea caz, deci presiunea exercitată asupra mesei este mult mai mare. Bogdan nu este de acord cu el. El spune că înălțimea apei este aceeași în ambele cazuri și presiunea depinde doar de înălțime. Cine are dreptate? De ce?



3. Gabi vrea să demonstreze ideea că presiunea exercitată la baza unui tub plin cu lichid nu depinde de diametrul sau forma tubului. Pentru aceasta el folosește trei vase diferite având aceeași arie a bazei. Le umple pe toate cu apă până la aceeași înălțime. Gabi spune că presiunea exercitată asupra bazei fiecărui vas este aceeași, și aria bazei este aceeași, deci vor etala aceeași valoare când sunt așezate pe o balanță. Voi ce credeți?

4. Măsurați sau apreciați forța necesară pentru a scoate dopul dintr-o sticlă de șampanie goală (figura 10.8.). Măsurați aria dopului. Calculați ce presiune este într-o sticlă de șampanie



care a fost agitată dacă dopul sare fără a fi tras. Împărțiți forța estimată la aria dopului. Încercați să explicați de ce presiunea crește când sticla este agitată.



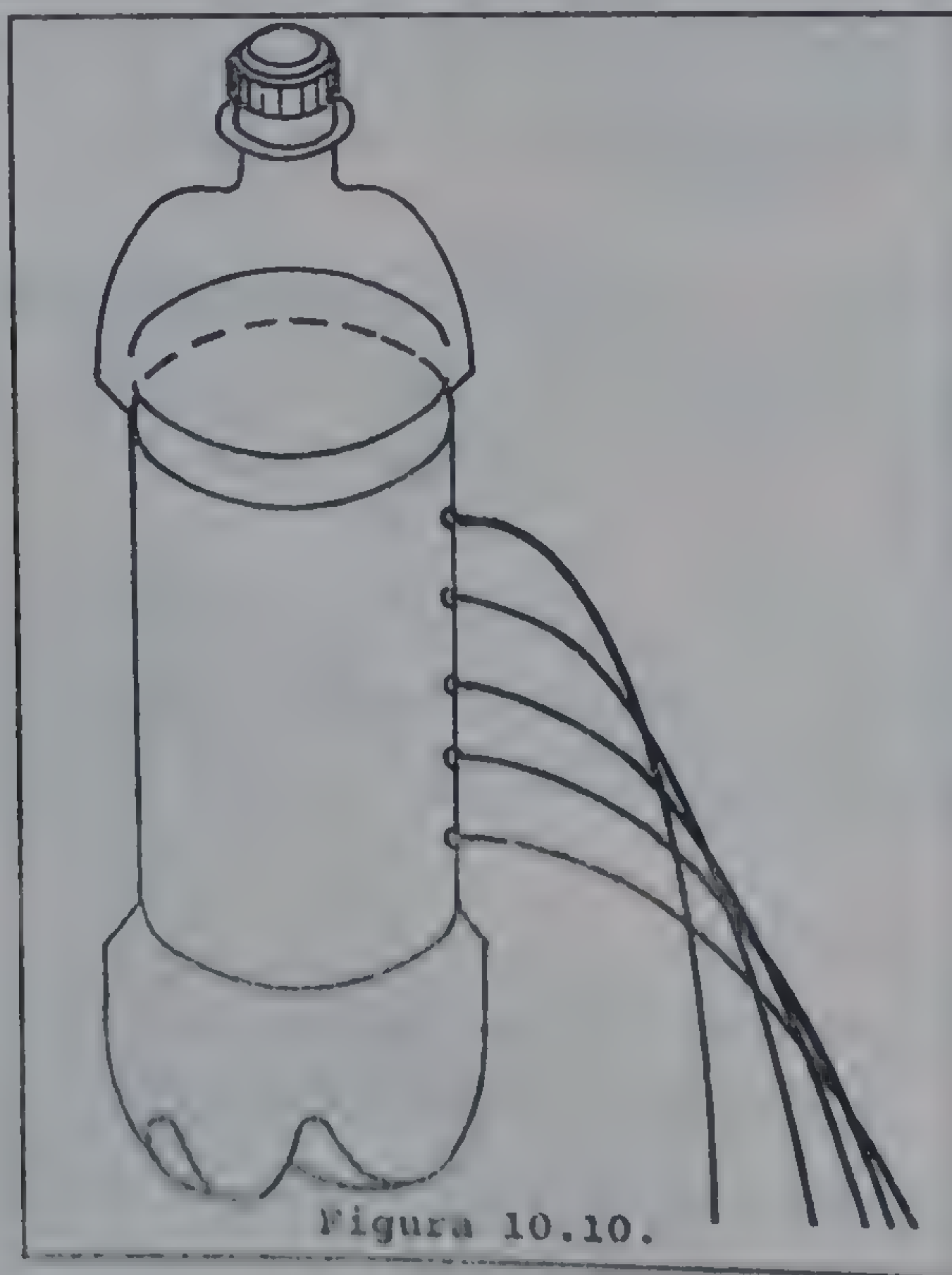
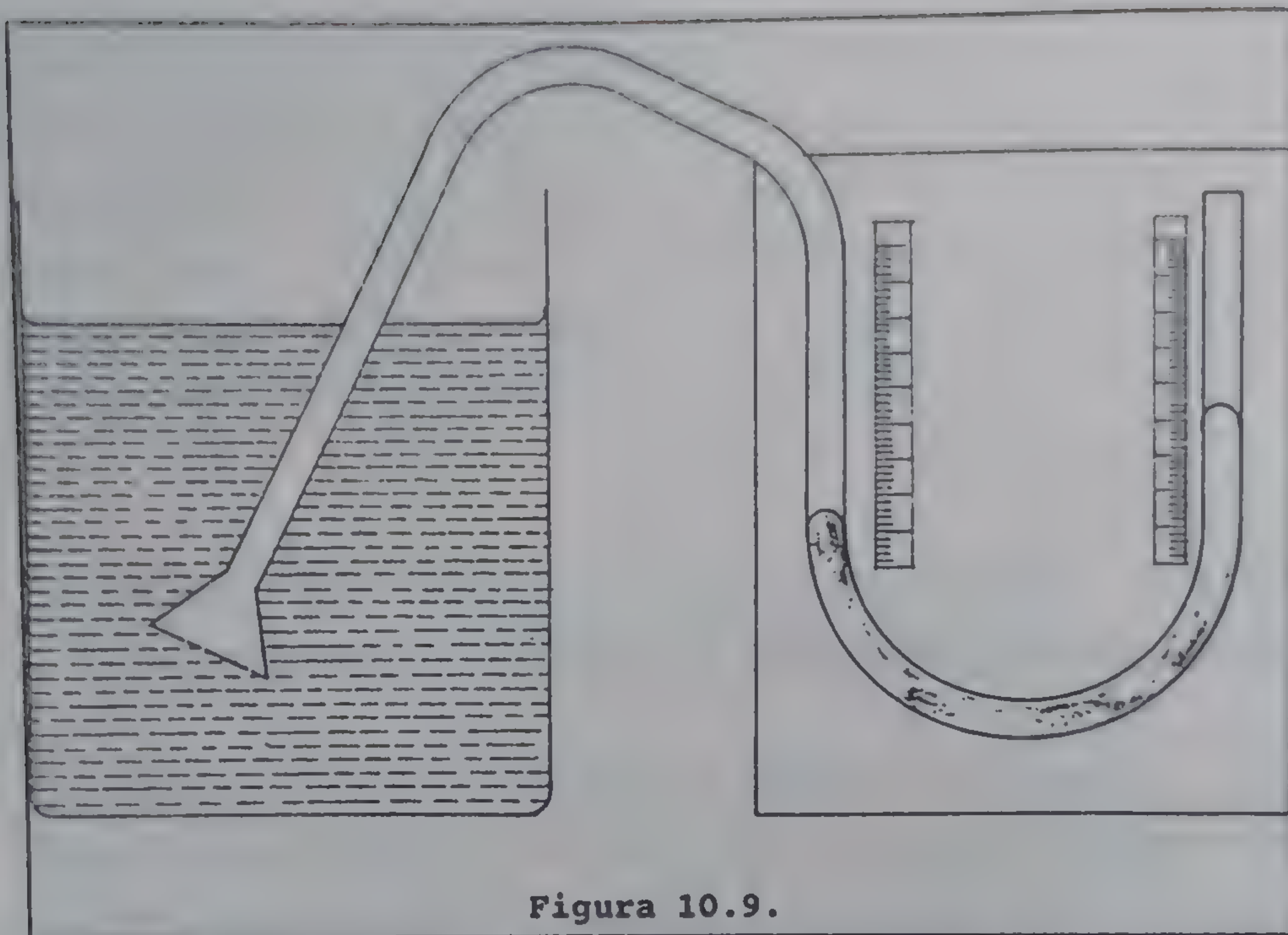
5. Când un scafandru se scufundă foarte adânc creșterea presiunii provoacă dizolvarea aerului în sângele său. Puteți să vă închipuiți ce s-ar întâmpla dacă scafandrul s-ar întoarce rapid la suprafață? Bulele de aer din sânge sunt foarte periculoase. Din acest motiv mulți scafandri care s-au întors brusc la suprafață au murit.

#### 10.2.5. Experimente demonstrative la capitolul presiune hidrostatică și presiune atmosferică

Există un mare număr de experimente demonstrative care pot fi utilizate de profesor pentru a ilustra un principiu sau pentru a-l ajuta în explicații. Noi recomandăm următoarele experimente pentru că elevii pot fi solicitați a găsi singuri explicații la fenomenele observate.

1. Experimente cu ajutorul manometrului: se va urmări acțiunea presiunii în toate direcțiile și variația acesteia cu adâncimea (figura 10.9.).
2. Curgerea jetului de lichid prin găuri mici, identice, practicate la diferite înălțimi într-un vas (figura 10.10.). Unde este mai mare viteza de curgere și de ce?
3. Se introduce o lumânare aprinsă într-un vas cu apă (figura 10.11.). Se așează deasupra ei un pahar cu gura în jos. După un timp lumânarea se stinge și apa se ridică în pahar. De ce?







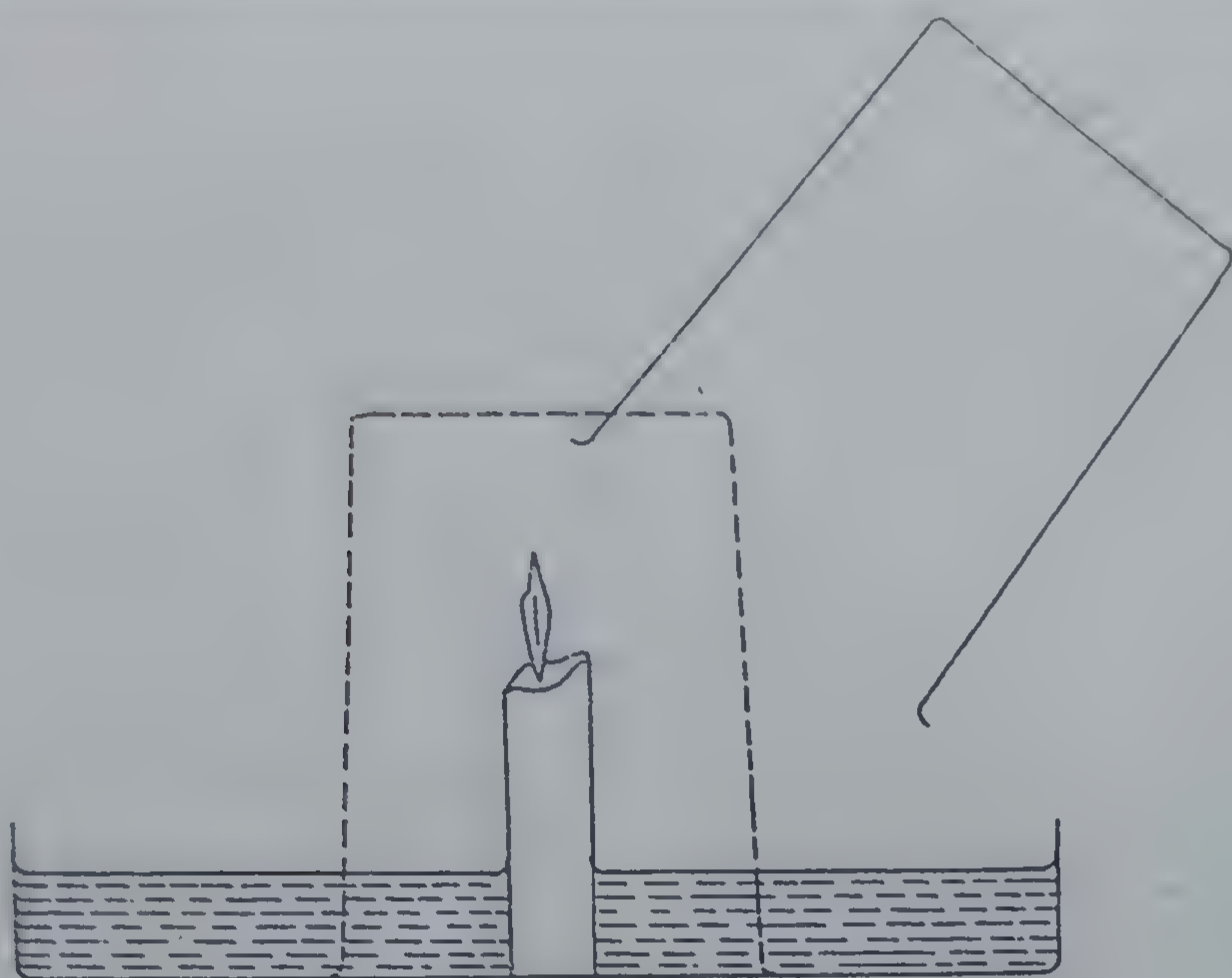
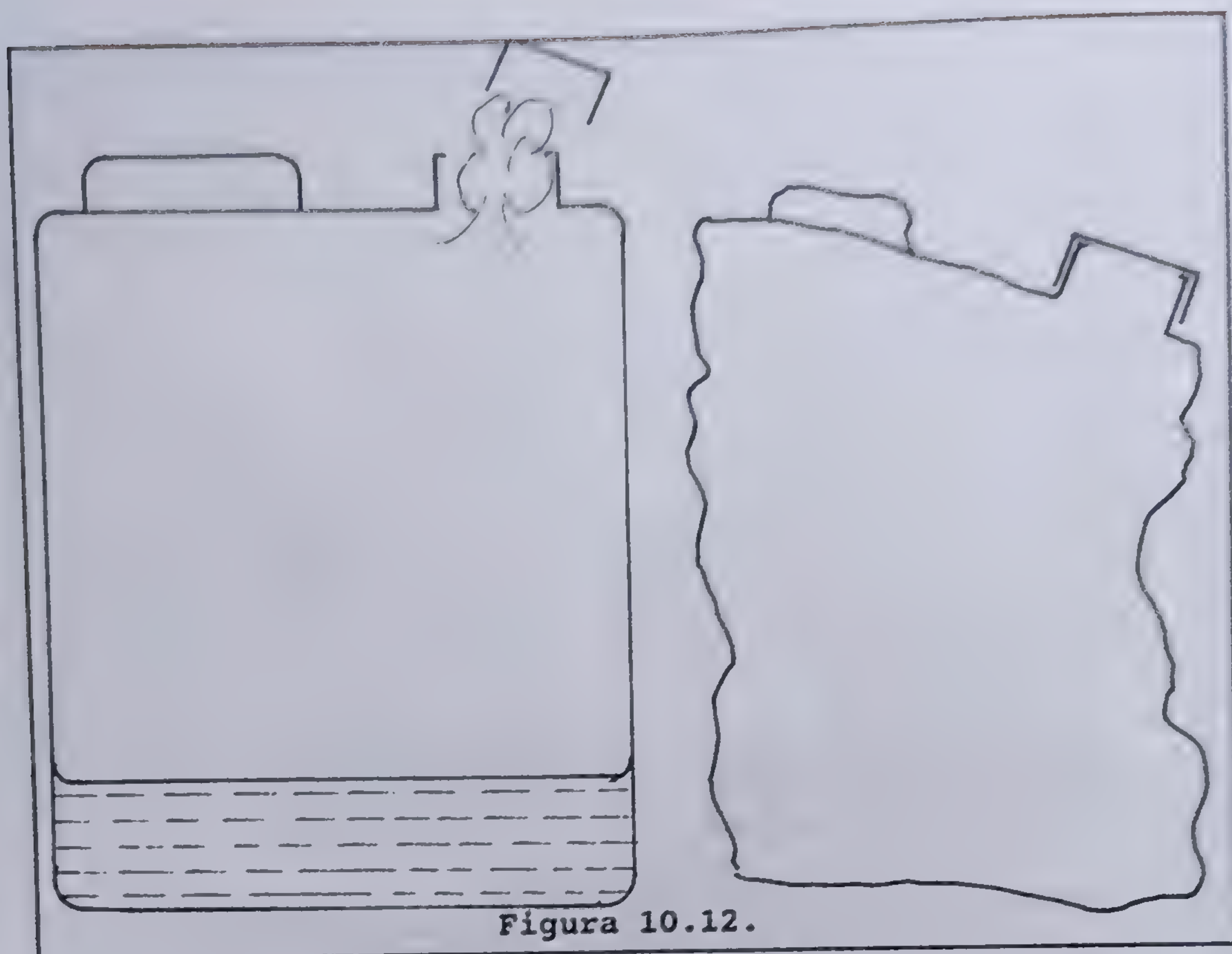


Figura 10.11.

4. Cum puteți goli apa dintr-un vas într-un pahar fără a mișca vasul dacă aveți la îndemână un tub de cauciuc? (Se introduce tubul în vas, se trage cu gura apa din vas prin tub și se dă drumul acesteia în pahar. Se va observa că apa continuă să scurgă singură dacă nivelul paharului este sub nivelul apei din vas.) Explicați cele observate!
  
5. Luați o canistră metalică (figura 10.12.) sau o cutie de ness care se poate închide ermetic. Turnați puțină apă pe fundul ei și încălziți-o până când aceasta fierbe puternic. Astupați canistra cu capacul ei și așteptați să se răcească. Treptat, canistra se „strânge”. De ce?





#### 10.2.6. Un alt mod de a înțelege cum apare forța arhimedică

Imaginați-vă că aveți o picătură de ploaie și, cu un mecanism special, o țineți în fața voastră. Apoi o lăsați liberă din acel mecanism. Ea va cădea deoarece există o forță care o trage spre Pământ numită GREUTATE. Înainte de a o lăsa liberă picătura nu a căzut deoarece acel mecanism special a acționat asupra ei cu o forță egală cu greutatea dar în sens opus, în sus.

Acum utilizați din nou mecanismul pentru a introduce picătura în mijlocul unui vas plin cu apă (figura 10.13.a.). Este cam dificil să urmăriți picătura în continuare, deci va trebui să presupuneți că utilizați un instrument special



pentru colorarea picăturilor. Veți colora o picătură în mov și veți observa ce se întâmplă cu ea. Ea nu se va mișca, deci forța rezultantă care acționează asupra ei este zero. Greutatea unui obiect  $G$  este aceeași indiferent dacă acesta este pe o masă, cade sau este introdus într-un vas cu apă; deci trebuie să existe o forță egală cu greutatea care să acționeze de jos în sus, exact ca în cazul mecanismului anterior.

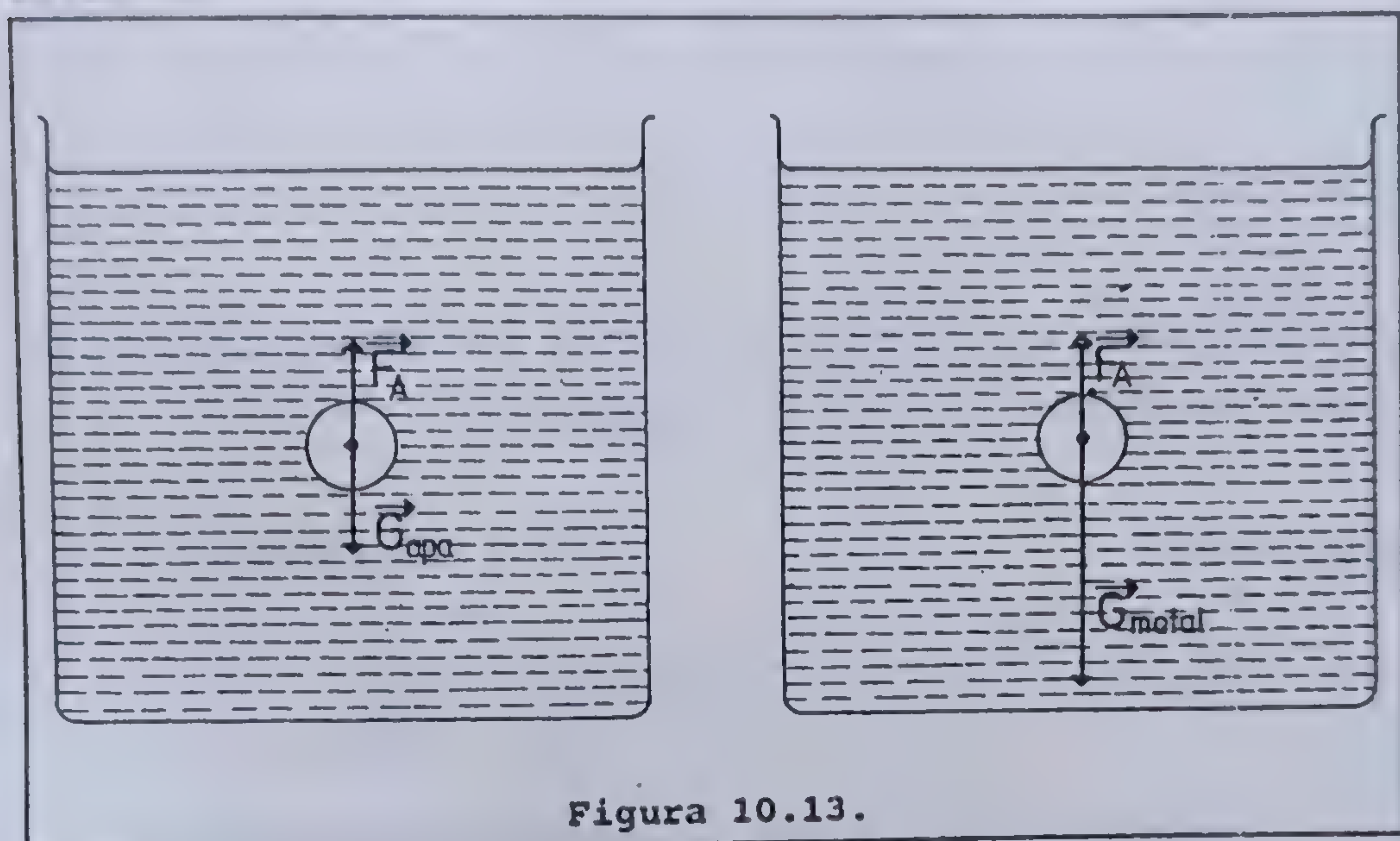


Figura 10.13.

Să efectuăm același experiment cu diferite picături. Dacă punem o picătură cu aceeași formă și aceleași dimensiuni în aceeași poziție în apă, dar picătura este roșie, forța exercitată de jos în sus asupra ei este aceeași. Și pentru picături verzi sau galbene, forța este aceeași.

Dacă veți face din metal o formă de aceleași dimensiuni ca și picătura de ploaie și o veți introduce exact în același loc în apă (figura 10.13.b.), ce se va întâmpla? Dar dacă picătura ar fi fost din plastic sau piatră? (Acce-



forță va acționa de jos în sus pentru că lichidul nu are de unde „să știe” că am schimbat apa de ploaie cu un metal.)

Această forță care acționează de jos în sus asupra unui corp scufundat într-un fluid se numește FORȚĂ ARHIMEDICĂ. Dacă corpul este scufundat în apă, atunci forța arhimedică este egală cu greutatea pe care ar avea-o acel corp dacă ar fi făcut din apă. În cazul altui fluid se poate spune același lucru: dacă se scufundă un corp într-un fluid atunci va acționa asupra lui o forță, de jos în sus, egală cu greutatea pe care ar avea-o corpul dacă ar fi făcut din acel fluid.

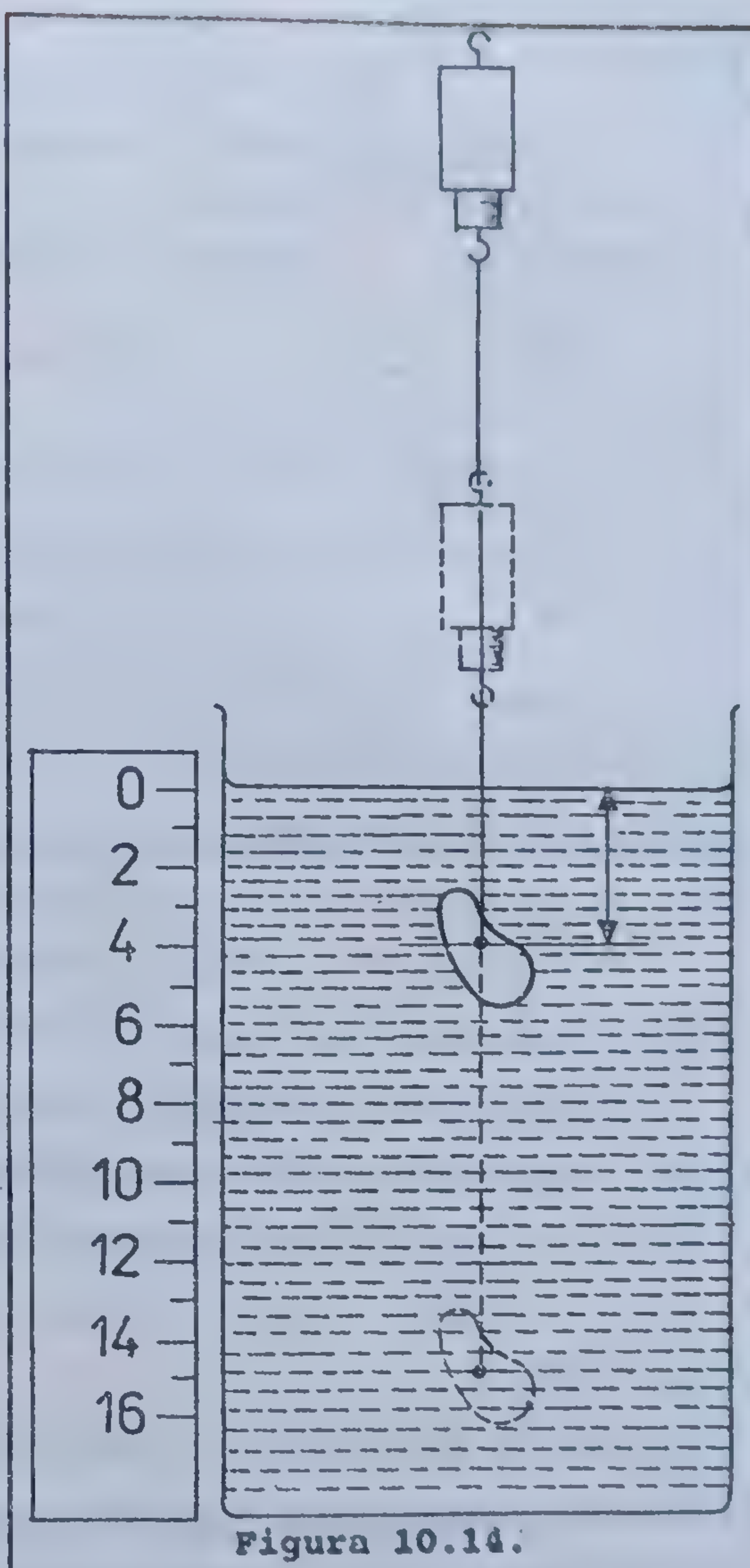
**10.2.7. Forța arhimedică crește atunci când corpul este introdus mai adânc în fluid?**

#### **Instrucțiuni**

1. Luați o piatră și atârnați-o de o sfoară.
2. Agățați celălalt capăt al sforii de un dinamometru.
3. Ridicați dinamometrul și măsurați greutatea pietrei.
4. Țineți dinamometrul deasupra unui vas cu apă și introduceți complet piatra în apă astfel încât mijlocul pietrei să fie la 4 cm adâncime față de suprafață (vezi figura 10.14.).
5. Notați adâncimea (4 cm).



6. Notăți noua indicație a dinamometru-  
lui ( $G_A$ ). Vom numi  
această forță -  
greutatea aparentă  
a corpului în apă.
7. Acum notați greuta-  
tea aparentă ( $G_A$ )  
când adâncimea este  
6 cm, 8 cm etc.
8. Calculați forța  
arhimedică ( $G - G_A$ ).
9. Analizați rezulta-  
tele. Care este  
concluzia? Forța  
arhimedică crește  
sau scade cu adân-  
cimea?



Rezultatele le veți trece într-un tabel de date alcătuit după modelul de la pagina 196.

### Generalizare

Din aceste experimente, puteți trage o concluzie valabilă pentru toate corpurile și toate lichidele, privind modul în care forța arhimedică depinde de adâncime?



<p style="text-align: center;"><b>TABEL DE DATE EXPERIMENTALE</b></p> <p style="text-align: center;"><b>DEPENDENȚA FORȚEI ARHIMEDICE DE ADÂNCIME</b></p>		
ADÂNCIMEA $a(\text{cm})$	GREUTATEA APARENTĂ $G_A(\text{N})$	FORȚA ARHIMEDICĂ $F(\text{N})$
4		
6		
8		
10		
12		

Încercați să vă gândiți care este răspunsul corect la întrebare înainte de a citi în continuare.

Reprezentați forțele care acționează asupra unei pietre scufundate. Sunt trei forțe:

- o forță de jos în sus, datorată dinamometrului ( $G_A$ );
  - o altă forță, de jos în sus datorată apei din jurul pietrei ( $F$ );
  - o forță de sus în jos, datorată atracției Pământului ( $G$ ).
- Întrucât piatra este în echilibru rezultă că  $G = G_A + F$ , ceea ce permite calcularea forței arhimedice:  $F = G - G_A$ .

De ce adâncimea nu influențează valoarea forței arhimedice?

Puteți să gândiți răspunsul la întrebarea: De ce forța arhimedică este aceeași când corpul este la diferite adâncimi în fluid?



Mulți elevi se așteaptă ca forța arhimedică să crească atunci când adâncimea crește. Ei spun: „Forța arhimedică este datorată presiunii apei și este evident că presiunea apei este mai mare când adâncimea la care introducem corpul este mai mare!”

În experimentul mintal am găsit că forța arhimedică, în apă, este egală cu greutatea pe care ar avea-o corpul dacă ar fi făcut din apă. Ea este aceeași într-un lichid și la adâncime mare, și la adâncime mică.

Alt mod de a gândi acest lucru este să ne reamintim că  $1\text{cm}^3$  de apă în echilibru are aceeași greutate. Rezultanta fiind zero, deducem că aceeași forță arhimedică acționează asupra lui, chiar dacă acesta este mai în adâncime sau mai la suprafață.

Dacă vreți să înțelegeți cum poate forța arhimedică să fie aceeași când la adâncime presiunea este mai mare, trebuie să înțelegeți clar că presiunea hidrostatică crește cu aceeași cantitate la nivelul tuturor suprafețelor corpului.

### 10.3. METODE PENTRU DETERMINAREA DENSITĂȚII

#### 10.3.1. Determinarea densității relative a unui corp solid față de un lichid

##### Instrucțiuni

1. Luați o piatră și legați-o de o sfoară.



2. Rețineți ce piatră ați folosit, eventual însemnați-o, deoarece o veți folosi și în următorul experiment.
3. Agățați celălalt capăt al sforii de un dinamometru.
4. Măsurați cu dinamometrul greutatea pietrei ( $G$ ).
5. Țineți dinamometrul deasupra unui vas cu apă și scufundați piatra în întregime în apă.
6. Notați noua indicație a dinamometrului ( $G_A$ ), greutatea aparentă în apă.

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE:				
DETERMINAREA DENSITĂȚII RELATIVE A CORPURILOR				
CORPUL	G GREUTATEA (N)	$G_A$ GREUTATEA APARENTĂ (N)	$F=G-G_A$ FORȚA ARHIMEDICĂ (N)	$\rho=G/F$ DENSITATEA RELATIVĂ
prima piatră				
aII-a piatră				

7. Calculați forța arhimedică  $F = G - G_A$ .
8. Acum calculați  $G/F$ . Acest raport este dependent de densitatea relativă a pietrei față de apă.
9. Densitatea relativă a pietrei față de apă este o mărime care ne arată „de câte ori piatra este mai densă decât apa”.

$$\rho_{\text{rel}} = \frac{\rho_{\text{piatra}}}{\rho_{\text{apa}}}$$



În fizică, la fel ca și în viața de toate zilele, comparăm adesea mărimi de același fel. De exemplu: „De câte ori este mai mare populația Bucureștiului decât cea a Iașului?” - adică  $2,5 \text{ milioane} / 500.000 = 5$  ori și, asemănător, putem să calculăm de câte ori este mai mare densitatea pietrei decât densitatea apei. Acest raport este tocmai densitatea relativă a pietrei față de apă.

Densitatea relativă nu are unități de măsură, este un număr. Când împărțiți două mărimi fizice de același fel unitățile de măsură se simplifică și obțineți un număr fără unități. Se spune că densitatea relativă este o mărime ADIMENSIONALĂ.

10. De ce densitatea relativă este egală cu raportul  $G/F$ ? Reamintiți-vă experimentul mintal.  $F$  este egală cu greutatea fluidului care are același volum cu al pietrei.  $G$  este greutatea ACELUIAȘI VOLUM de piatră. Deci avem volume egale ale celor două materiale, piatră și apă. De ce  $1 \text{ cm}^3$  de piatră are greutatea mai mare decât  $1 \text{ cm}^3$  de apă? Volumele sunt aceleași, planeta pe care se află corpul și apa este aceeași ( $g$  este același), deci de ce  $G$  este mai mare decât  $F$ ? (Deoarece piatra are densitatea mai mare decât apa). Să calculăm de câte ori  $G$  este mai mare decât  $F$ :

$$\frac{G}{F} = \frac{m_{\text{corp}} g}{m_{\text{apa}} g} = \frac{\rho_{\text{corp}} V g}{\rho_{\text{apa}} V g} = \frac{\rho_{\text{corp}}}{\rho_{\text{apa}}} = \rho_{\text{rel.}}$$

11. Repetați experimentul cu diferite pietre.



### 10.3.2. Determinarea densității relative a plastilinei

#### Instrucțiuni

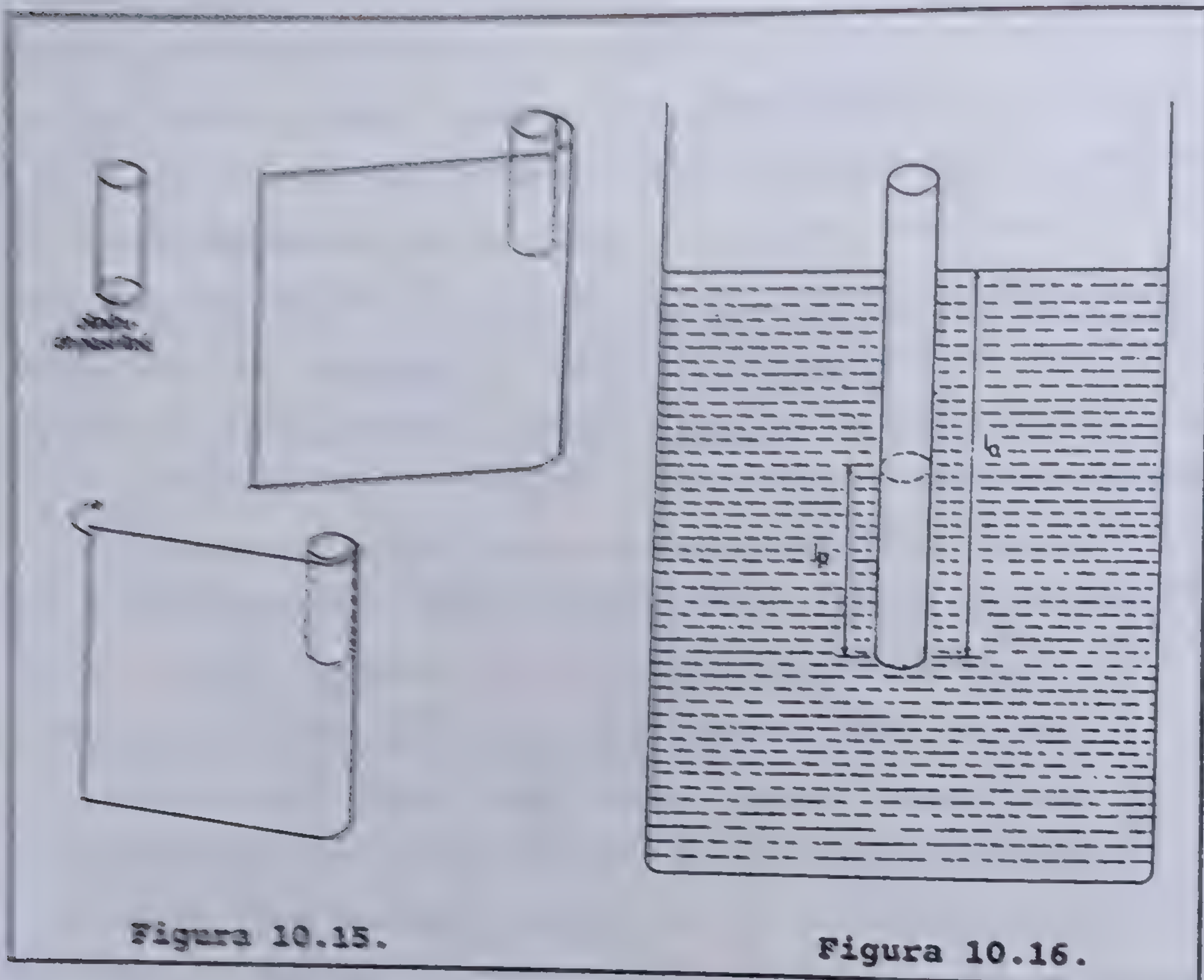


Figura 10.15.

Figura 10.16.

1. Luați o bucată de plastilină și modelați-o sub forma unui cilindru cu lungimea egală cu aproximativ jumătate din lungimea stiloului vostru, și cu diametrul de aproximativ 1cm. (vezi figura 10.15.)
2. Luați o bucată de hârtie cu dimensiunile 20cm pe 12cm.
3. Rulați hârtia având plastilina la un capăt; veți obține un cilindru de aproximativ 20cm lungime.



4. Va trebui să rulați hârtia strâns lângă plastilină și chiar să utilizați lipici pentru a realiza un cilindru bine etanșat.
5. Asigurați-vă că plastilina acoperă un capăt al cilindrului astfel încât lichidul să nu poată pătrunde între plastilină și hârtie.
6. Măsurați lungimea plastilinei.
7. Așezați cu grijă cilindrul într-un vas cu apă (figura 10.16.).
8. Măsurați cu atenție lungimea aflată sub nivelul apei, pe care o vom numi lungimea apei.

**TABEL DE DATE EXPERIMENTALE:  
DETERMINAREA DENSITĂȚII RELATIVE A PLASTILINEI**

MĂSURĂTORI	„LUNGIMEA PLASTILINEI” $l_p$ (cm)	„ÎNĂLȚIMEA APEI” $l_a$ (cm)	DENSITATEA RELATIVĂ $\rho_{rel} = l_a / l_p$
1			
2			
3			
MEDIA			

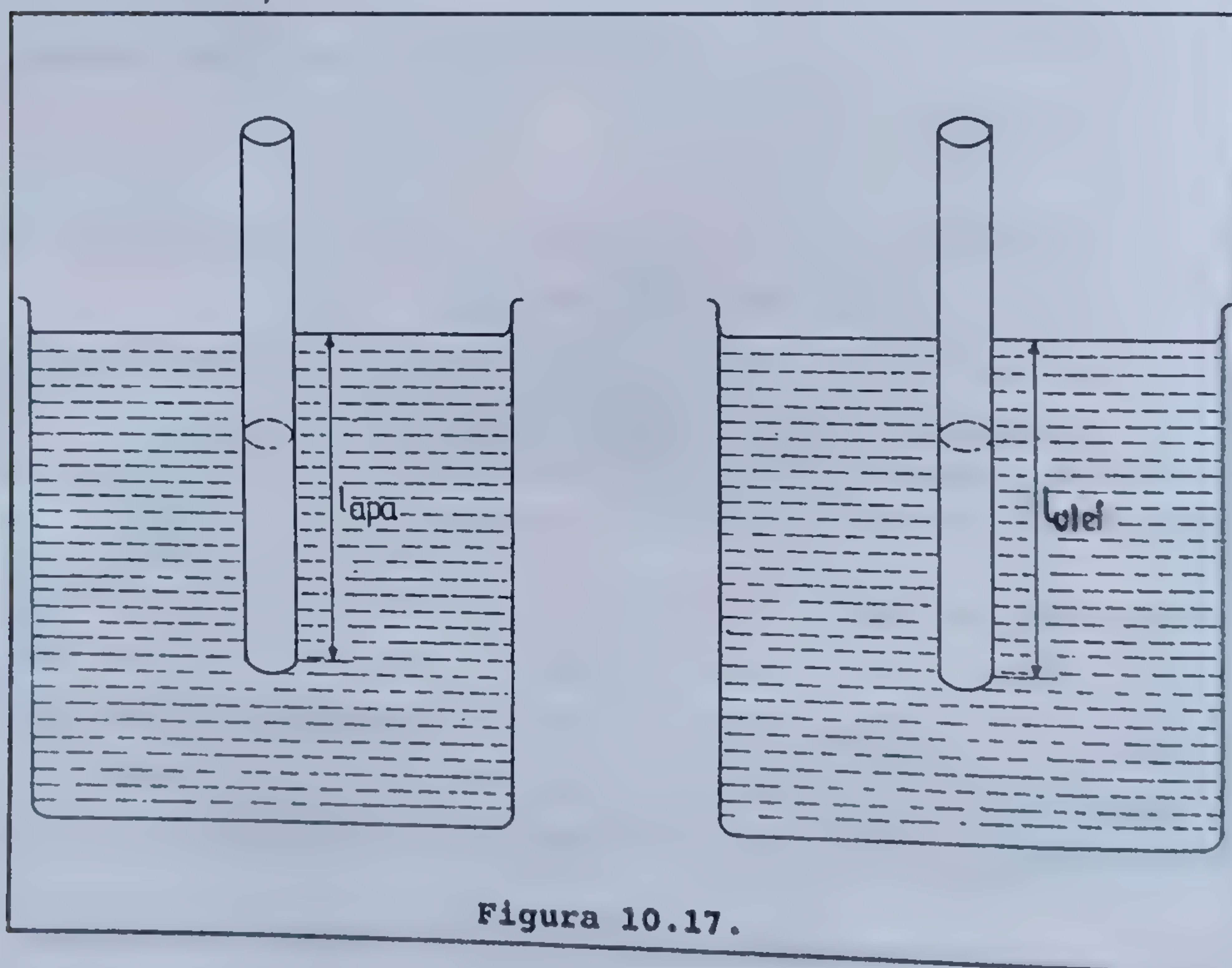
9. Repetați de câteva ori măsurarea lungimii cilindrului aflat sub apă.
10. Calculați densitatea relativă a plastilinei cu relația  $\rho_{rel} = l_a / l_p$ . Arătați singuri de ce densitatea relativă a plastilinei este egală cu  $l_a / l_p$ .



### 10.3.3. Determinarea densității relative a uleiului

#### Instrucțiuni

1. Folosiți același cilindru pe care l-ați utilizat pentru a determina densitatea relativă a plastilinei. Asigurați-vă că este uscat și că lichidul nu poate pătrunde între plastilină și hârtie.
2. Introduceți cilindrul într-un vas cu ulei (figura 10.17.).



3. Măsurați lungimea cilindrului aflat sub nivelul uleiului; o vom numi înălțimea uleiului.
4. Acum repetați măsurătorile lungimii porțiunii scufundate în apă și în ulei.



5. Calculați înălțimea medie în apă și în ulei.

TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: DETERMINAREA DENSITĂȚII RELATIVE A ULEIULUI			
MĂSURĂTORI	„ÎNĂLȚIMEA APEI” $l_{ap\acute{a}}$ (cm)	„ÎNĂLȚIMEA ULEIULUI” $l_{ulei}$ (cm)	DENSITATEA RELATIVĂ A ULEIULUI $\rho_{rel.ulei} = l_{ap\acute{a}} / l_{ulei}$
1			
2			
3			
MEDIA			

6. Calculați densitatea relativă a uleiului  
 $\rho_{rel.ulei} = l_{ap\acute{a}} / l_{ulei}$

Un instrument care plutește într-un lichid și care permite măsurarea densității aceluși lichid se numește DENSIMETRU sau AREOMETRU. Acest instrument se utilizează în procesul de fabricație a vinului și a berii: densitatea lichidului se modifică permanent și când aceasta atinge o anumită valoare vinul trebuie pus în sticle. Densimetrele se utilizează și la măsurarea densității acidului sulfuric din acumulatorii auto.

7. De ce densitatea relativă a uleiului este egală cu  $l_{ap\acute{a}} / l_{ulei}$ ?



#### 10.3.4. Comparație între rezultate obținute prin metode diferite

Dacă aveți destul timp, puteți să măsurați densitatea pietrei, plastilinei și uleiului cu metoda cunoscută din clasa a VI-a și discutați care metodă este mai bună.

#### Instrucțiuni

1. Măsurați masa primei pietre din experimentul 10.3.1. cu ajutorul unei balanțe (în experimentul respectiv ați măsurat densitatea acestei pietre).
2. Puneți apă într-un vas de formă cilindrică. Introduceți piatra în apă și determinați care este diferența între noul nivel al apei și nivelul inițial.
3. Calculați volumul pietrei,  $V = h \cdot \pi \cdot r^2$  unde  $h$  este creșterea nivelului apei iar  $r$  este raza cilindrului. Dacă corpul este destul de mic puteți folosi un cilindru gradat.
4. Calculați densitatea din aceste două măsurători.
5. Utilizați aceeași metodă pentru a calcula densitatea celorlalte materiale pe care le-ați utilizat în experimentul anterior.



TABEL DE DATE EXPERIMENTALE: DETERMINAREA MASEI, VOLUMULUI ȘI DENSITĂȚII UNOR CORPURI					
CORPUL	MASA m (g)	ÎNĂLȚ h (cm)	RAZA r (cm)	VOLUMUL $V=\pi \cdot r^2 \cdot h$ (cm <sup>3</sup> )	DENSITATEA $\rho=m/V$ (g/cm <sup>3</sup> )
PIATRĂ					
PLASTILINĂ					
.....					

6. Cum puteți măsura densitatea lichidelor cu un cilindru gradat și o balanță?
7. Concluzii: După părerea voastră care metode sunt mai precise? Care sunt mai simple și mai rapid de efectuat? În general există mai multe metode pentru a măsura o mărime fizică. Când o metodă este foarte precisă, veți obține aproximativ același rezultat când repetați de mai multe ori măsurătorile mărimii respective. Dacă metoda este imprecisă, rezultatele vor fi diferite.
8. Este bine să țineți minte toate metodele pe care le-am indicat pentru determinarea densității corpurilor lichide și solide și să selectați, ori de câte ori aveți nevoie, pe cele mai potrivite (funcție de mijloacele pe care le aveți la dispoziție și de precizia cu care doriți să cunoașteți rezultatul).



## 10.4. CE TREBUIE SĂ REȚINEM PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR DE HIDROSTATICĂ

### 10.4.1. Presiunea hidrostatică

Există situații când efectul unei forțe depinde și de mărimea suprafeței pe care aceasta este distribuită (de exemplu, cazul unei cărăminzi care, sub acțiunea propriei greutate, se afundă în răpadă cu atât mai mult cu cât aria feței pe care este așezată este mai mică). Mărimea fizică utilă pentru a descrie astfel de efecte se numește presiune; ea se definește ca raportul dintre forța care acționează distribuit pe o suprafață și aria acelei suprafețe:

$$p = \frac{F}{S}$$

Ca unitate de măsură pentru presiune, în Sistemul Internațional, utilizăm Pascalul (Pa):

$$1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$$

1Pa reprezintă presiunea corespunzătoare unei forțe de 1N uniform distribuite pe o suprafață cu aria de 1m<sup>2</sup>.

Se mai utilizează însă și alte unități de măsură:

- |                    |                             |
|--------------------|-----------------------------|
| - atmosfera fizică | 1atm = 101325 Pa            |
| - barul            | 1bar = 10 <sup>5</sup> Pa   |
| - torrul           | 1torr = 1atm/760 = 133,3 Pa |

În interiorul unui fluid acționează o presiune datorată straturilor de fluid aflate deasupra locului în



care o măsurăm; această presiune se numește presiune hidrostatică.

Presiunea hidrostatică depinde de adâncimea la care o măsurăm și de natura lichidului; ea nu depinde de locul din același plan orizontal în care o măsurăm și nici de direcție.

Acțiunea presiunii hidrostatice se manifestă totdeauna prin forțe perpendiculare pe suprafața de observație (peretele vasului, suprafața orificiului practicat în peretele vasului, suprafețele unui corp cufundat în lichid).

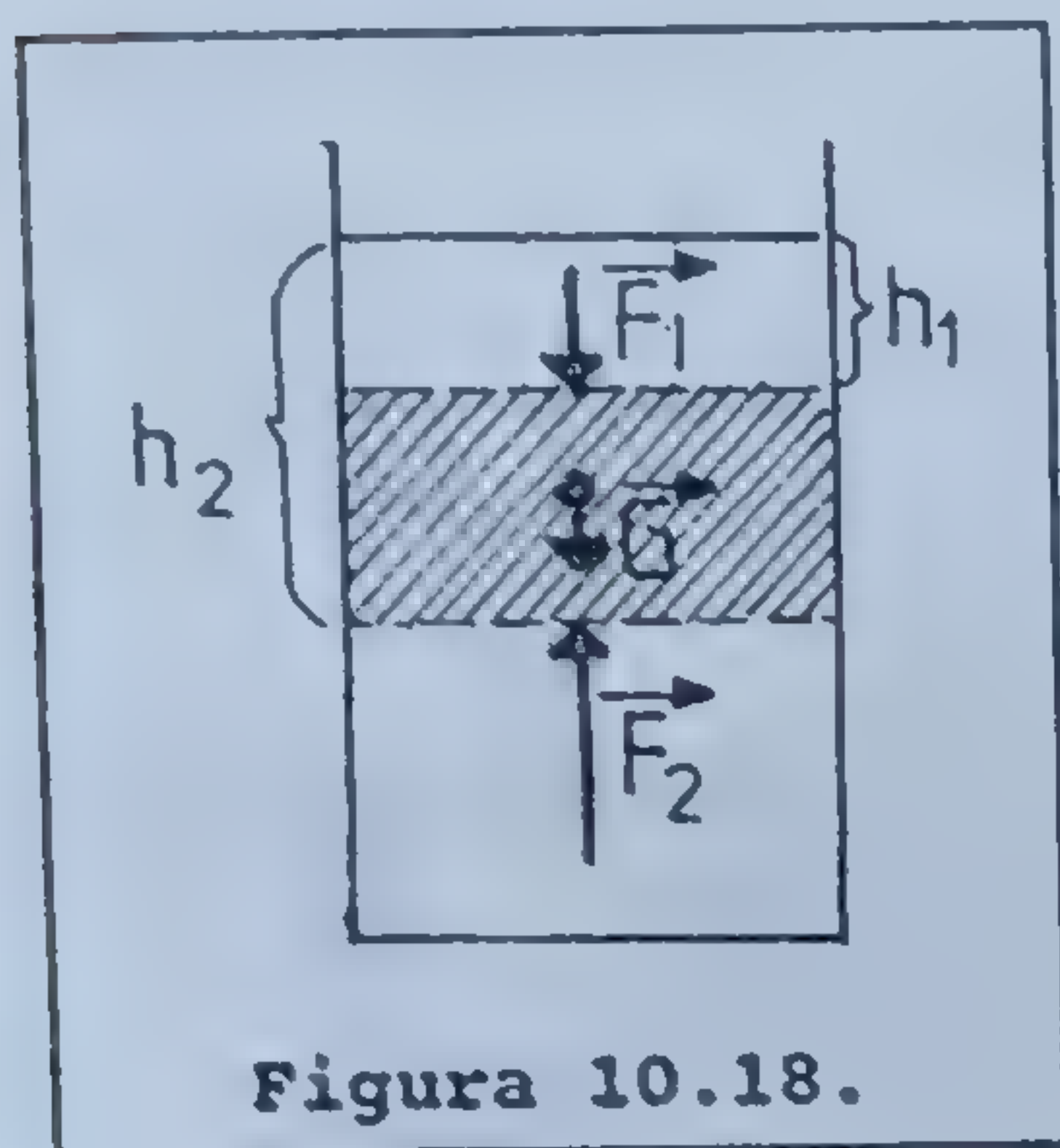


Figura 10.18.

Considerăm un lichid aflat în echilibru în interiorul unui vas.

Notăm cu  $p_1$  presiunea la adâncimea  $h_1$  și cu  $p_2$  presiunea la adâncimea  $h_2$ .

Delimităm mintal pătura de fluid cuprinsă între cele două adâncimi (figura 10.18., partea hașurată).

Asupra acesteia acționează forțele:  $G$  - greutatea;  $F_1$  - forța datorată presiunii  $p_1$  și  $F_2$  - forța datorată presiunii  $p_2$ . Cele trei forțe își fac echilibru:

$$F_2 = F_1 + G$$

$$p_2 S = p_1 S + S(h_2 - h_1) \rho g$$

$$p_2 = p_1 + \Delta h \rho g$$

$$p_2 - p_1 = \rho g \Delta h$$

Diferența de presiune dintre cele două puncte din interiorul aceluiași fluid, aflate la o diferență de nivel  $\Delta h$  este egală cu produsul dintre densitatea



lichidului  $\rho$ , accelerația gravitațională  $g$  și diferența de nivel (adâncime) a celor două puncte  $h$ .

În particular putem considera  $h_1 = 0$ , presiunea la suprafața lichidului fiind de cele mai multe ori egală cu presiunea atmosferică  $p_0$ ; atunci la adâncimea  $h_2 = h$  vom avea presiunea:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

#### 10.4.2. Legea lui Arhimede

Asupra unui corp cufundat într-un fluid acționează forțe datorate presiunii hidrostactice pe toate fețele aceluia corp (figura 10.19.).

Forțele ce apar pe fețele laterale ( $\vec{F}$  și  $\vec{F}'$ ) se anulează reciproc. Forțele ce apar pe fețele de jos și de sus ale corpului NU SUNT EGALE deoarece

presiunile hidrostactice sunt diferite la adâncimi diferite. Cum forța  $\vec{F}_2$  este mai mare decât forța  $\vec{F}_1$  deducem că asupra corpului va acționa o forță rezultantă orientată de jos în sus. Să calculăm modulul acestei forțe (numită forță arhimedică)  $F_A$ :

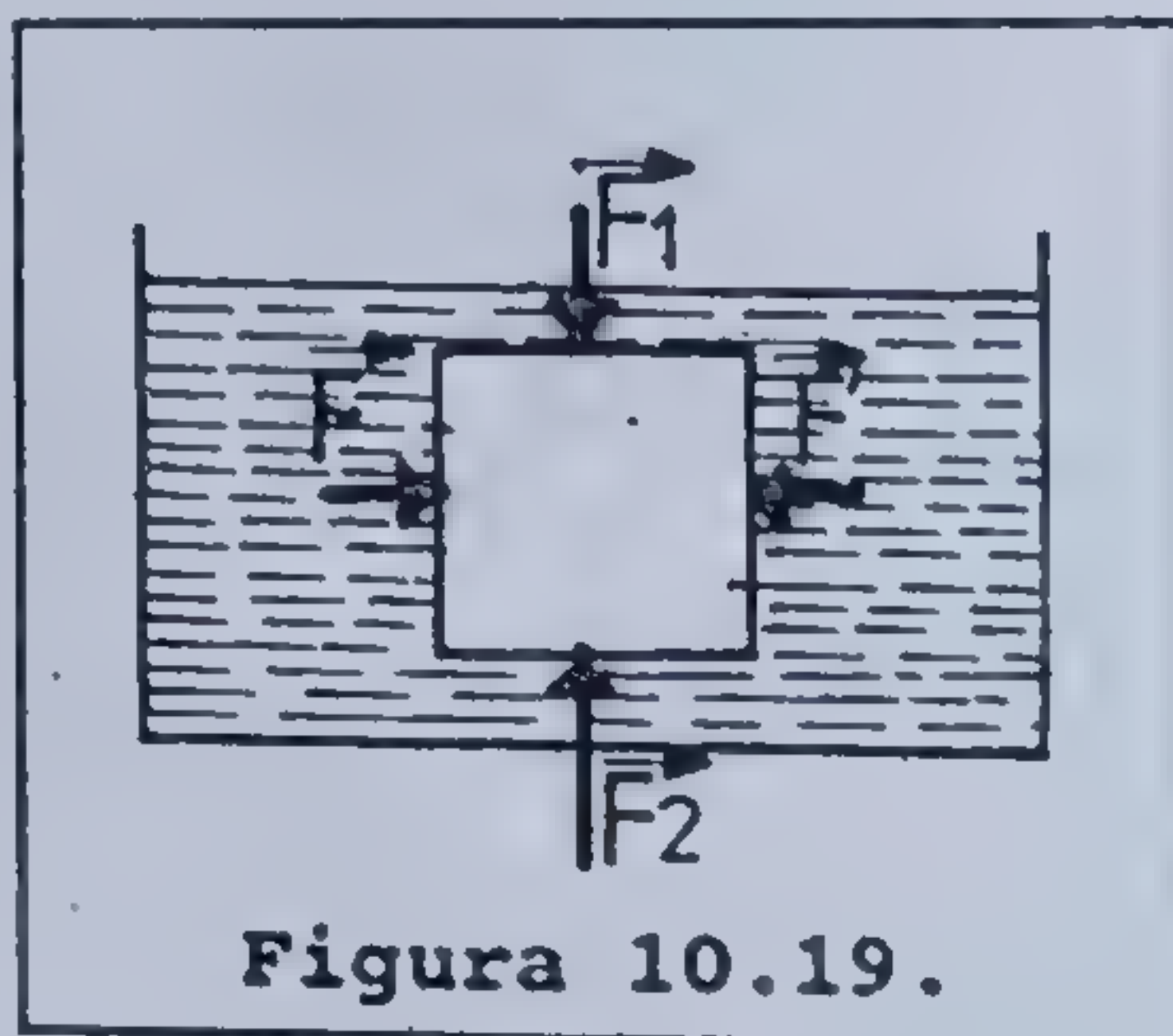


Figura 10.19.

$$\begin{aligned} F_A &= F_2 - F_1 = p_2 S - p_1 S = (p_2 - p_1) S = (p_0 + \rho_1 g h_2 - p_0 - \rho_1 g h_1) S = \\ &= \rho_1 g S (h_2 - h_1) = \rho_1 g V = m_1 g = G_1 \end{aligned}$$



Forța arhimedică este egală tocmai cu greutatea unui volum de lichid egal cu volumul corpului, adică a volumului de lichid dezlocuit de corp.

La același rezultat putem ajunge și prin următorul raționament: Dacă, în interiorul lichidului, corpul ar lipsi, atunci volumul său ar fi ocupat de lichid. Acest volum de lichid ar fi în echilibru, deci forța arhimedică (aceeași ca pentru corpul dat) ar fi egală și de sens contrar cu greutatea sa.

Legea lui Arhimede este valabilă și pentru gaze și se enunță astfel:

*Un corp scufundat într-un fluid este împins de jos în sus cu o forță egală (ca modul) cu greutatea volumului de fluid dezlocuit de acel corp.*

#### Observații:

1. Punctul de aplicație al forței arhimedice se numește centrul forțelor de presiune ce acționează asupra corpului dat; el reprezintă centrul de greutate al lichidului dezlocuit de corp. Cum centrul de presiune poate fi diferit de centrul de greutate, rezultă că forța arhimedică și greutatea pot determina o rotație a corpului când acesta este scufundat într-un fluid.
2. Forța arhimedică apare numai când corpul este înconjurat de lichid din toate părțile. De exemplu, o monedă metalică plutește pe suprafața mercurului; dacă o presăm pe fundul vasului, putem constata că nu se mai ridică la suprafață. Explicația este simplă: lipsește pelicula de mercur de sub monedă, deci lipsește forța  $\vec{F}$ , (figura 10.19.), singura capabilă să ridice moneda.



### 10.4.3. Plutirea corpurilor

Considerăm un corp scufundat în întregime în interiorul unui fluid. Forțele care acționează asupra corpului sunt: greutatea și forța arhimedică (figura 10.20.). Să calculăm raportul acestor forțe:

$$\frac{G}{F_A} = \frac{V \cdot \rho_s \cdot g}{V \cdot \rho_l \cdot g} = \frac{\rho_s}{\rho_l}$$

unde  $\rho_s$  este densitatea solidului (corpului) iar  $\rho_l$  densitatea lichidului. Există trei posibilități:

1.  $\rho_s > \rho_l$ . În acest caz  $G > F$  și corpul cade la fundul vasului. Rezultanta celor două forțe se numește GREUTATE APARENTĂ a corpului:

$$G_{ap} = G - F_A = G \cdot \left(1 - \frac{F_A}{G}\right) = G \cdot \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right)$$

Greutatea aparentă poate fi citită direct cu ajutorul unui dinamometru de care este atârnat corpul scufundat în lichid.

2.  $\rho_s = \rho_l$ . Corpul plutește în echilibru, în interiorul lichidului.
3.  $\rho_s < \rho_l$ . În acest caz  $G < F_A$  și rezultanta celor două forțe va fi orientată în sus. Sub acțiunea acestei forțe se ridică, de exemplu, o minge introdusă complet în apă sau un balon meteorologic (aerostat). Această rezultantă se numește FORȚĂ ASCENSIONALĂ:

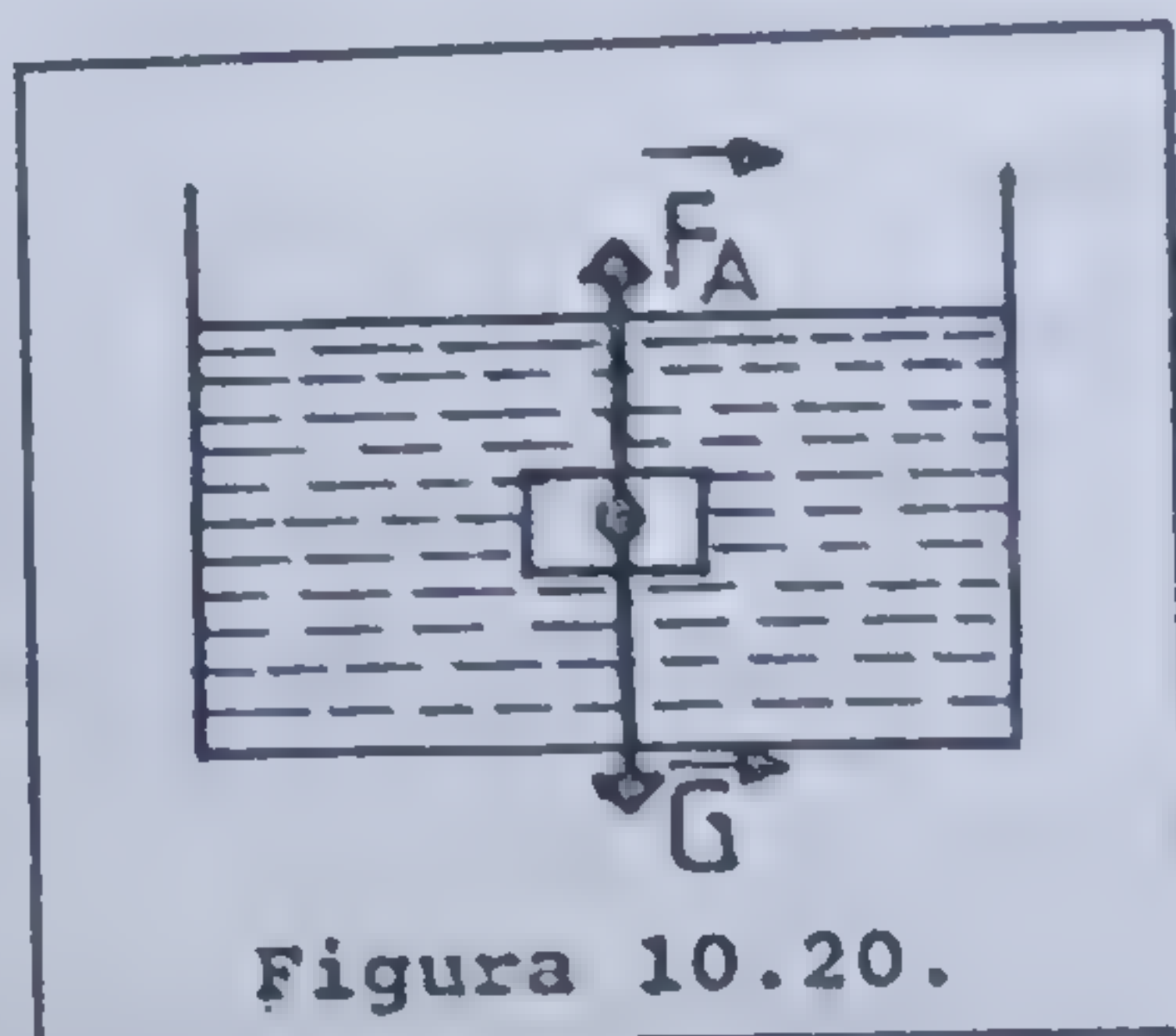


Figura 10.20.



$$F_{asc} = F_A - G = G \cdot \left( \frac{\rho_l}{\rho_s} - 1 \right)$$

Când corpul este introdus complet într-un lichid, forța ascensională îl va aduce la suprafața acestuia. Pe măsură ce corpul iese din lichid, volumul de lichid dezlocuit se micșorează și de aceea se micșorează și forța arhimedică. La un moment dat forța arhimedică va ajunge să fie egală cu greutatea corpului și atunci acesta va pluti la suprafața lichidului (parțial scufundat). La baloanele meteorologice forța arhimedică scade, pe măsură ce acestea urcă, din cauza scăderii densității aerului cu înălțimea. Ele se opresc la acea înălțime pentru care forța arhimedică devine egală cu greutatea totală (a balonului, a gazului ce-l umple și a nacelei).



## P R O B L E M E

CULESE, PROPUSE SAU ADAPTATE PENTRU CLASA a VII-a

Forța - mărime vectorială. Compunerea forțelor.

Principiile mecanicii.

1. În ce condiții două forțe sunt egale? (Ce ne indică următoarele două relații:  $F_1 = F_2$  și  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ ?)

2. Dacă  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ , în ce condiții:

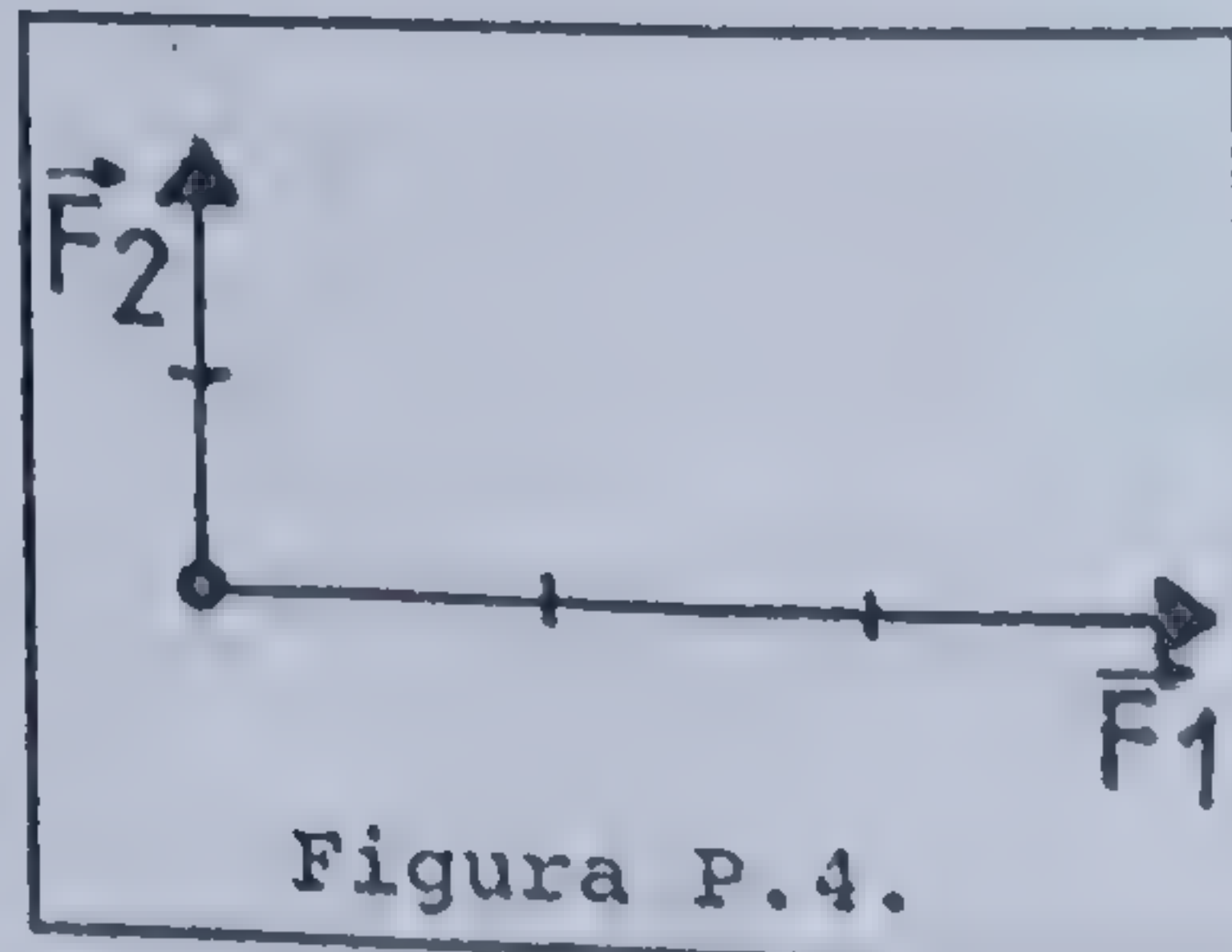
a)  $R = F_1 + F_2$ ?

b)  $R = F_1 - F_2$ ?

c)  $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ ?

3. Doi vectori de mărimi diferite pot să dea rezultantă nulă?

4. Două forțe perpendiculare sunt reprezentate la scară diferită: pentru  $\vec{F}_1$  o diviziune reprezintă 10N iar pentru  $\vec{F}_2$  o diviziune reprezintă 20N. Compuneți cele două forțe prin metoda paralelogramului arătând care este modulul forței rezultante.



5. Forțele concurente  $F_1=4N$  și  $F_2=6N$  formează între ele unghiuri de :  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  și  $180^\circ$ . Determinați grafic rezultanta pentru fiecare unghi. Precizați în care



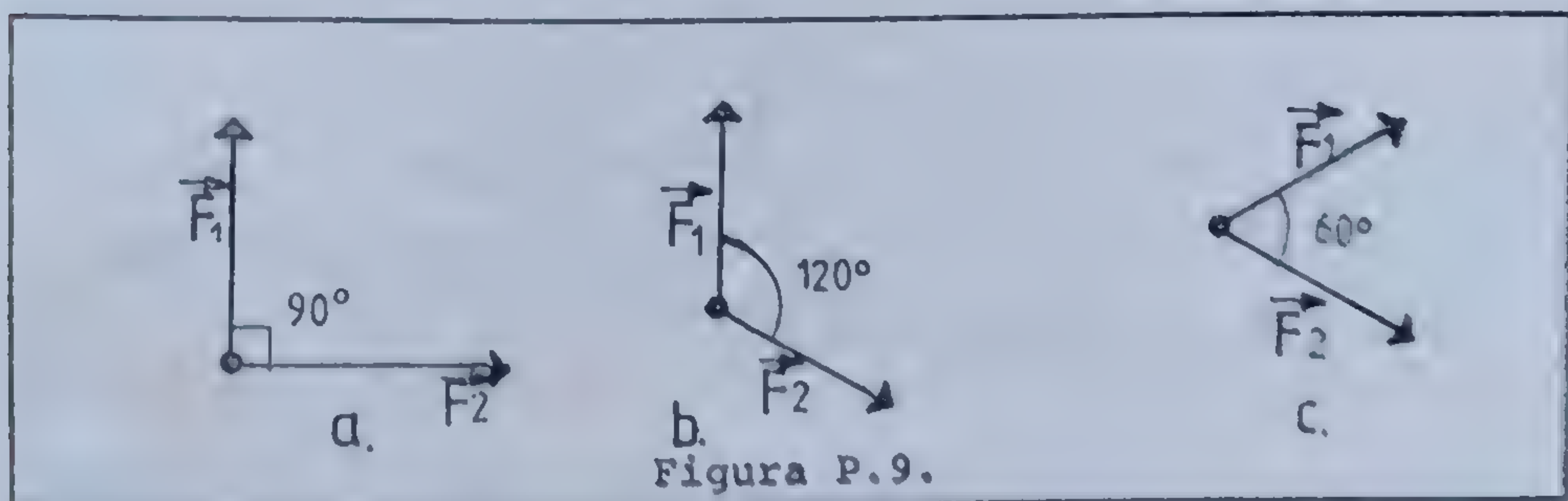
din căruri rezultanta are cel mai mare modul și în care caz modulul cel mai mic.

6. Forțele  $F_1 = 3\text{N}$  și  $F_2 = 4\text{N}$  acționează sub un unghi de  $45^\circ$  asupra aceluiași corp. Reprezentați cele două forțe întâi la scara  $1\text{N} \rightarrow 1\text{cm}$  și apoi la scara  $1\text{N} \rightarrow 2\text{cm}$  calculând rezultanta pentru fiecare din cele două cazuri.

7. Un avion, orientat spre nord, zboară cu viteza  $v_1 = 200\text{km/h}$  față de aer. Dacă vântul suflă de la est spre vest cu viteza  $v_2 = 100\text{km/h}$ , care va fi viteza avionului față de Pământ? (Rezolvați problema grafic - atât prin metoda paralelogramului cât și prin metoda triunghiului).

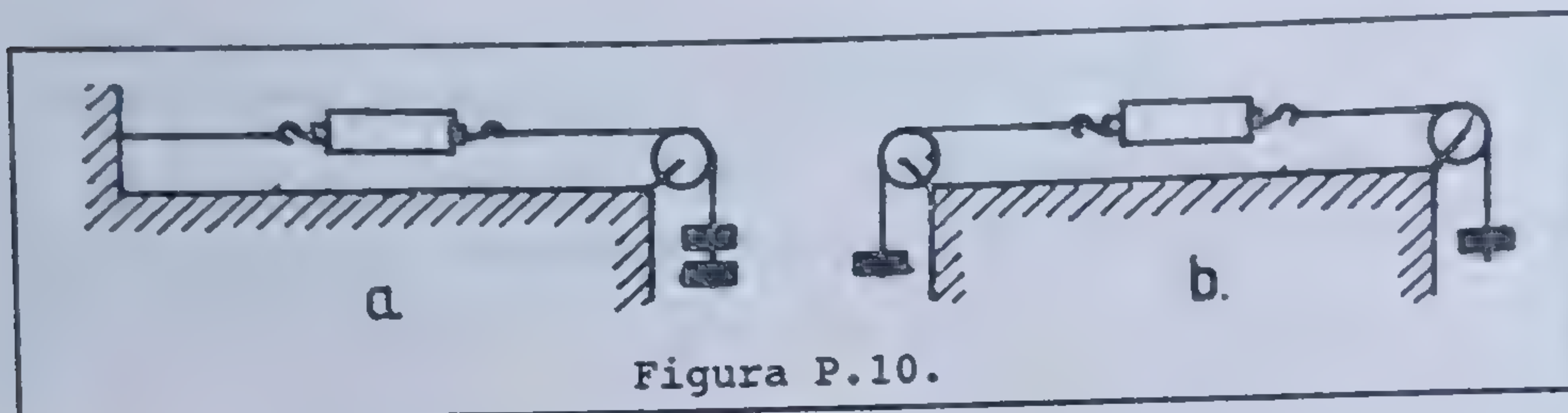
8. În ce condiții rezultanta a două forțe concurente este nulă? Dar rezultanta a trei forțe concurente?

9. Compunând două forțe concurente, egale în modul, rezultă o forță egală în modul cu primele două forțe. Care din cazurile de mai jos conduc la acest rezultat?



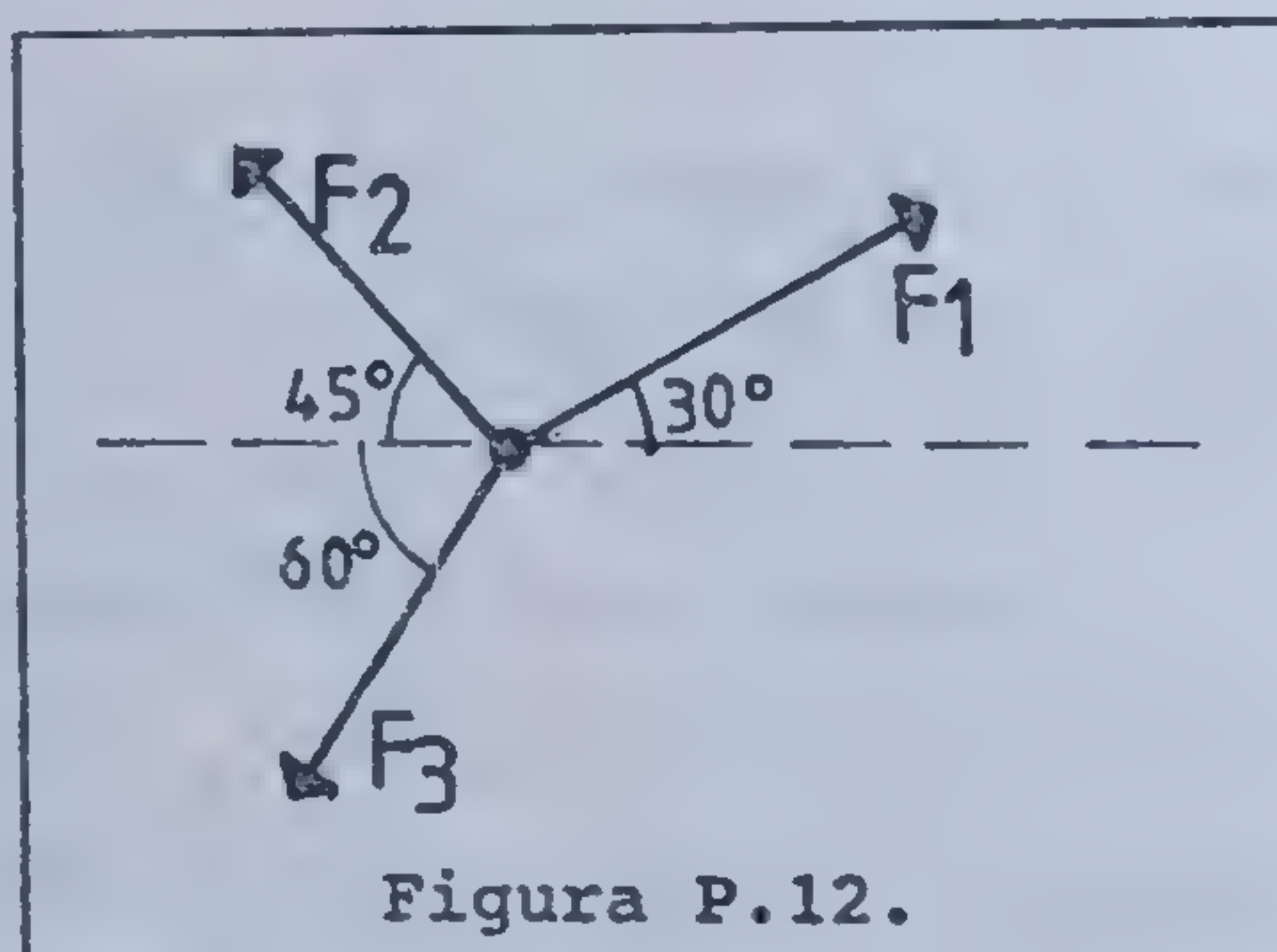


10. Două corpuri au greutatea egale  $G_1 = G_2 = 1\text{N}$ . Care este indicația dinamometrului în cele două cazuri din fig. P.10?



11. Pot două forțe concurente cu modulele de  $5\text{N}$  și  $7\text{N}$  să dea o rezultantă de: a)  $1\text{N}$ ; b)  $2\text{N}$ ; c)  $5\text{N}$ ; d)  $6\text{N}$ ; e)  $7\text{N}$ ; f)  $9\text{N}$ ; g)  $10\text{N}$ ; h)  $12\text{N}$ ; i)  $13\text{N}$ ; j)  $20\text{N}$ ?

12. Să se găsească pe cale grafică rezultanta celor trei forțe din figură utilizând regula poligonului ( $F_1 = 15\text{N}$ ;  $F_2 = 10\text{N}$ ;  $F_3 = 12\text{N}$ ).

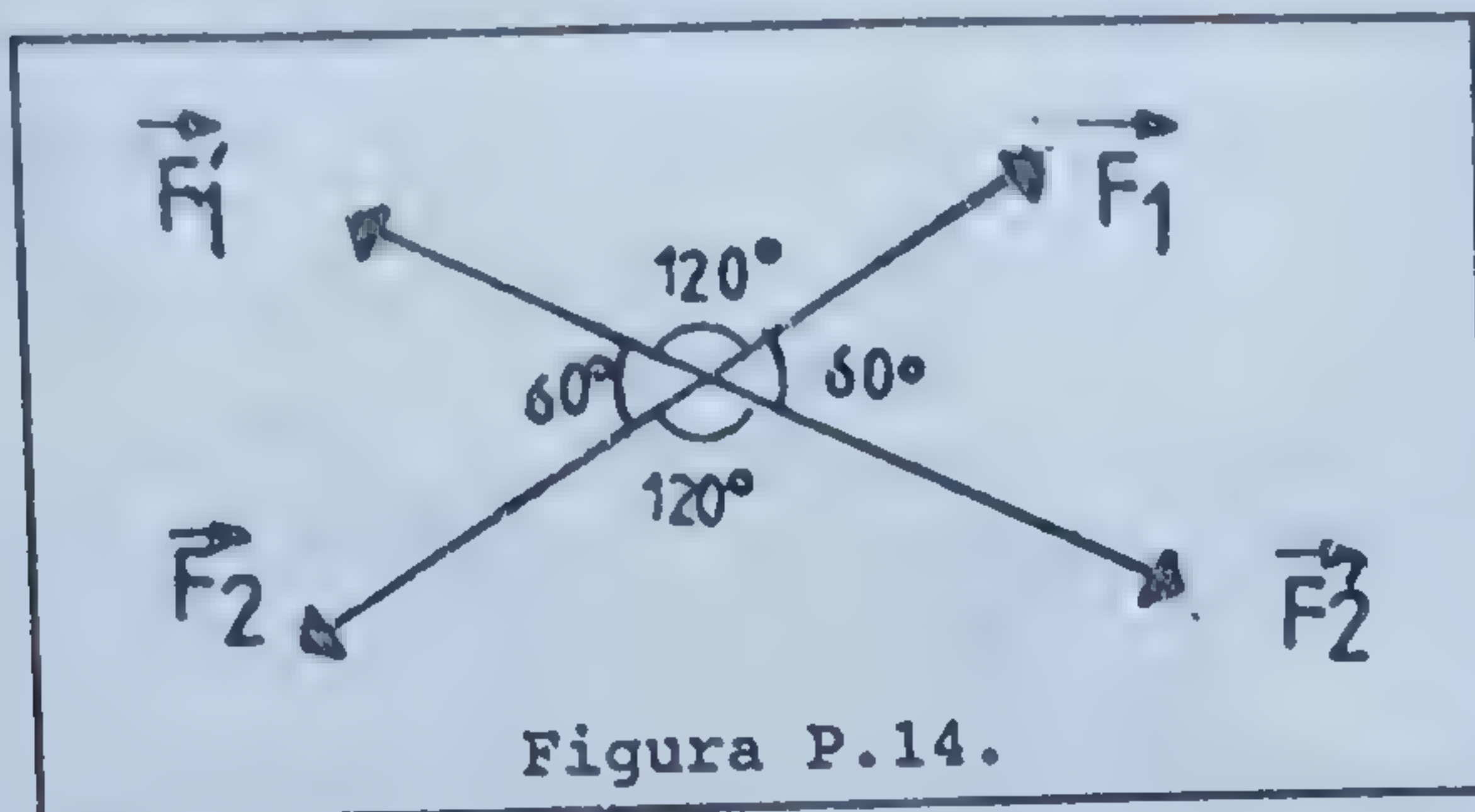


13. Asupra unui punct material acționează patru forțe coplanare:  $F_1 = 5\text{N}$  (spre nord),  $F_2 = 8\text{N}$  (spre est),  $F_3 = 10\text{N}$  (spre sud) și  $F_4 = 13\text{N}$  (spre vest). Arătați care este modulul și orientarea forței rezultante.

14. Asupra unui corp acționează patru forțe (vezi figura) cu modulele:  $F_1 = F_1' = 10\text{N}$  și  $F_2 = F_2' = 20\text{N}$ . Ce modul și orientare



trebuie să aibă forța  $F$  care menține corpul în echilibru?



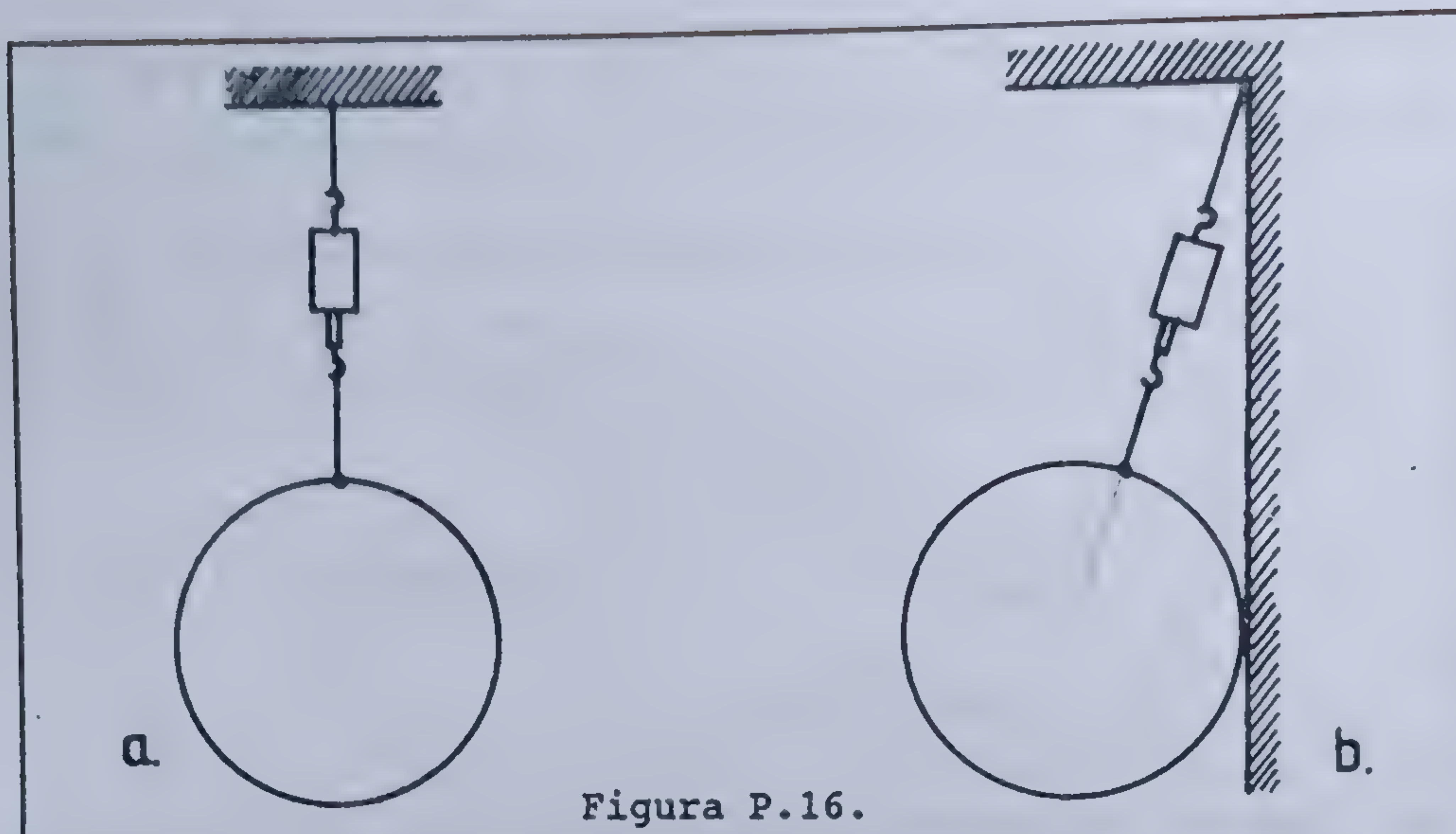
15. O barcă se deplasează pe un lac liniștit sub acțiunea forței de tracțiune  $F_1 = 250\text{N}$ , orientată spre Est. Din cauza vântului barca se deplasează spre Sud. Dublând forța de tracțiune se constată că barca se deplasează pe direcția Sud-Est. Presupunând că forța cu care vântul acționează asupra bărcii este aceeași, să se determine

- mărimea și direcția acestei forțe.
- direcția de deplasare a bărcii când forța de tracțiune este egală cu forța de acțiune a vântului.
- Cu ce forță minimă trebuie propulsată barca pentru a înainta spre Vest?

16. O bilă a fost suspendată de un fir pe care s-a intercalat un dinamometru, mai întâi ca în figura P.16.a. și apoi ca în figura P.16.b. În primul caz dinamometrul a indicat 4N iar în cazul al doilea 5N. Cu ce forță acționează bila asupra peretelui?

(Olimpiadă jud. Vâlcea)





17. Considerăm sistemul solar format din Soare și cele 9 planete ce se rotesc în jurul său. Câte forțe de interacțiune (de atracție gravitațională) se exercită între elementele acestui sistem?

18. Asupra unui corp aflat în mișcare acționează forțe a căror rezultantă:

- a) este nulă;
- b) are sensul mișcării;
- c) are sens contrar mișcării (vitezei).

Ce se întâmplă cu viteza acestui corp în fiecare din cele trei cazuri?

19. A. De ce cu cât lovim mai puternic masa cu palma, cu atât simțim o durere mai mare?

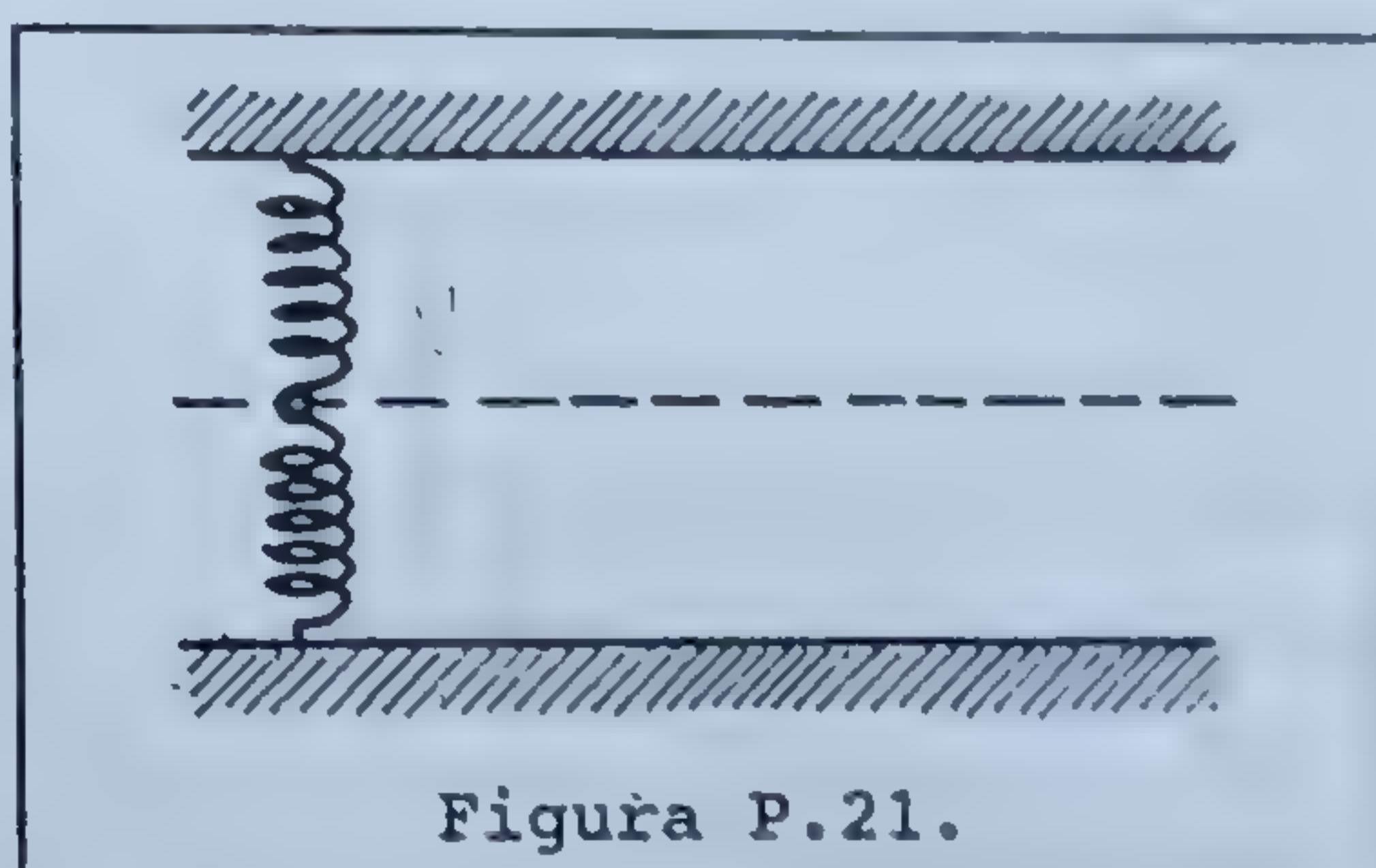
B. De ce încercând să tragem puternic în jos o frânghie suspendată de tavan, constatăm că ne ridicăm în sus?



## Tipuri de forțe

20. Asupra unui corp cu  $m = 5\text{kg}$ , aflat pe o suprafață orizontală, acționează sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$  o forță  $F$  al cărei modul crește în timp. Ce valoare are forța  $F$  când corpul se desprinde de pe suprafața orizontală? ( $g = 10\text{N/kg}$ ).

21. O bilă este legată de două resorturi identice ca în figură. Când bila este la jumătatea distanței dintre cei doi pereți, cele două resorturi sunt nedeformate.



Desenați forța elastică din fiecare resort atunci când bila:

- a) este mai aproape de peretele superior;
- b) este în poziția de echilibru;
- c) este sub poziția de echilibru.

22. Putem cântări un corp atât cu ajutorul unei balanțe, cât și cu ajutorul unui cântar cu arc. Dacă pe Pământ ambele dispozitive indică aceeași masă, ce se întâmplă cu indicațiile pe o altă planetă a Sistemului Solar?

23. Un corp care este așezat pe un resort de constantă elastică  $k = 2000\text{N/m}$  comprimă acest resort cu  $20\text{cm}$ .

- a) Să se reprezinte grafic forțele care acționează asupra corpului.
- b) Care este acțiunea și care este reacțiunea?
- c) Calculați masa corpului.



24. Un corp cu masa  $m_1 = 300\text{g}$ , atârnat de un resort, determină creșterea lungimii acestuia de la  $10\text{cm}$  la  $12\text{cm}$ . Atârând împreună cu primul corp încă un corp cu masa  $m_2$ , resortul va avea lungimea de  $16\text{cm}$ . Să se determine constanta elastică a resortului și masa  $m_2$ .

25. În trei puncte A, B, C ale unei mese de laborator sunt fixate trei dinamometre care au cârligele prinse în același punct O. Se știe că  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120^\circ$ . Dinamometrele din A și B indică aceeași forță  $F = 2\text{N}$ , iar alungirile lor sunt în raportul  $\Delta l_A / \Delta l_B = 2$ . Cunoscând constanta elastică a resortului din A:  $k_A = 100\text{N/m}$ , se cer :

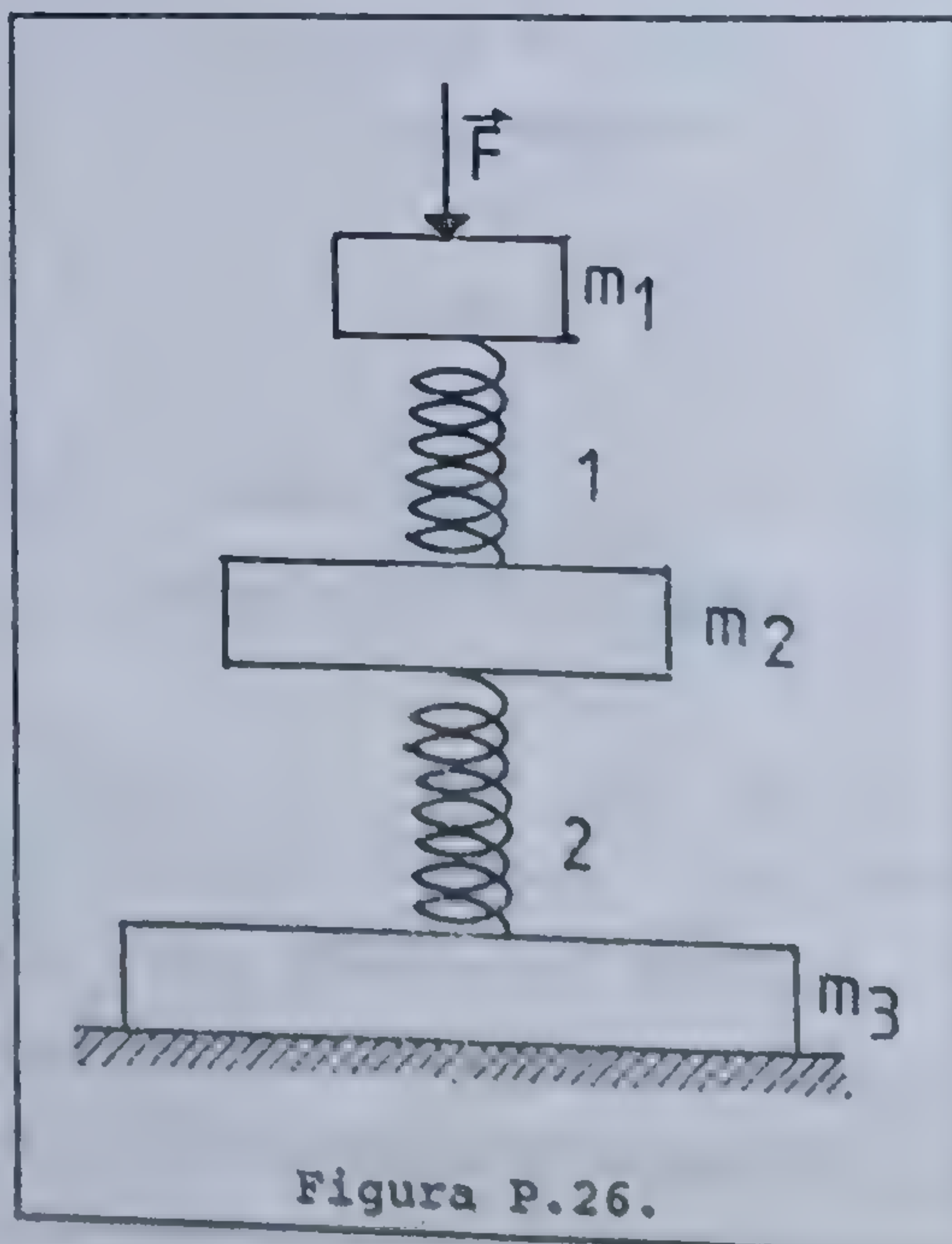
- alungirea resortului din A;
- constantă elastică a resortului din B;
- alungirea  $\Delta l_C$  a celui de-al treilea resort dacă acesta are o scară cu lungimea de  $10\text{cm}$  și poate măsura o forță maximă de  $5\text{N}$ .

(Olimpiadă 1987 - Iași)

26. Pentru sistemul din figură se cunosc:  $m_1 = 100\text{g}$ ,  $m_2 = 200\text{g}$ , și  $m_3 = 300\text{g}$ .

a) Ce valoare are raportul  $\Delta l_1 / \Delta l_2$  la echilibru, în absența forței  $\vec{F}$ ?

b) Cu ce forță trebuie apăsat corpul de masă  $m$  pentru ca acest raport să fie  $1/2$ ?





- c) Ce valoare are reacțiunea mesei suport în cazul b)?  
Resorturile sunt identice. Se va lua  $g=10\text{N/kg}$ .

(Olimpiadă 1992 - Iași)

27. Un corp cu masa de  $150\text{g}$ , așezat pe suprafața plană și orizontală a unei mese din laborator, este cuplat cu un resort lung de  $10\text{cm}$ , de al cărui capăt liber se trage cu viteza de  $2\text{cm/s}$ , mai întâi vertical în sus apoi paralel cu suprafața mesei. Să se calculeze :

a) Constanta de elasticitate a resortului dacă, după  $5\text{s}$  de la începutul tracțiunii pe verticală, paralelipipedul se desprinde de suprafața mesei.

b) Forța de apăsare a corpului asupra mesei după  $3\text{s}$  de la începutul tracțiunii pe verticală.

c) Forța de frecare dintre corp și masă în timpul mișcării

rectilinii și uniforme a corpului pe suprafața mesei, dacă acesta se pune în mișcare după  $3\text{s}$  de la începutul tracțiunii pe orizontală.

Se va lua  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiada 1991 - Iași)

28. Pentru două resorturi forțele elastice, ca funcție de alungire, sunt reprezentate grafic în figură.

a) Ce relație există între constantele elastice ale celor două resorturi?

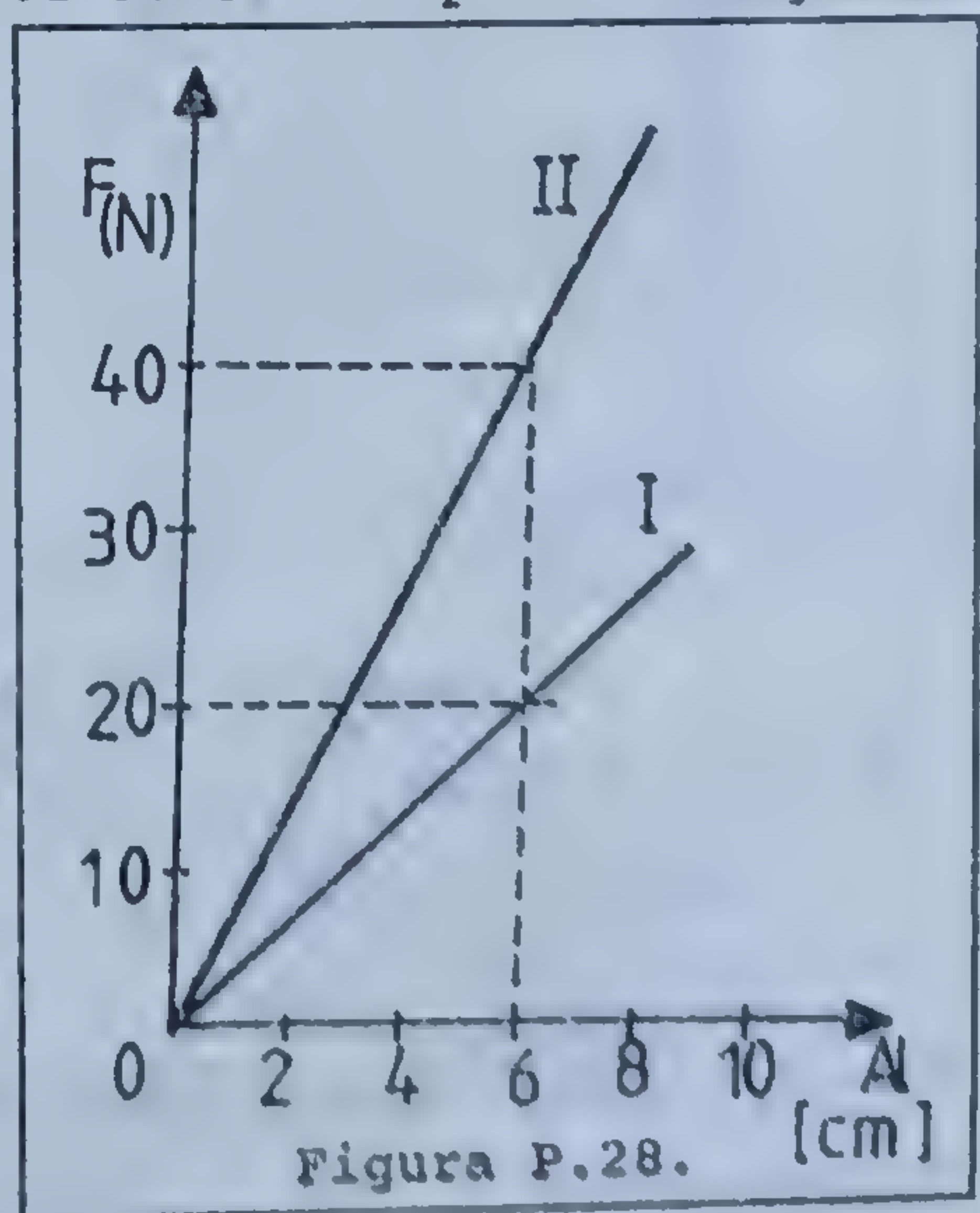


Figura P.28.



b) Presupunând că cele două resorturi au fost tăiate dintr-o spirală lungă de oțel, stabiliți relația dintre lungimile lor inițiale.

29. Un resort, cu constanta elastică egală cu  $k$ , este tăiat în două părți egale. Să se determine constanta elastică a fiecărei jumătăți.

30. Dintr-un resort de lungime  $l$  și constantă elastică  $k$  se taie porțiuni de lungimi  $l_1, l_2, l_3, \dots$ . Care este constanta elastică a fiecărui nou resort?

31. Suspendând de un resort un corp cu masa  $m = 50g$ , acesta se alungește cu  $\Delta l_1 = 2cm$ . Suspendând același corp de un alt resort, alungirea acestuia este  $\Delta l_2 = 1cm$ . Cu cât se va alungi ansamblul celor două resorturi, montate unul sub celălalt, atunci când suspendăm de cel de jos un corp cu masa  $M = 200g$ ?

(Olimpiadă 1984 - Iași)

32. Care este constanta elastică a resortului echivalent (vezi definiția de mai jos) a două resorturi suspendate ca în figurile P.32.a și P.32.b?

Se cunosc constantele elastice ale celor două resorturi  $k_1$  și respectiv  $k_2$ .

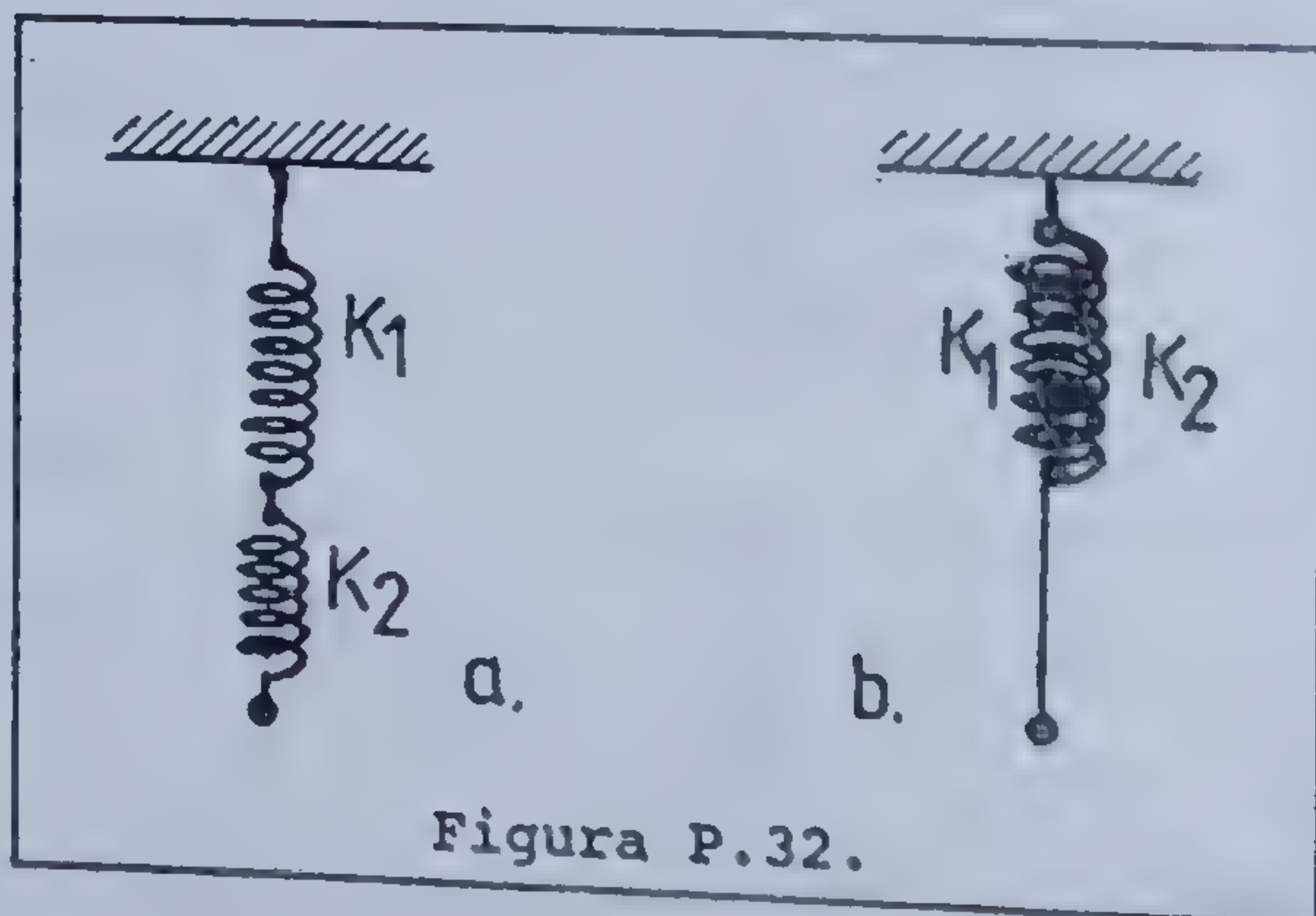


Figura P.32.



Resortul echivalent este acel resort care are aceeași alungire ca ansamblul dat de resorturi dacă este sollicitat de aceeași forță.

33. Un resort de constantă elastică  $k = 1000 \text{ N/m}$  se taie în șase părți egale. Fiecare parte se montează în vârful unei plăci hexagonale, de masă  $m = 36 \text{ kg}$ . Să se calculeze cu cât se comprimă arcurile la așezarea sistemului pe o suprafață orizontală ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

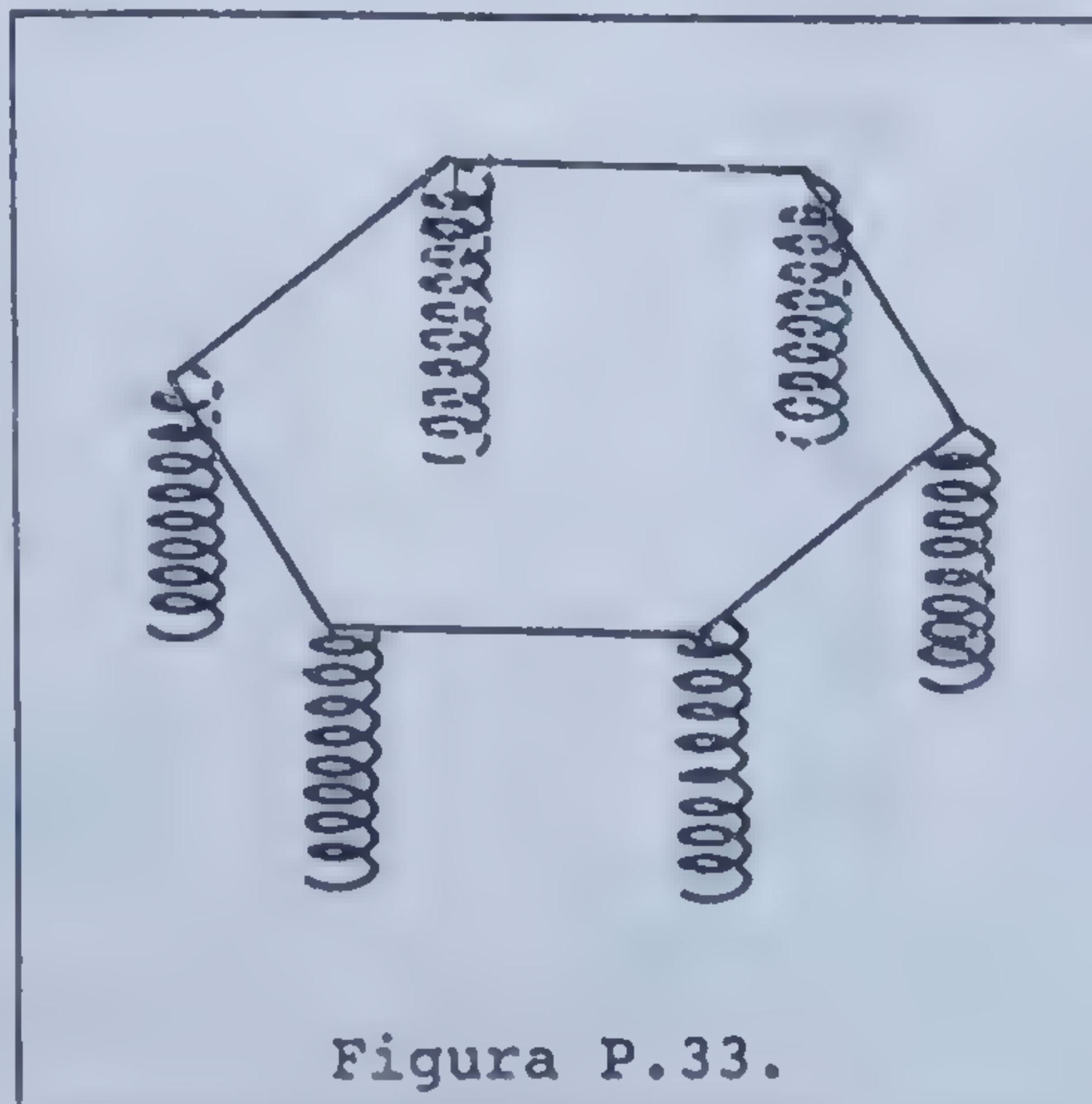


Figura P.33.

34. Se dau două resorturi de lungimi  $l_1$  și  $l_2$  ( $l_1 > l_2$ ) și constante elastice  $k_1$  și  $k_2$ . Se sudează capetele celor două resorturi ca în figură, obținându-se un sistem (în starea inițială ambele resorturi sunt deformate). Se poate utiliza sistemul ca un singur resort elastic? În caz afirmativ, care este constanta lui elastică?

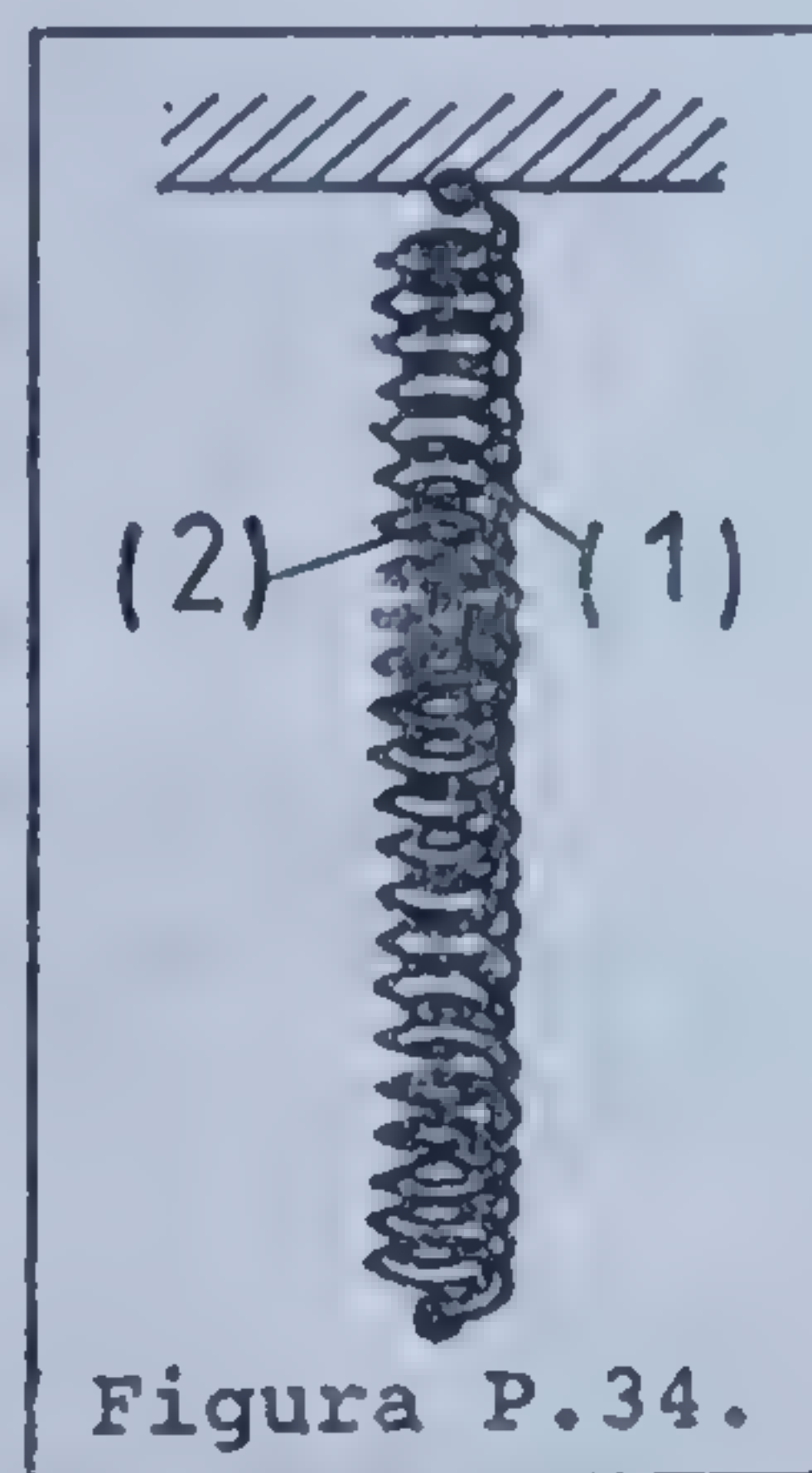
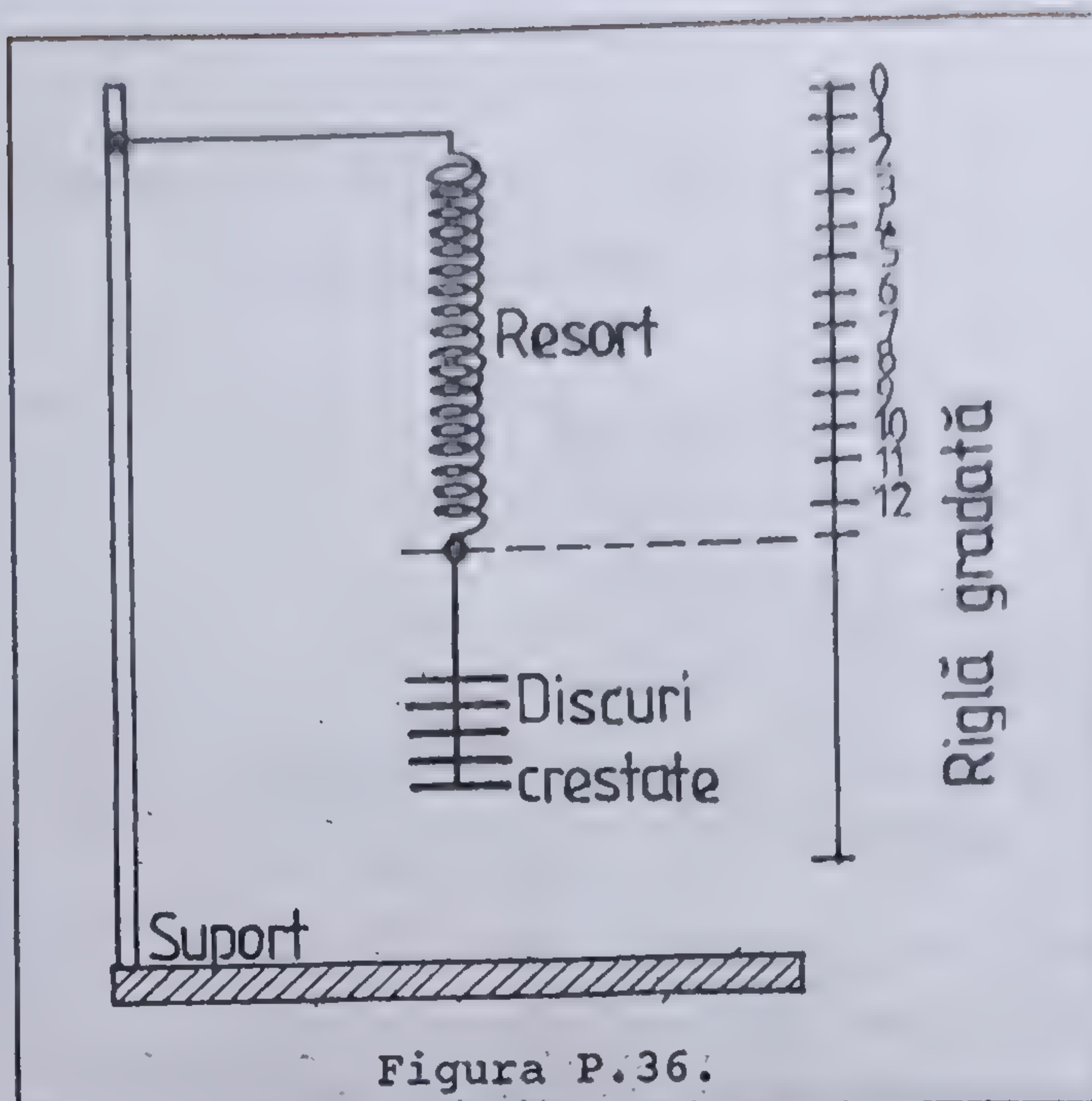
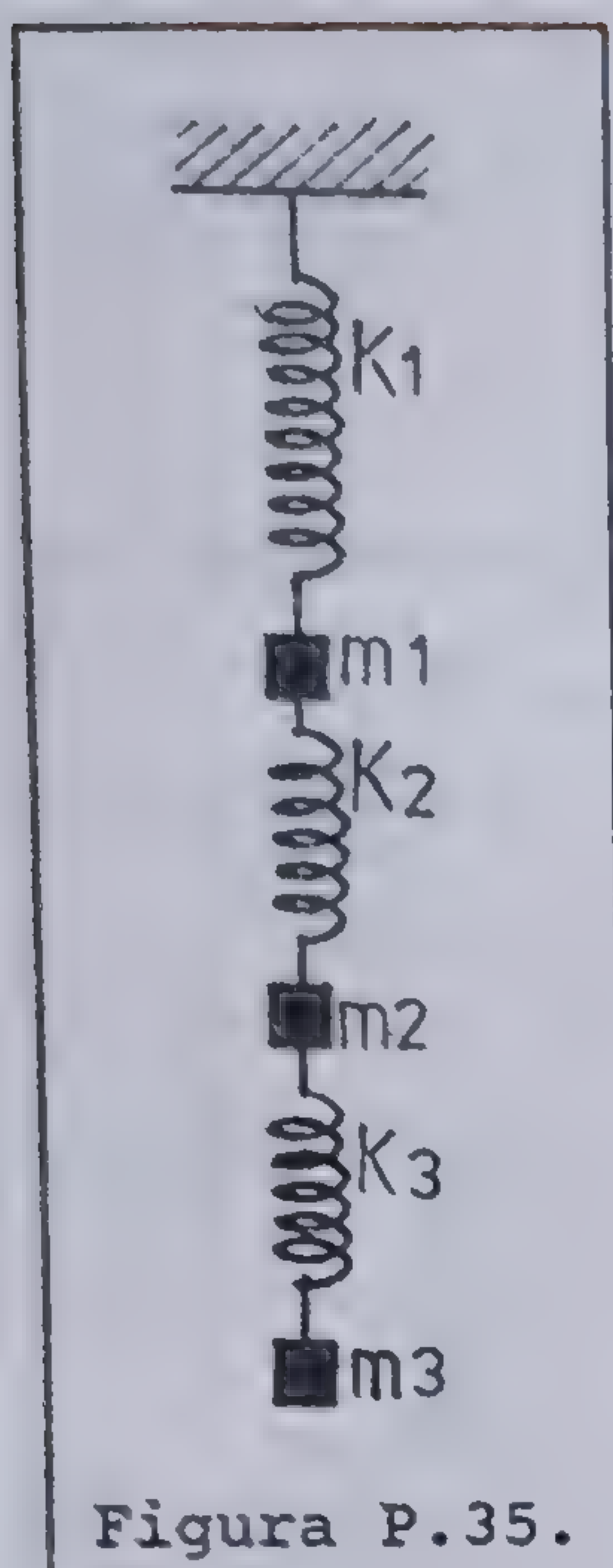


Figura P.34.

35. În sistemul din figură se cunosc  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  și  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ . Să se determine alungirea fiecărui resort și alungirea totală a sistemului.





36. Se dă sistemul din figura P.36. Se măsoară lungimea resortului pentru diferite mase atârnate (suma maselor discurilor crestate și a suportului pentru discuri). Datele sunt trecute într-un tabel (urmăriți deocamdată numai primele trei coloane ale tabelului de pe pagina următoare);

1) Reprezentați într-un grafic dependența lungimii de forța deformatoare. Pe abscisă se reprezintă masa sau greutatea discurilor suspendate (de exemplu putem alege scara:  $10g \rightarrow 0,098N \rightarrow 1cm$ ) iar pe ordonată valorile lungimii resortului (care se pot reprezenta nemodificat  $1cm \rightarrow 1cm$ ).

2) Citiți din grafic: a) lungimea corespunzătoare unei mase  $m = 65g$ ; b) masa care ar trebui atârnată pentru ca lungimea resortului să fie  $l = 10,5cm$ .

3) Citiți din grafic lungimea resortului  $l$  când nu se atârnă suportul de discuri.



TABEL DE DATE: CONSTANTA ELASTICĂ A UNUI RESORT					
Nr. det.	Masa totală m (g)	Lungimea resortului l(cm)	Alungirea resortului $\Delta l = l - l_0$	C-ta. elastică k(N/m)	Eroarea $\Delta k(N/m)$
1	20	9,5			
2	30	10,1			
3	40	10,7			
4	50	11,6			
5	60	12,3			
6	70	13,0			
7	80	13,6			
8	90	14,4			
9	100	14,9			

4) Calculați alungirea corespunzătoare fiecărei mase totale atârnată de resort; treceți aceste valori în continuarea tabelului de date (coloana a IV-a a tabelului).

5) Calculați constanta elastică corespunzătoare fiecărei determinări:  $k_i = G_i / \Delta l_i$  și treceți-o în coloana a V-a a tabelului.

6) Calculați valoarea medie a constantei elastice:

$$k_{\text{mediu}} = (k_1 + k_2 + \dots + k_9) / 9$$

7) Calculați eroarea pe care o facem în cazul fiecărei determinări asupra constantei elastice k:  $\Delta k_i = k_i - k_{\text{mediu}}$ . Aceasta o puteți trece în ultima coloană a tabelului.



8) Faceți o medie a modulelor acestor erori :

$$\Delta k = \frac{|\Delta k_1| + |\Delta k_2| + \dots + |\Delta k_n|}{n}$$

Aceasta poate fi considerată ca eroarea cu care cunoaștem constanta elastică a resortului studiat. Constanta elastică este cuprinsă între:  $k_{med} - \Delta k < k < k_{med} + \Delta k$

Mai concis se scrie:  $k = k_{med} \pm \Delta k$ .

Efectuați aceste calcule.

Observație: Dacă alegem două determinări oarecare  $n$  și  $m$ , neglijând erorile, putem scrie :

$$k = G_m / (l_m - l_0) = G_n / (l_n - l_0)$$

Presupunând că  $G_m > G_n$  (deci și  $l_m > l_n$ ), putem obține o proporție derivată:

$$k = \frac{G_m - G_n}{(l_m - l_0) - (l_n - l_0)} = \frac{G_m - G_n}{l_m - l_n} = \frac{\Delta G}{\Delta l}$$

Deci relația la care am ajuns ne arată că putem determina constanta elastică și ca raportul dintre creșterea greutateii și creșterea lungimii resortului. Acest lucru este foarte important pentru că resorturile, în poziție verticală, au deja o mică alungire datorată propriei greutăți; în acest caz nu putem măsura direct lungimea inițială  $l_0$  (a resortului nedeformat) și deci nu putem calcula alungirea reală.

Se poate stabili o legătură directă între constanta elastică și unghiul  $\alpha$  de înclinare a graficului realizat la punctul 1 (cu  $G$  pe abscisă):  $k = \text{ctg} \alpha$  (deduceți singuri aceasta pe baza relației:  $k = \Delta G / \Delta l$ ). În cazul real (când fiecare determinare este afectată de erori) aplicarea relației:  $k = (G_m - G_n) / (l_m - l_n)$  nu conduce, în general, la o valoare precisă a constantei elastice; în schimb relația



$k = ctga$  poate furniza o valoare suficient de bună (graficul se „stracoară” printre puncte îmbunătățind astfel precizia fiecărei măsurători).

10) Observație: se poate trasa, suprapus peste primul grafic, un nou grafic în care să reprezentăm alungirea resortului în funcție de masa (greutatea) corpului atârnat de el. Practic axa abscisei se mută cu  $l_0$  mai sus astfel încât noul grafic va trece prin origine.

37. a) Există o reacțiune la forța de frecare ce acționează asupra unui corp?

b) Poate fi forța de frecare cauza deplasării unui corp?

38. a) Ce forțe acționează când încercăm și nu reușim să scoatem un cui din perete? Ce relație este între ele?

b) De ce nodul unui fir din fibre sintetice se deznoadă mai repede decât nodul unui fir de cânepă de același diametru?

c) De ce, pe o masă lucioasă, nu putem șterge cu radiera o foaie de hârtie decât dacă ținem foaia cu mâna ?

39. Un corp așezat pe o masă orizontală, este tras orizontal uniform de un resort care se alungeste cu 1,6cm. Același corp, atârnat de resort, îl alungește cu 8cm. Calculați coeficientul de frecare dintre corp și masa orizontală.

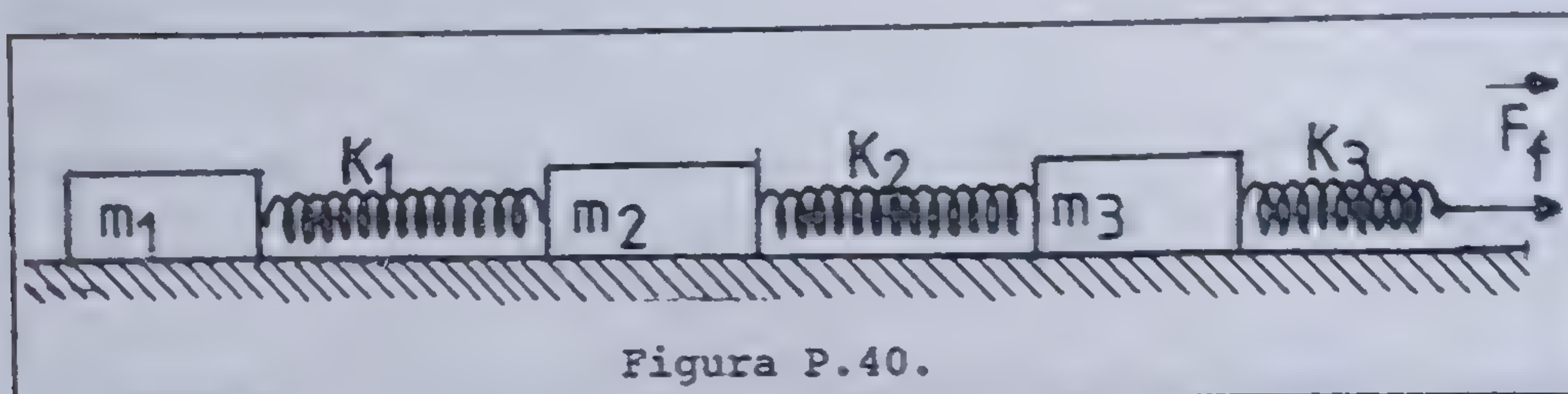
40. Trei corpuri cu masele  $m_1 = 3\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$  și  $m_3 = 1\text{kg}$  se află pe o suprafață orizontală, cuplate prin resorturile cu constantele elastice  $k_1 = 100\text{N/m}$ ,  $k_2 = 200\text{N/m}$  și  $k_3 = 300\text{N/m}$ .



Forțele de frecare reprezintă  $1/5$  din greutatea fiecărui corp. Să se afle:

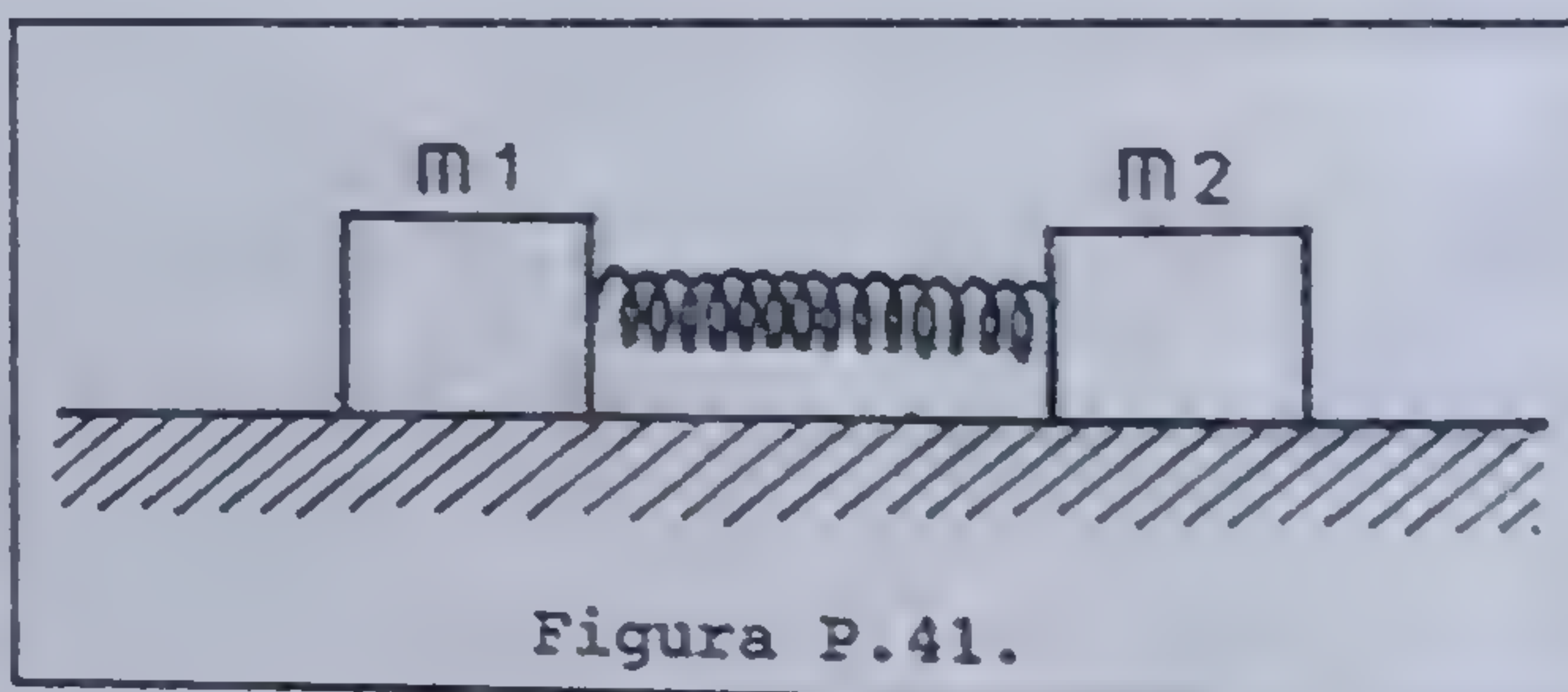
a) forța de tracțiune care menține corpurile în mișcare uniformă;

b) alungirea totală a resorturilor ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).



(Concursul Evrika - Dunărea de Jos)

41. Se dau două corpuri de mase  $m_1$  și  $m_2$  ( $m_1 < m_2$ ) legate printr-un resort elastic, care se pot mișca uniform pe o



suprafață orizontală, cu frecare. Corpurile sunt realizate din același material. Să se calculeze raportul deformărilor resortului pentru cazul când:

a) Sistemul este tras uniform spre dreapta, respectiv spre stânga.

b) Sistemul este împins uniform spre dreapta, respectiv spre stânga.

c) Cum ar trebui modificați coeficienții de frecare dintre corpuri și suprafața orizontală (raportul  $\mu_1/\mu_2$ ) pentru ca deformarea resortului să aibă aceeași valoare indiferent de modul în care sistemul este pus în mișcare?



42. Se dă sistemul din figură, în care se cunosc masele  $m_1$ ,  $M$  și faptul că asupra corpului de masă  $M$  acționează în timpul deplasării o forță de frecare ce reprezintă  $1\%$  din greutatea acestuia. Scripeții sunt ideali.

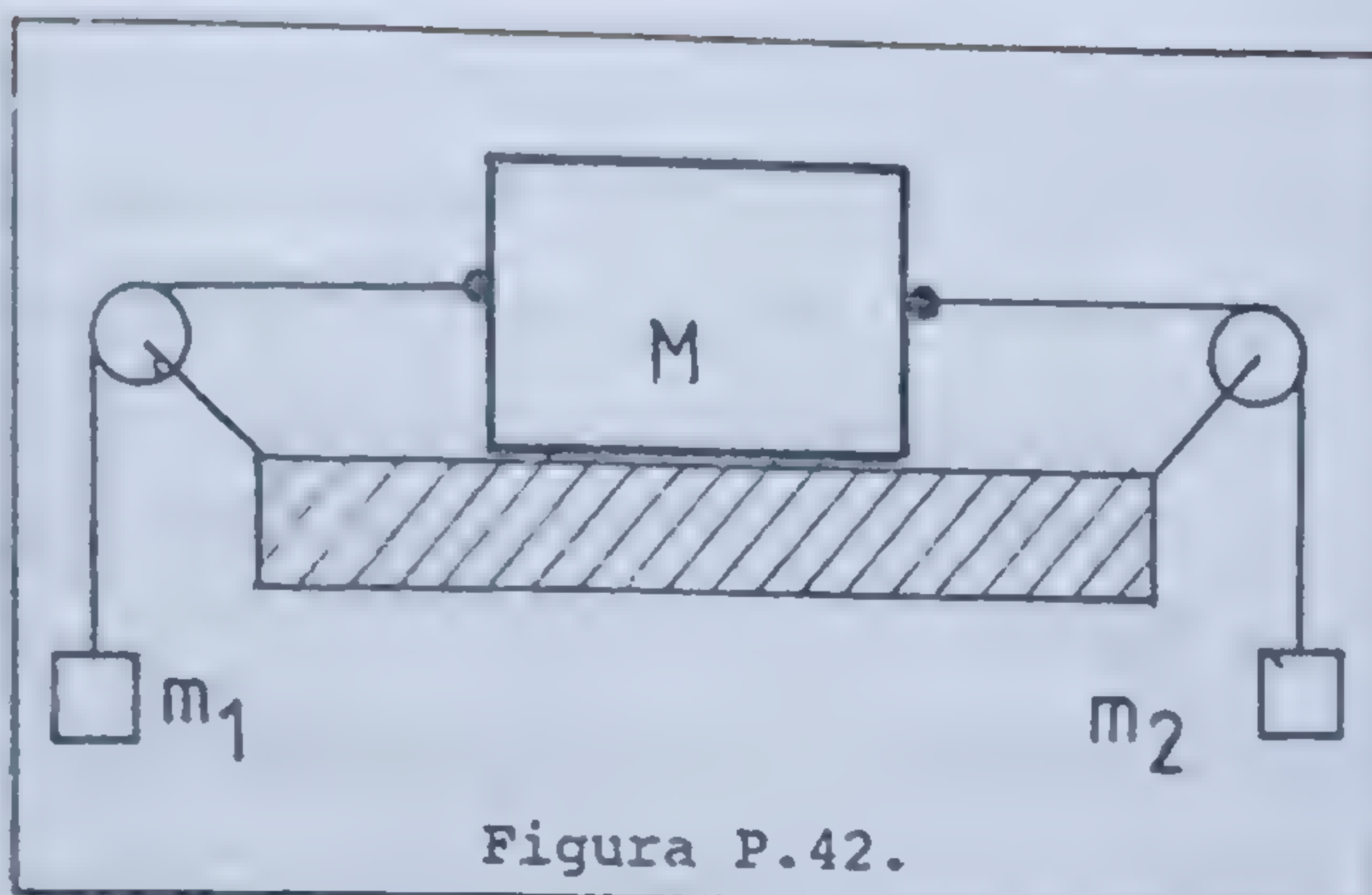


Figura P.42.

a) Să se afle valorile lui  $m_2$  pentru care corpul  $M$  rămâne în repaus.

b) Desprinzând corpul de masă  $m_2$  de sistem, cu ce forță orientată sub un unghi de  $30^\circ$  față de orizontală trebuie să se acționeze asupra corpului  $M$ , astfel încât cel cu masa  $m_1$  să urce uniform?

(Olimpiadă 1988 și 1991 - Iași)

43. Pe o bandă rulantă, în repaus față de Pământ, se află un corp de masă  $m = 10\text{kg}$ , în echilibru, în punctul A (vezi figura). Corpul este susținut de un resort cu  $k = 100\text{N/m}$  și lungime  $l_0 = 40\text{cm}$ , ne-tensionat. Când banda se mișcă cu viteza  $v = 1\text{m/s}$  față de Pământ, corpul este în repaus în punctul B la distanța  $x = 30\text{cm}$  de

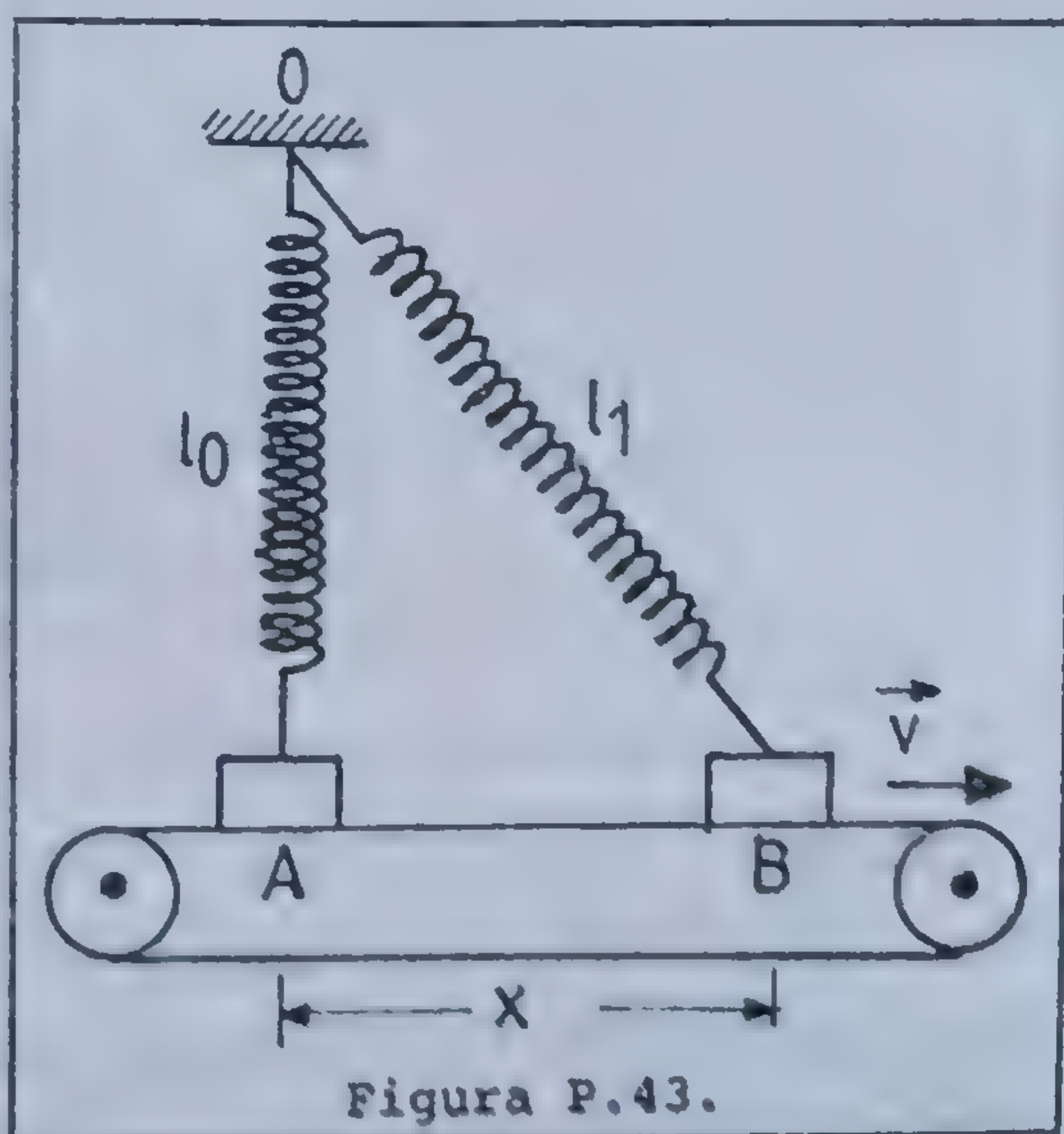


Figura P.43.



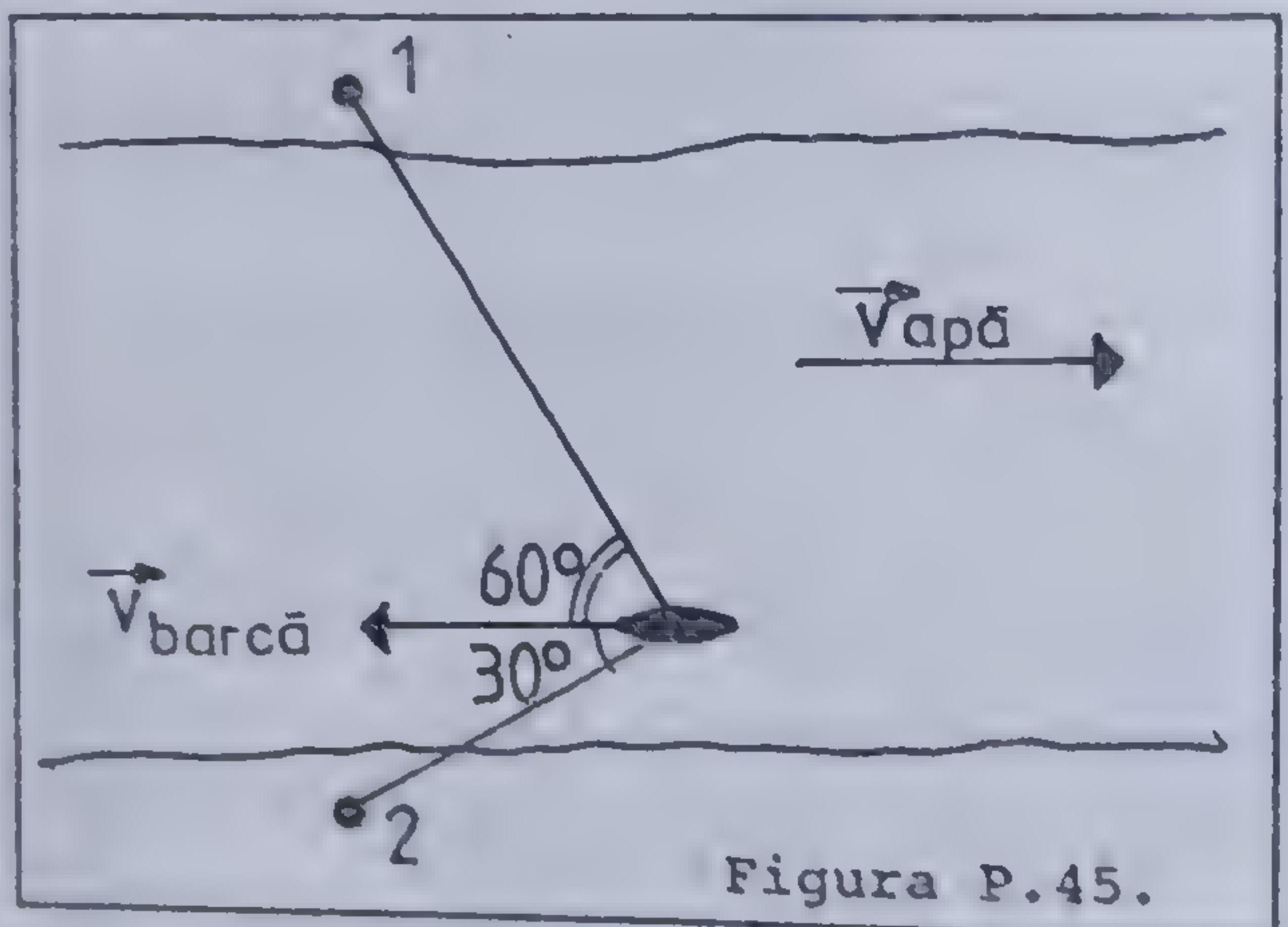
4. Presupunând că între corp și bandă acționează o forță de frecare constantă (indiferent de viteza de mișcare a benzii sau de poziția corpului pe bandă) se cere:

- representarea forțelor când corpul este în punctul B;
- forța de frecare  $F_f$  și coeficientul de frecare  $\mu$ ;
- graficul dependenței forței elastice  $F_e$  de distanța  $x$  față de punctul A, în cursul deplasării corpului de la A la B.

**Lucru mecanic. Putere mecanică. Randament.**

44. Un vapor se deplasează 5km spre apus și apoi 4km spre nord-vest. Calculați grafic deplasarea totală a vaporului.

45. O barcă este deplasată uniform pe un râu contra curentului cu ajutorul a două cabluri trase de pe maluri de către tată și fiu (vezi figura). Cele două cabluri fac unghiurile de  $60^\circ$  și respectiv  $30^\circ$  cu direcția deplasării bărcii.



a) Ținând seama că tatăl este mai puternic decât fiul, care dintre persoanele notate (1) și (2) este tatăl și care este fiul? Justificați răspunsul cu calculele necesare.

b) De ce credeți că este mai avantajos să deplasăm barca aproape de mal și nu prin mijlocul apei?



c) Dacă apa acționează asupra bărcii cu o forță  $F = 600\text{N}$ , să se calculeze lucrul mecanic efectuat de totă și respectiv de fiecare din aceste forțe în timpul de  $t = 1$  minut, știind că viteza bărcii este  $v_{\text{barcă}} = 0,5 \text{ m/s}$ . Ce legătură există între aceste lucruri mecanice și lucrul mecanic al forței  $P$ ?

46. Un mobil cu masa de  $100\text{kg}$ , având o mișcare rectilinie și uniformă, trece la ora 10 și 10 minute prin dreptul bornei kilometrice 24 și ajunge la ora 11 în dreptul bornei kilometrice 60. Știind că asupra mobilului acționează o forță de frecare care reprezintă  $15\%$  din greutatea sa, să se determine:

- a) viteza mobilului;
- b) lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea mobilului între cele două borne;
- c) puterea dezvoltată pentru efectuarea acestui lucru mecanic ( $g = 10\text{N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1985 - Iași)

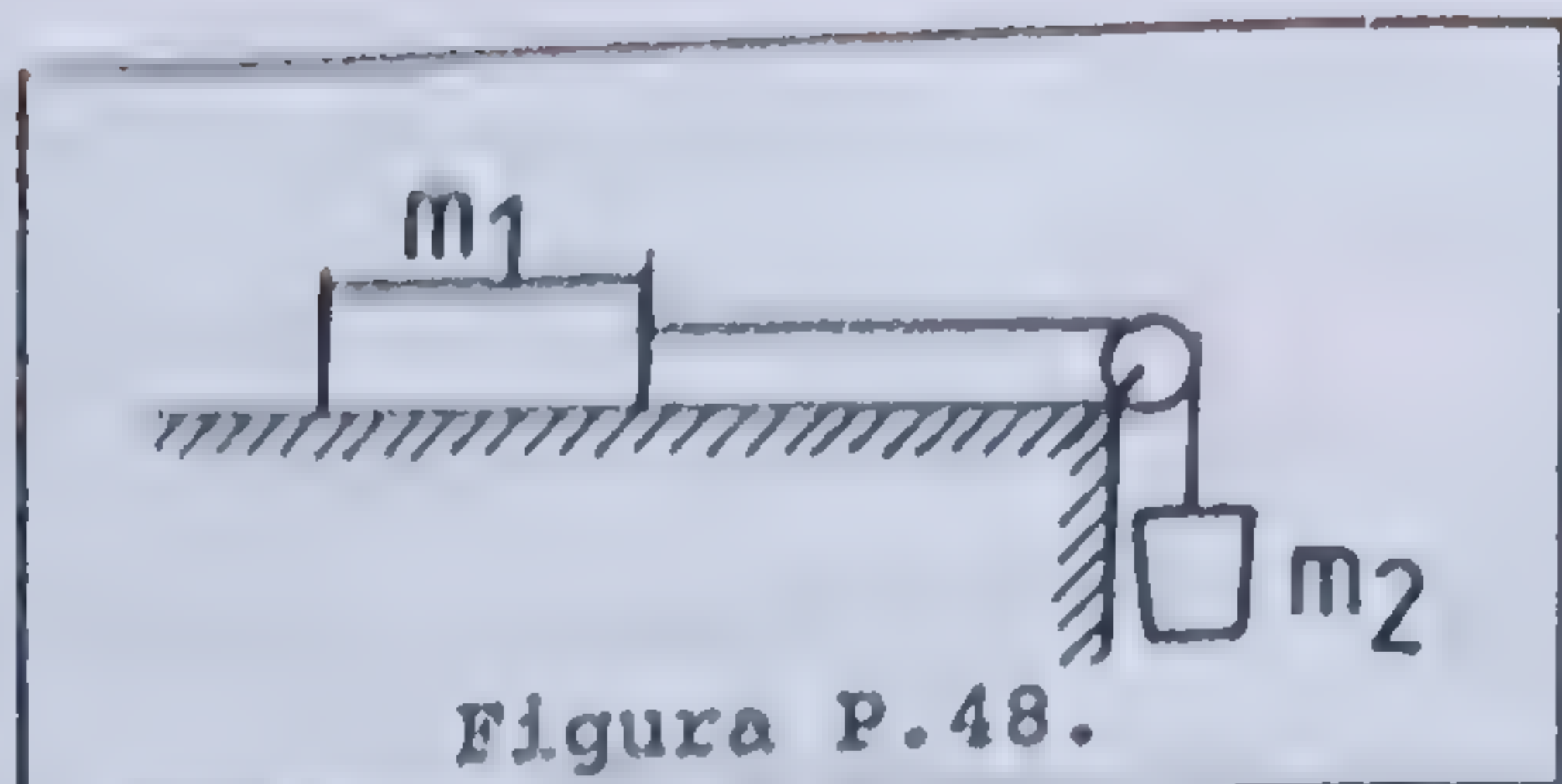
47. Un corp cu masa  $m = 200\text{kg}$  este ridicat uniform la înălțimea  $h = 60\text{m}$  cu ajutorul unui cablu. Determinați:

- a) forța necesară pentru a ridica corpul;
- b) lucrul mecanic efectuat;
- c) timpul ridicării și viteza cu care este ridicat corpul dacă puterea motorului care ridică cablul este de  $1\text{kW}$ .

48. Se dă sistemul reprezentat în figură unde  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$  și  $\mu = 0,1$ . Corpul de masă  $m_2$  coboară o înălțime  $h = 0,2\text{m}$ . Reprezentați grafic următoarele forțe:  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{N}_1$  și  $\vec{F}_1$  și



calculați lucrul mecanic co-  
respunzător acestor forțe.



49. Un rezervor situat la 10m înălțime este umplut cu apă cu ajutorul unei pompe manuale. Lucrul mecanic necesar pentru a umple rezervorul cu apă este 36000 kJ. Pompa este manevrată de patru oameni, fiecare dezvoltând o putere de 150W. Știind că randamentul pompei este de 80% să se afle :

- a) volumul rezervorului ;
- b) timpul necesar umplerii lui.

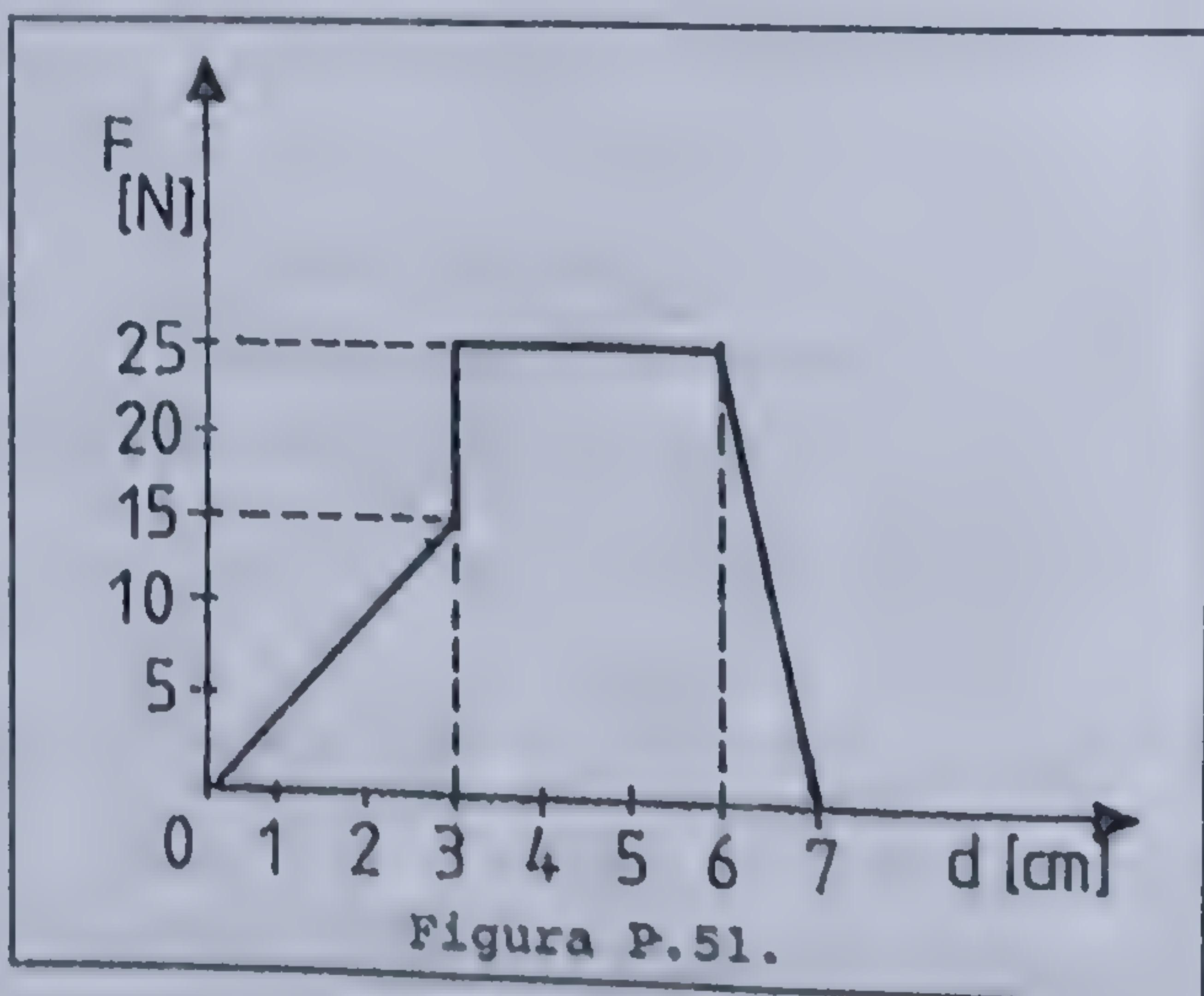
(Se dau: densitatea apei  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  și  $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1993 - Iași)

50. Pentru problema 28 calculați lucrul mecanic efectuat pentru a întinde fiecare resort cu  $\Delta l = 10 \text{ cm}$ .

51. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de forța care variază cu deplăsa-rea după graficul alăturat.

Exprimați acest lucru mecanic în kilowattore.





52. Un vehicul cu masa  $m = 5,82\text{t}$ , transportând masa  $m = 8180\text{kg}$ , este echipat cu un motor care la viteza maximă  $v_{\max} = 90\text{km/h}$  dezvoltă o putere  $P_c = 120\text{kW}$ , având randamentul  $\eta = 48,4\%$ . Fiecare kilogram de benzină permite efectuarea unui lucru mecanic de  $4,4 \cdot 10^4\text{kJ}$ . Se dă densitatea benzinei  $\rho = 0,75\text{g/cm}^3$ . Se cere:

- a) Consumul de benzină al motorului, în litri, pentru  $100\text{km}$  parcurși cu viteza maximă;
- b) Puterea utilă dezvoltată de motorul vehiculului;
- c) Forța de tracțiune a motorului la viteza maximă.

(Olimpiadă 1985 - Iași)

53. O macara are lungimea cablului  $l = 20\text{m}$  iar masa unității de lungime a cablului este  $m_0 = 20\text{kg/m}$ . Cu ajutorul macaralei trebuie ridicat un corp cu masa  $M = 1\text{t}$  la înălțimea maximă posibilă. Luând  $g = 10\text{N/kg}$  și neglijând frecările, calculați:

- a) lucrul mecanic efectuat (pentru ridicarea corpului și a cablului);
- b) randamentul ridicării.

#### Mecanisme simple

54. Cu ce forță  $F$  trebuie acționat la capătul unei pârghii pentru care  $b_p/b_r = 4$ , ca să ridicăm un corp cu  $G = R = 900\text{N}$ ? Considerați mai întâi că randamentul este  $100\%$  și apoi  $90\%$  (rotația pârghiei se face cu unghi mic).

(Olimpiadă 1986 - Iași)



55. Pe talerele unei balanțe cu brațe egale se așază două vase, unul având greutatea  $G_1 = 3\text{N}$ , celălalt  $G_2 = 4\text{N}$ . Vasele, de formă paralelipipedică au dimensiunile: primul are lungimea de 10cm, lățimea de 8cm și înălțimea de 6cm iar cel de al doilea are lungimea de 12cm, lățimea de 10cm și înălțimea de 5cm. Dacă primul vas se umple complet cu apă iar cel de al doilea cu alcool, să se stabilească în ce parte se înclină balanța și ce masă trebuie să aibă corpul care, pus pe unul din talere, echilibrează balanța. Se dau:  $\rho_{\text{apă}} = 10^3\text{kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{alcool}} = 800\text{kg/m}^3$  și  $g = 10\text{N/kg}$ .

(Olimpiadă 1986 - Iași)

56. Pentru a învinge o rezistență de 870N, un muncitor folosește o bârnă ca pârghie de ordinul II, lungă de 2,25m și grea de 200N. Dacă punctul de aplicație al rezistenței este la 0,63m de punctul de sprijin iar muncitorul acționează chiar la capătul pârghiei, să se calculeze:

- efortul depus de muncitor la capătul pârghiei;
- cu ce putere a lucrat el, dacă a ridicat capătul pârghiei la 0,75m în 3 secunde;
- randamentul pârghiei.

(Olimpiadă 1988 - Iași)

57. Se așază un obiect pe talerul din stânga al unei balanțe și prin cântărire se determină masa sa  $m_1 = 250\text{g}$ . Așezând corpul pe talerul din dreapta, se constată că el cântărește  $m_2 = 160\text{g}$ .

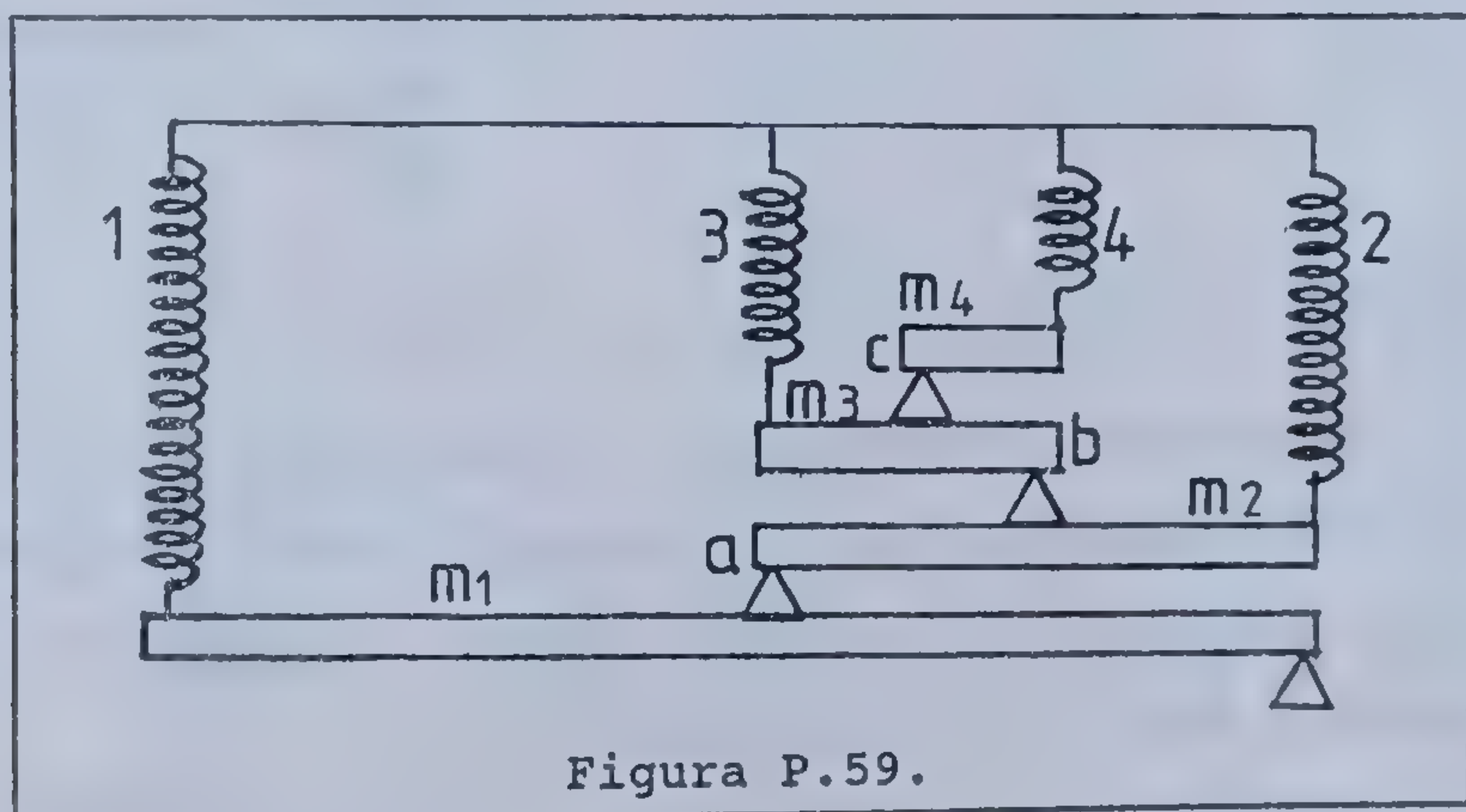
- Cum sunt cele două brațe ale balanței?
- Care este masa corpului?



58. Doi copii cu greutatea  $G_1 = 400\text{N}$  și  $G_2 = 300\text{N}$  stau spate la spate pe o scândură, deasupra punctului în care aceasta este sprijinită. Dacă primul copil merge cu viteza  $v_1 = 60\text{cm/s}$ , ce viteză  $v_2$  trebuie să aibă al doilea copil pentru ca scândura să rămână orizontală?

(Olimpiadă 1988 - Iași)

59. Patru resorturi identice, fiecare cu constanta elastică  $k$ , sunt folosite pentru a echilibra în poziție orizontală patru scânduri omogene cu masele  $m_1$ ;  $m_2 = m_1/2$ ;  $m_3 = m_2/2$ ;  $m_4 = m_3/2$ , ca în figură.



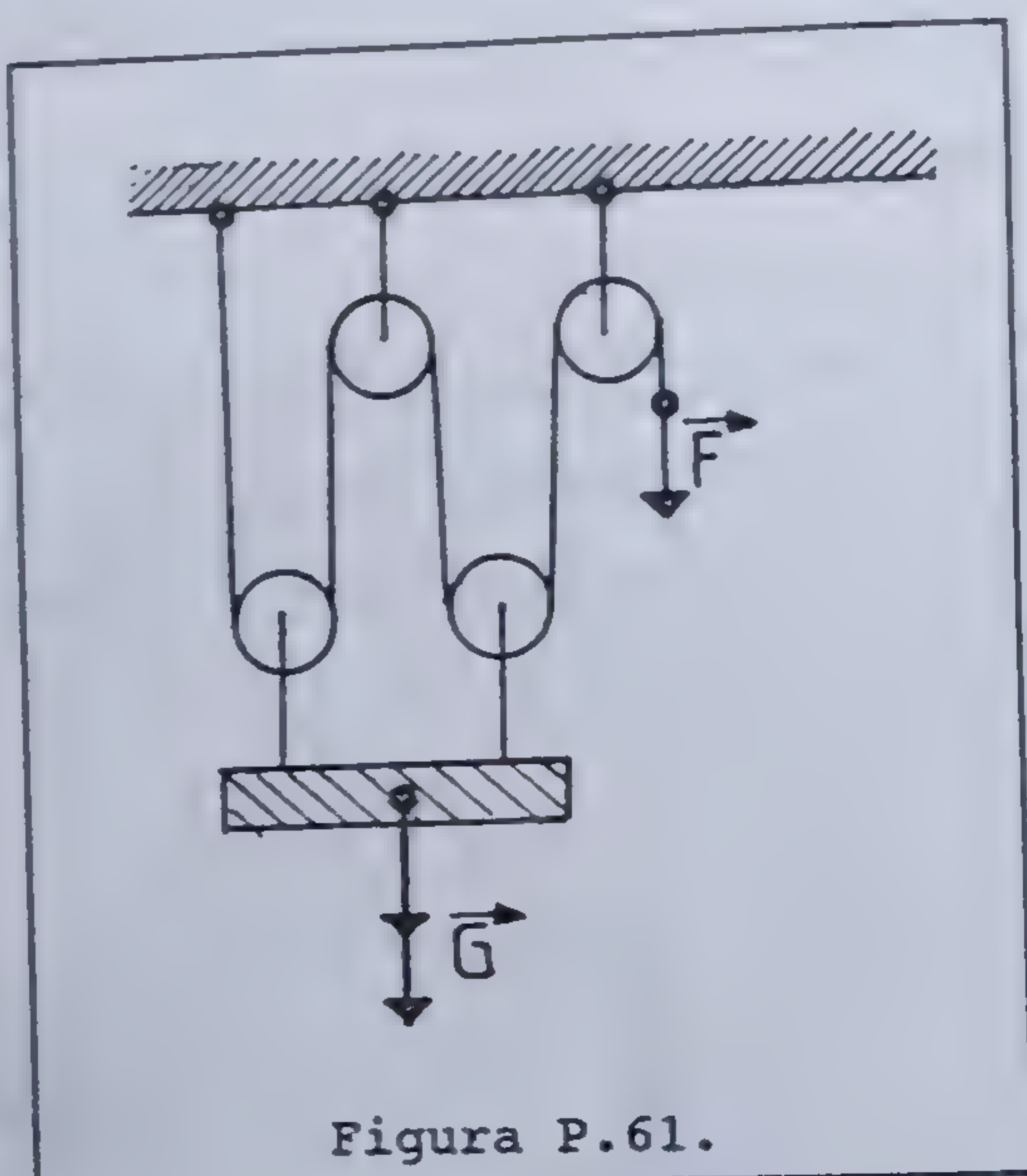
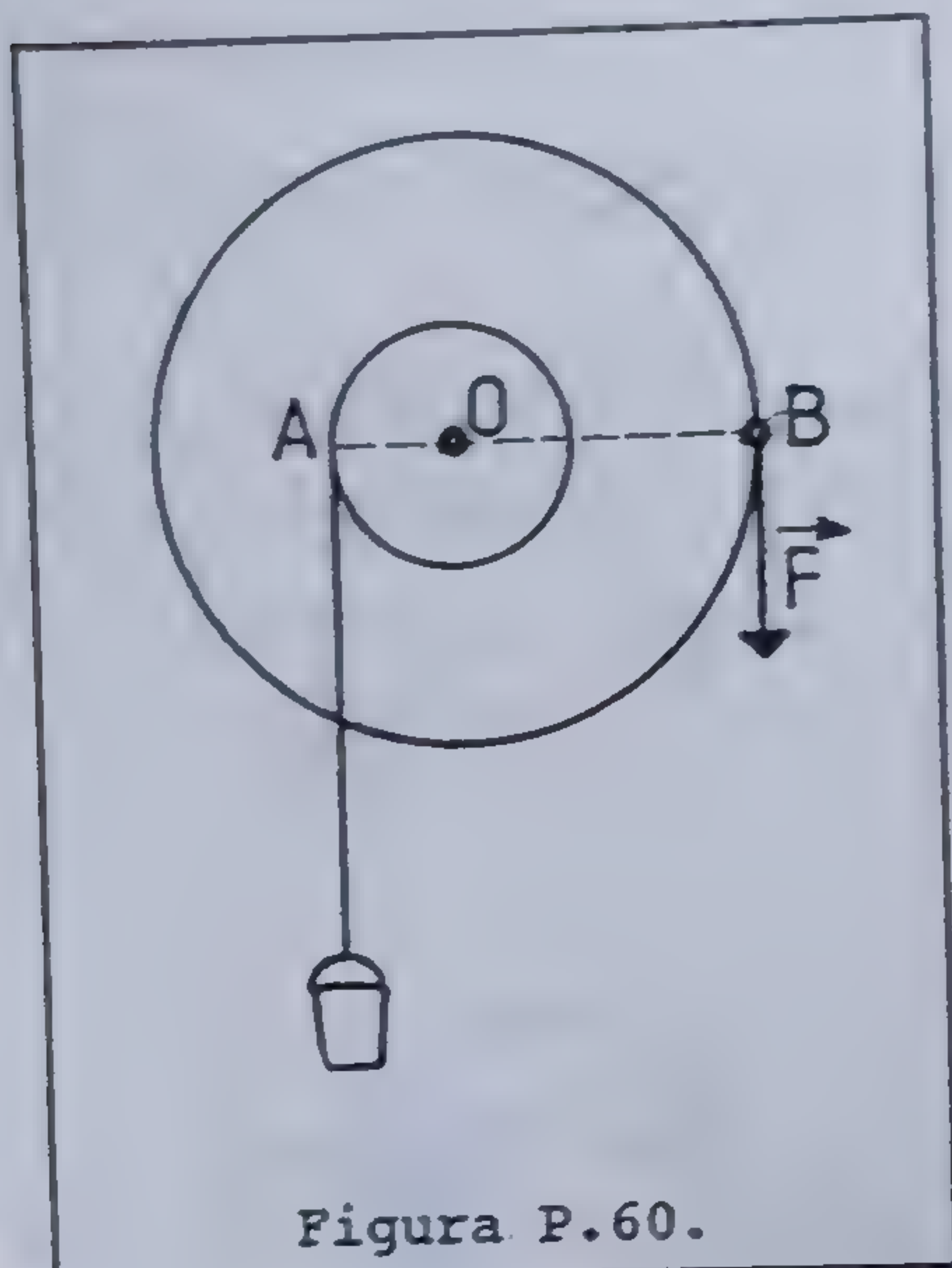
Să se determine alungirile celor patru resorturi. Suporturile a, b și c se află la mijlocul scândurilor respective și sunt de masă neglijabilă.

(Olimpiadă 1992 - etapa națională)

60. La o fântână se ridică o găleată cu apă cu ajutorul unui tambur care are diametrul de  $11\text{cm}$ . Raza roții pe care



o învârtim cu mâna este de  $0,5\text{m}$ . Ce forță este necesară pentru ridicarea găleții pline, dacă aceasta se umple cu  $10\text{ l}$  de apă? Găleata goală are masa de  $1\text{ kg}$ , densitatea apei este  $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$  și  $g = 10\text{ N/kg}$ .



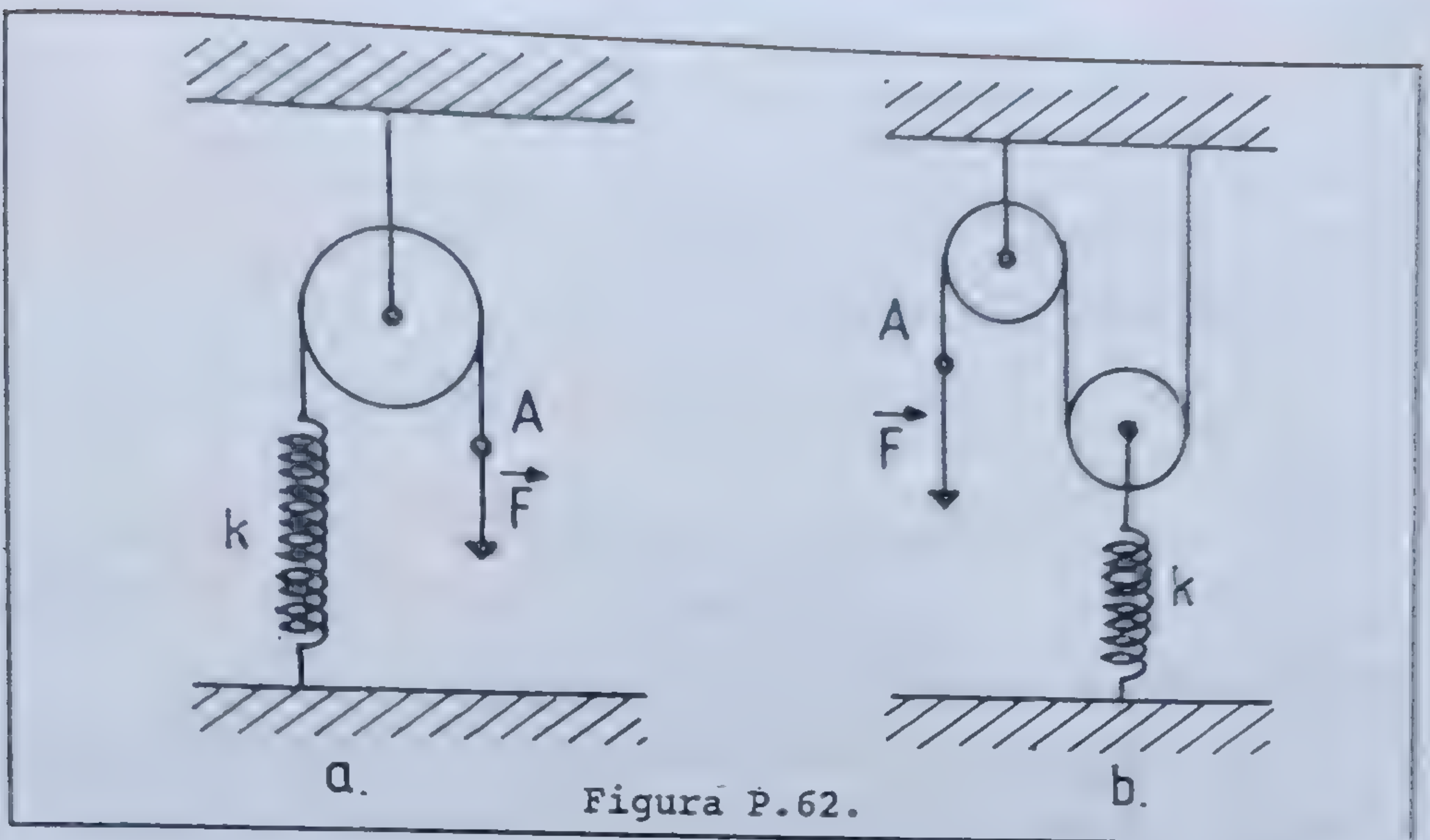
61. Se dă sistemul din figură, scripetii fiind ideali. Să se deducă care este câștigul de forță al acestui dispozitiv (raportul  $G/F$ ). Să se verifice faptul că dispozitivul nu prezintă un câștig de lucru mecanic.

(Olimpiadă 1988 - Iași)

62. În sistemele a și b din figură se cunosc  $k = 100\text{ N/m}$  și  $F = 10\text{ N}$ . Considerând scripetii ideali și resorturile perfect elastice să se calculeze cu cât coboară capătul A al firului.

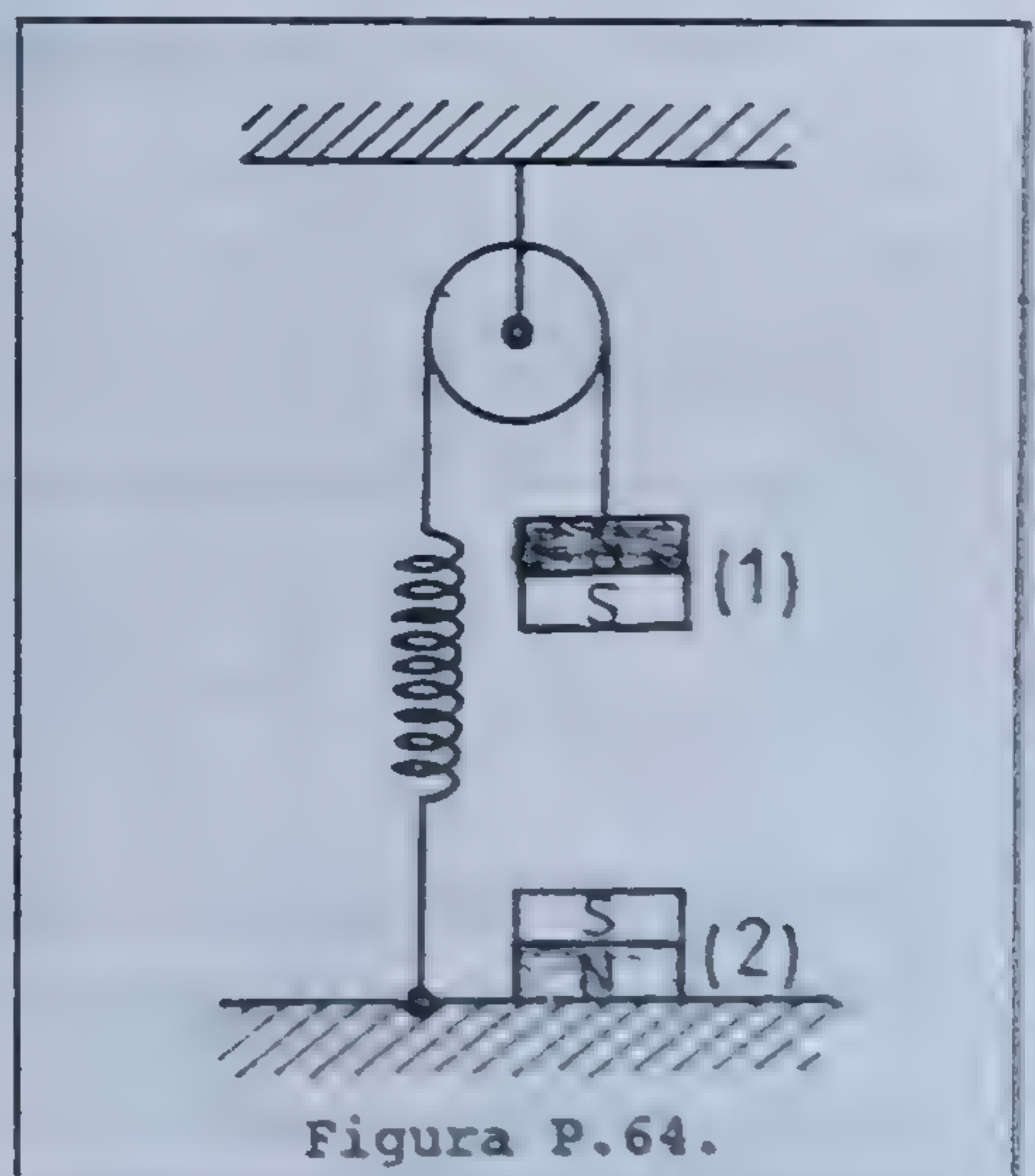
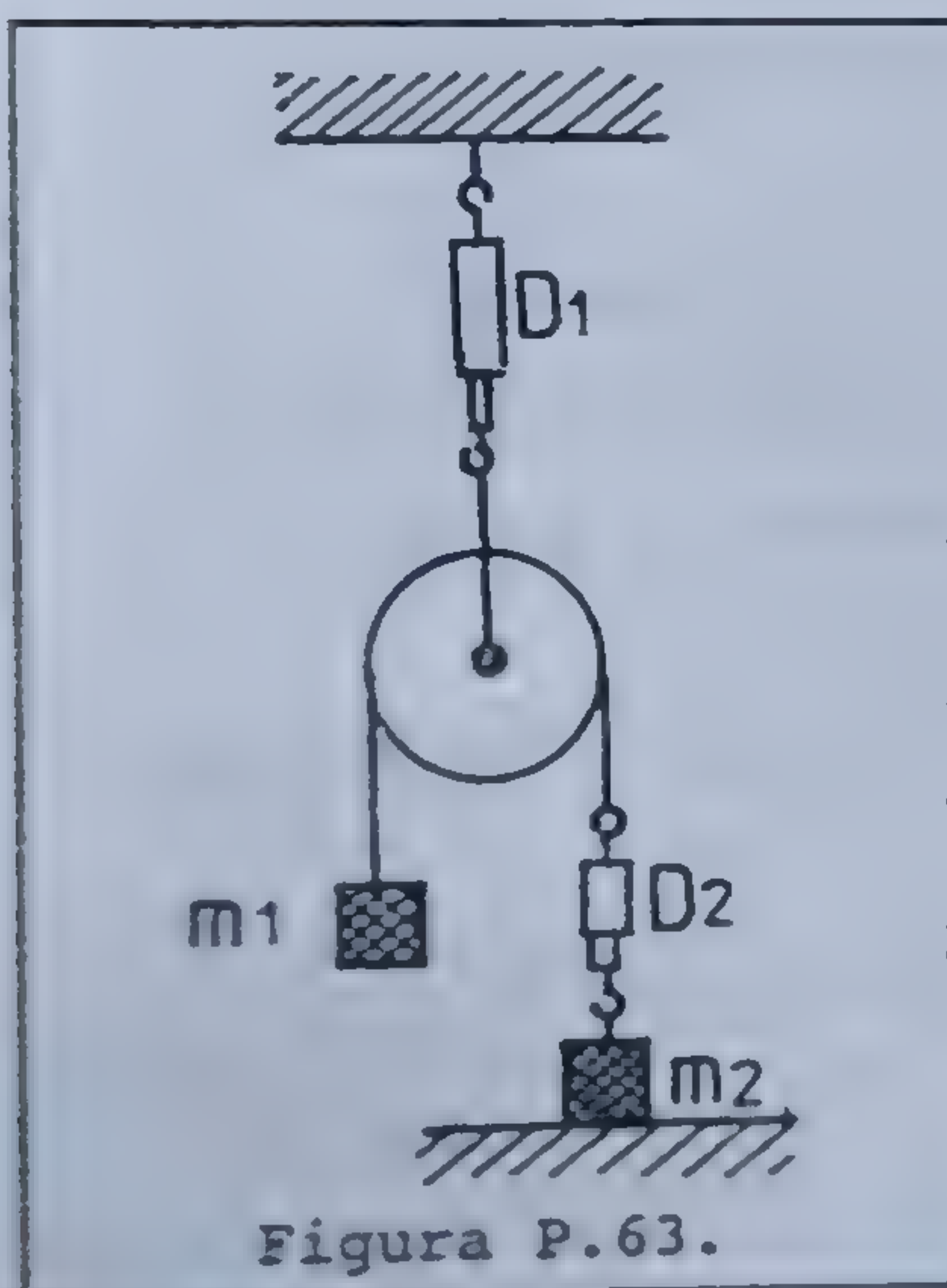
(Olimpiadă 1993 - Iași)





63. Dinamometrele  $D_1$  și  $D_2$ , firele și scripetele au mase neglijabile. Cunoșcând  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 5\text{kg}$  și  $g = 10\text{N/kg}$ , precizați indicațiile celor două dinamometre.

(Olimpiadă 1993 - București)





64. Se dă sistemul din figură, aflat în echilibru. Cei doi magneți au masa  $M = 100\text{g}$ , iar resortul are constanta elastică  $k = 25\text{N/m}$  și alungirea  $\Delta l = 2\text{cm}$ . Să se afle:

a) Forța de interacțiune  $F_m$  dintre cei doi magneți;  
b) Forța cu care magnetul (2) apasă pe suprafața de sprijin;

c) Masa  $m$  care trebuie atârnată de fir dacă se înlătură resortul, pentru a menține sistemul în echilibru (distanța dintre magneți rămâne tot timpul aceeași);

d) Se întoarce magnetul (2) cu nordul în sus. Răspundeți întâi la aceeași întrebare ca la punctul c) și apoi la întrebarea de la b).

Observație: Se presupune că distanța dintre magneți nu se schimbă pentru că forțele de interacțiune dintre magneți depind de această distanță.

(Olimpiadă 1988 - București - exceptând punctul d)

65. Cum trebuie să fie randamentul unui scripete fix față de randamentul unui scripete mobil, astfel încât să fie necesară aceeași forță pentru ridicarea unor greutăți egale?

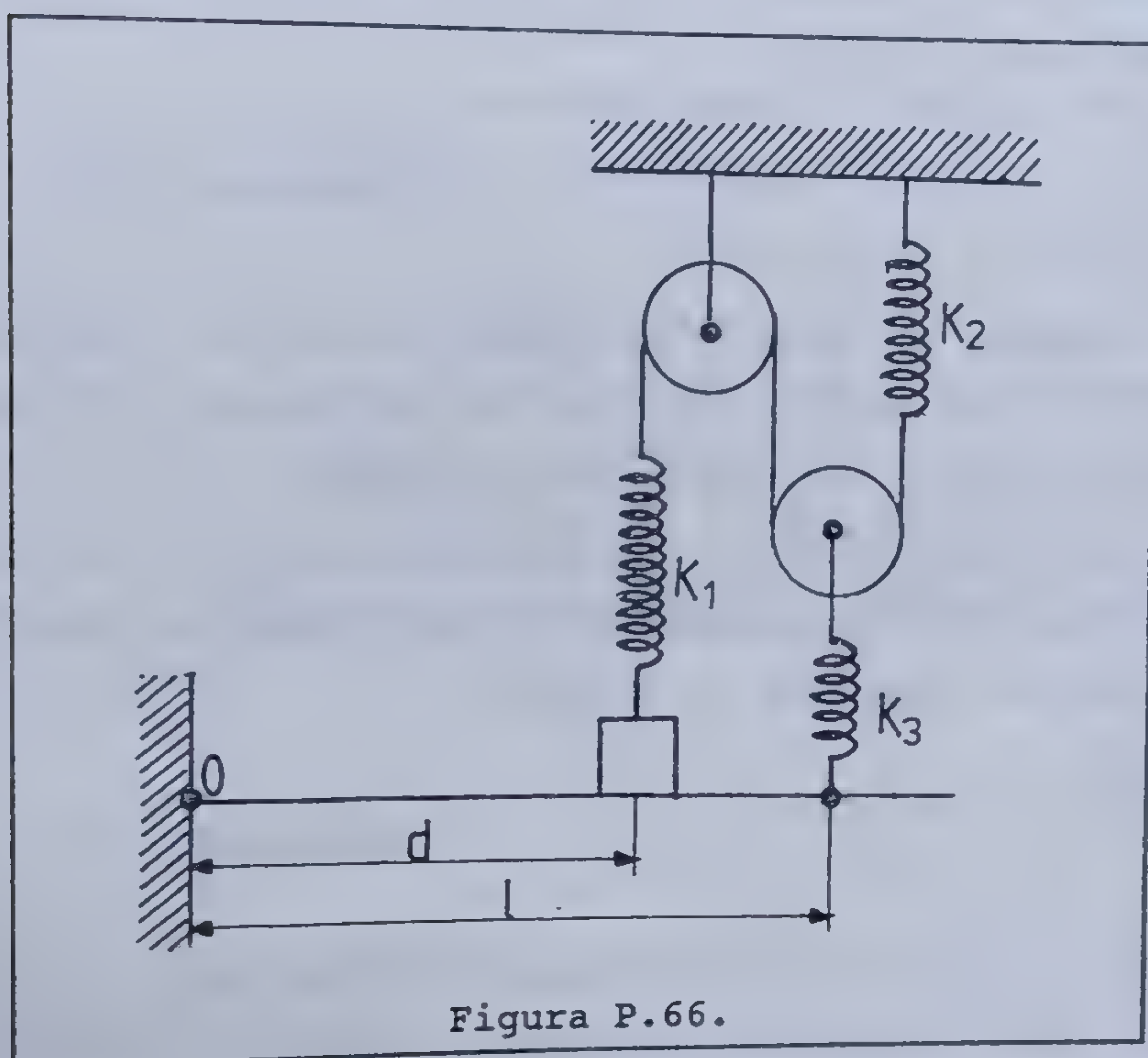
(Olimpiadă 1987 - Drobeta-Turnu Severin)

66. Pe o bară rigidă de masă neglijabilă și lungime  $l = 6\text{m}$ , în echilibru, care se poate roti ușor în jurul punctului O, se află un corp cu  $m = 12\text{kg}$  la distanța  $d = 4\text{m}$  de punctul O (vezi figura). Dacă resorturile au constantele elastice  $k_1 = 200\text{N/m}$ ,  $k_2 = 400\text{N/m}$  și  $k_3 = 600\text{N/m}$ , să se afle:



- a) alungirile resorturilor  $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ .
- b) corpul de masă  $m$  se desprinde de resortul (1) și se așează la mijlocul barei. Pentru menținerea sistemului în echilibru se suspendă de resortul (1) un corp de masă  $m'$  care nu atinge bara. Care este valoarea masei  $m'$ ?
- c) Alungirile  $\Delta l_1', \Delta l_2', \Delta l_3'$  în cazul b.

(Olimpiadă 1988 - București)



67. Un cal deplasează, cu viteza de  $5,4 \text{ km/h}$ , o căruță cu masa de  $1000 \text{ kg}$  pe o pantă ce formează un unghi de  $30^\circ$  cu orizontala. Știind că forța de frecare reprezintă  $2\%$  din greutatea căruței, determinați puterea calului.

(Olimpiadă 1989 - Iași)



68. Pe un plan înclinat cu lungimea  $l = 2\text{m}$  și înălțimea  $h = 1\text{m}$  este urcat cu viteză constantă un corp cu greutatea  $G = 100\text{N}$ , trăgând cu o forță  $F = 60\text{N}$ , paralelă cu planul înclinat. Să se afle:

a) ce valoare are forța de frecare exercitată între corp și planul înclinat;

b) randamentul planului înclinat;

c) în cât timp corpul lăsat liber ajunge la baza planului înclinat dacă viteza cu care ajunge la baza planului înclinat este  $v = 2\sqrt{5}\text{ m/s}$ .

(Olimpiadă 1990 - Iași)

69. O mașină cu masa  $m = 20\text{t}$  urcă cu viteză constantă o pantă cu o diferență de nivel de  $6\text{m}$  la fiecare  $100\text{m}$  de drum parcurs pe pantă. Puterea motorului este de  $32\text{kW}$  iar forța de frecare reprezintă  $10\%$  din greutatea mașinii. Să se afle viteza mașinii și lungimea pantei dacă timpul de urcare este de  $1\text{minut}$  și  $20\text{secunde}$  ( $g = 10\text{N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1992 - Iași)

70. Pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  se află un corp de masă  $m = 5\text{kg}$ , legat prin intermediul unui resort de vârful planului. Resortul se întinde paralel cu planul (sub acțiunea corpului) cu  $\Delta l = 2\text{cm}$ . Să se afle:

a) componenta normală a greutății pe plan;

b) constanta elastică a resortului (se neglijează frecarea).

c) Dacă în locul resortului acționează o forță  $F = 25\text{N}$  paralelă cu planul îndreptată în sus și forța de frecare,



care în cazul deplasării corpului pe plan are valoarea  $F_f = 3\text{N}$ , care este sensul de mișcare al corpului?

d) Calculați randamentul planului înclinat în cazul punctului c).

Se va lua  $g = 10\text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1984 - Iași)

71. Pe o suprafață orizontală un corp de masă  $m = 2\text{kg}$  este tras orizontal cu ajutorul unui resort elastic. Forța de frecare reprezintă 30% din greutatea corpului. Dacă în timpul deplasării rectilinii și uniforme a corpului resortul se alungește cu  $\Delta l = 2\text{cm}$ , care este constanta elastică a resortului ( $g = 10\text{N/kg}$ )? Același corp se află pe un plan înclinat cu înălțimea de  $1\text{m}$ , lungimea  $2\text{m}$  și randamentul  $\eta = 80\%$ . Pentru ce valori ale alungirii resortului corpul se deplasează rectiliniu uniform pe planul înclinat, fiind prins de același resort, menținut tot timpul paralel cu planul înclinat?

(Olimpiadă 1993 - Iași)

72. Pentru a urca, respectiv a coborâ uniform un corp pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , se aplică corpului forțele  $F_1 = 98\text{N}$  respectiv  $F_2 = 49\text{N}$ , paralele cu planul și orientate spre vârful planului. Să se calculeze, luând  $g = 10\text{ N/kg}$  :

a) masa corpului;

b) forța de frecare la alunecare pe plan;

c) randamentul planului.

(Olimpiadă 1993 - Iași)



73. Un corp este menținut în repaus pe un plan înclinat dacă i se aplică o forță în sus, de-a lungul planului. Valoarea minimă a acestei forțe este  $F_1 = 8\text{N}$  iar valoarea maximă  $F_2 = 10\text{N}$ . Să se calculeze valoarea forței de frecare care apare la lunecarea corpului pe planul înclinat. Se modifică rezultatul dacă prin  $F_2 = 10\text{N}$  înțelegem forța paralelă cu planul care trage corpul uniform în sus pe plan?

74. Un corp cu masa de  $2\text{kg}$  este ridicat, folosind un cablu acționat de un motor, pe un plan înclinat cu lungimea de  $1\text{m}$ , înălțimea de  $0,6\text{m}$  și randamentul de  $75\%$ . Să se determine:

a) componentele greutății paralelă cu planul și perpendiculară pe plan;

b) viteza cu care este ridicat corpul uniform pe plan, dacă puterea motorului este  $P = 80\text{W}$ ;

c) cu ce viteză va fi coborât corpul uniform pe plan dacă puterea motorului rămâne constantă?

(Olimpiadă 1986 - Iași)

75. Un corp cu masa  $m = 10\text{kg}$  se află pe un plan înclinat cu lungimea  $l = 10\text{m}$  și înălțimea  $h = 5\text{m}$ . Randamentul planului este  $\eta = 80\%$ . Inițial corpul este menținut în repaus pe plan cu ajutorul unui resort

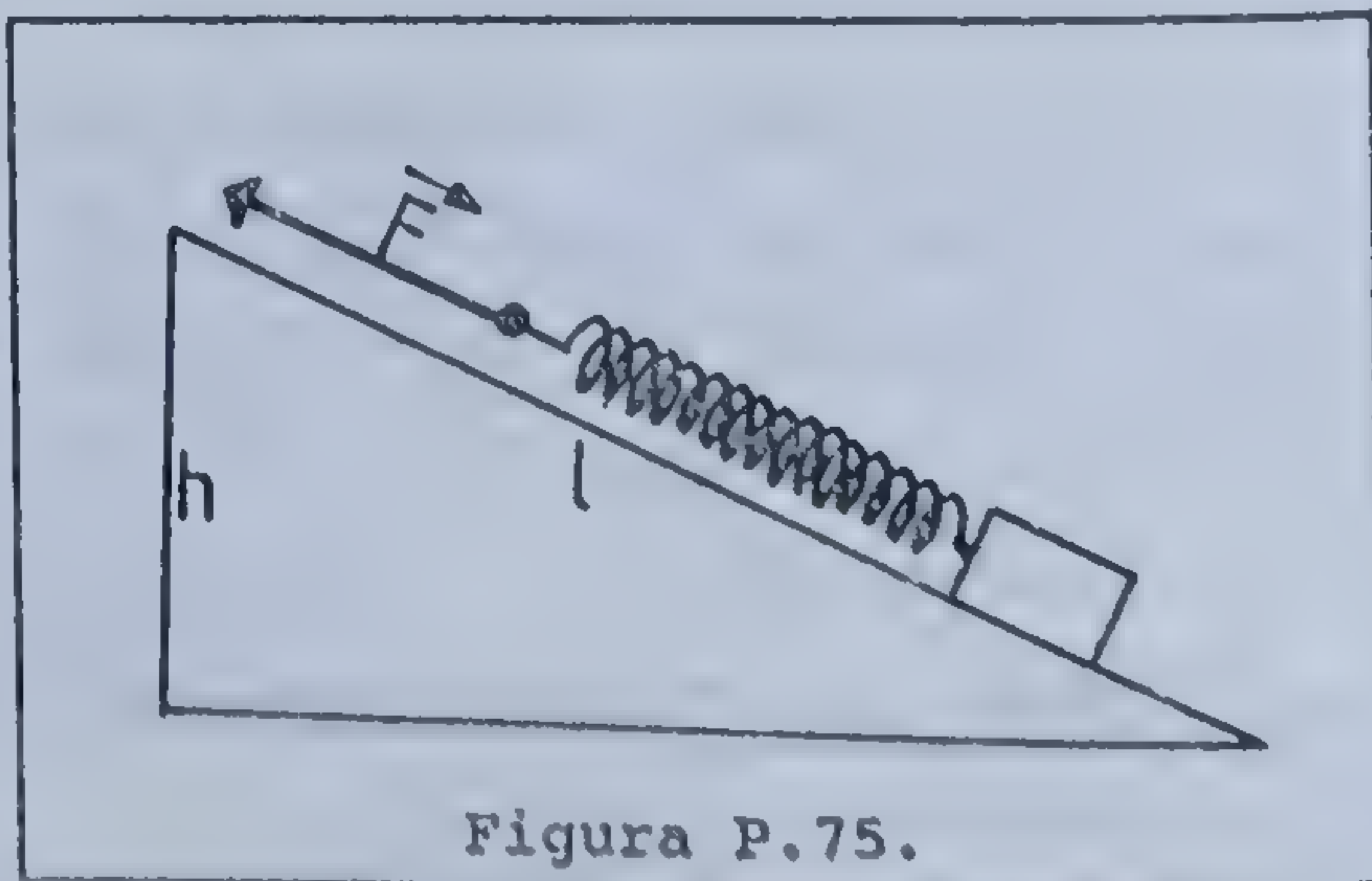


Figura P.75.

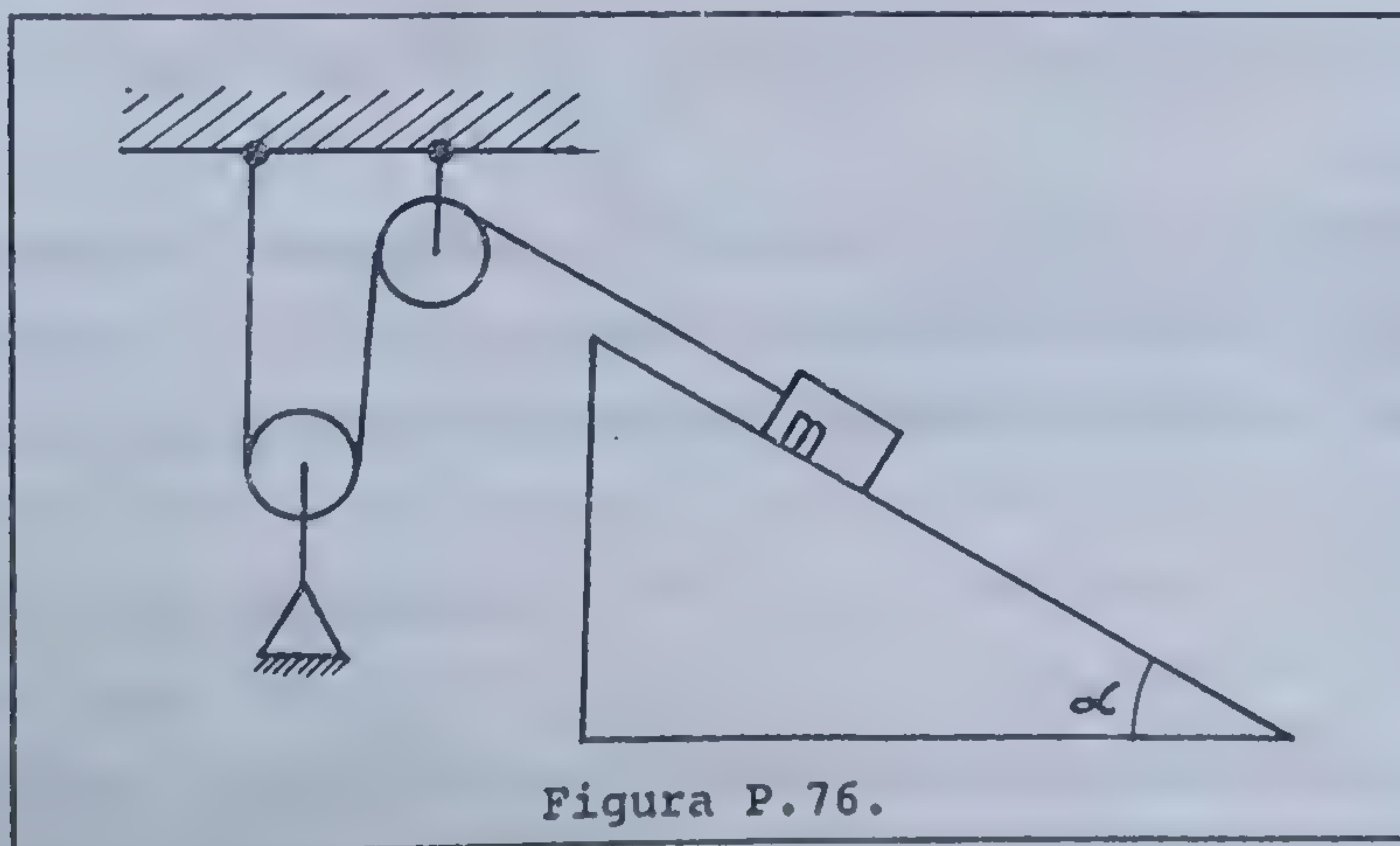
de constantă elastică  $k = 125\text{N/m}$ . Să se determine:



- a) forța de frecare dintre corp și plan;
- b) care este deformarea minimă și maximă a resortului astfel încât corpul să rămână în repaus pe plan?
- c) presupunând corpul în repaus pe plan în cazul deformării minime, la un moment dat resortul începe să fie tras în sus pe plan cu viteza constantă  $v = 0,5 \text{ m/s}$ . După cât timp corpul va fi pus în mișcare?

(Olimpiadă 1986 - Iași)

76. Se realizează montajul de scripeți și plan înclinat din figură. Scripetii se consideră ideali iar randamentul planului înclinat este  $\eta = 75\%$ . Masa talerului este  $m = 100 \text{ g}$  iar unghiul planului înclinat  $\alpha = 30^\circ$ .



- a) Ce masă  $m$  are corpul aflat pe planul înclinat, dacă acesta alunecă uniform către baza planului?



b) Ce cantitate de nisip trebuie turnată pe taler, astfel încât corpul aflat pe planul înclinat să urce uniform pe el?

(Olimpiadă 1991 - Iași)

77. Un corp A cu masa  $m_A = 4\text{kg}$  se află pe un plan înclinat cu înălțimea  $h = 2\text{m}$  și lungimea  $l = 10\text{m}$ , având randamentul  $\eta = 80\%$ . Corpul A este legat printr-un fir trecut peste un

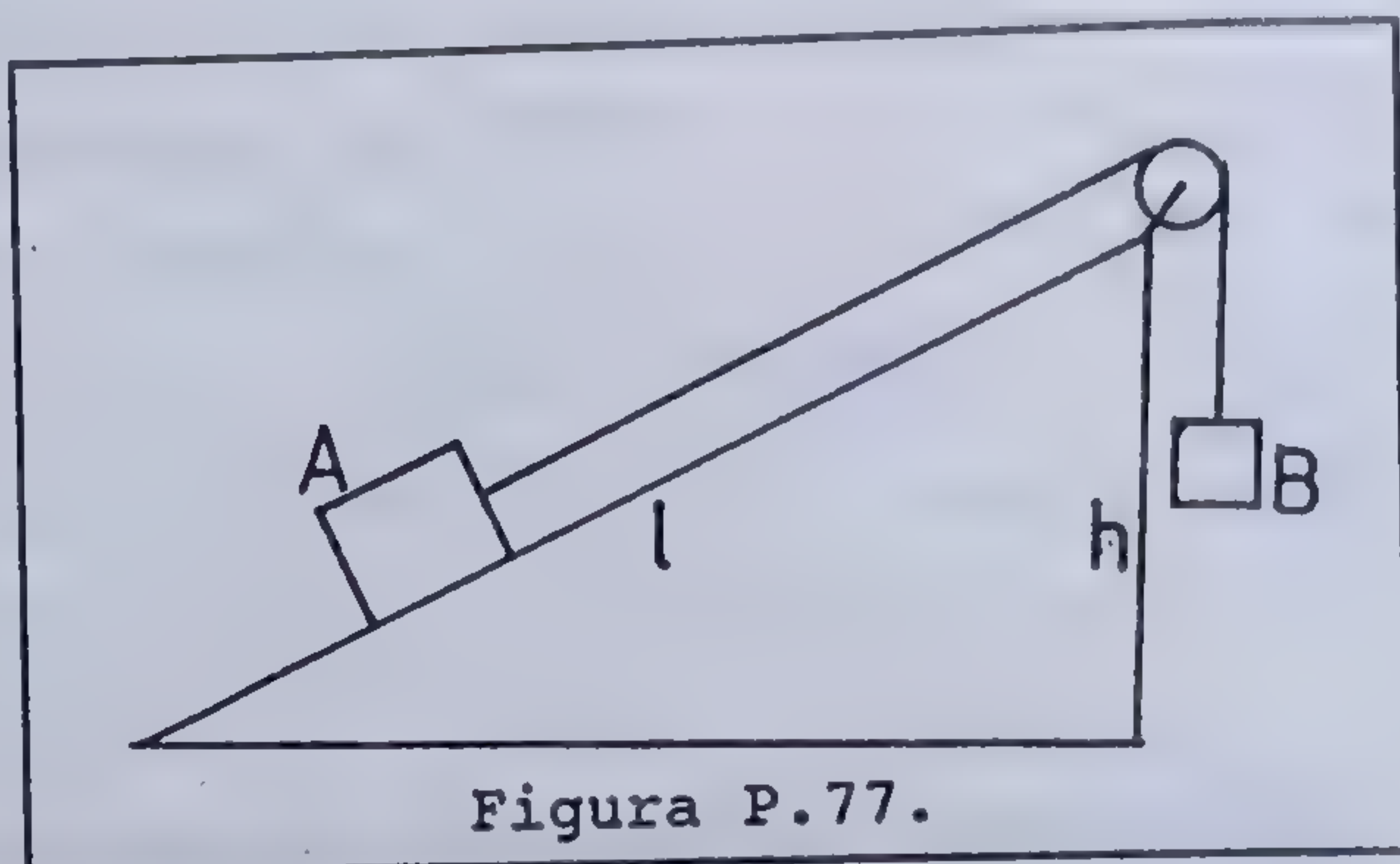


Figura P.77.

scripete ideal aflat în vârful planului, de corpul B, suspendat pe verticală ca în figură. Considerând  $g = 10\text{N/kg}$ , să se determine:

a) valorile masei corpului B pentru care mișcarea este uniformă;

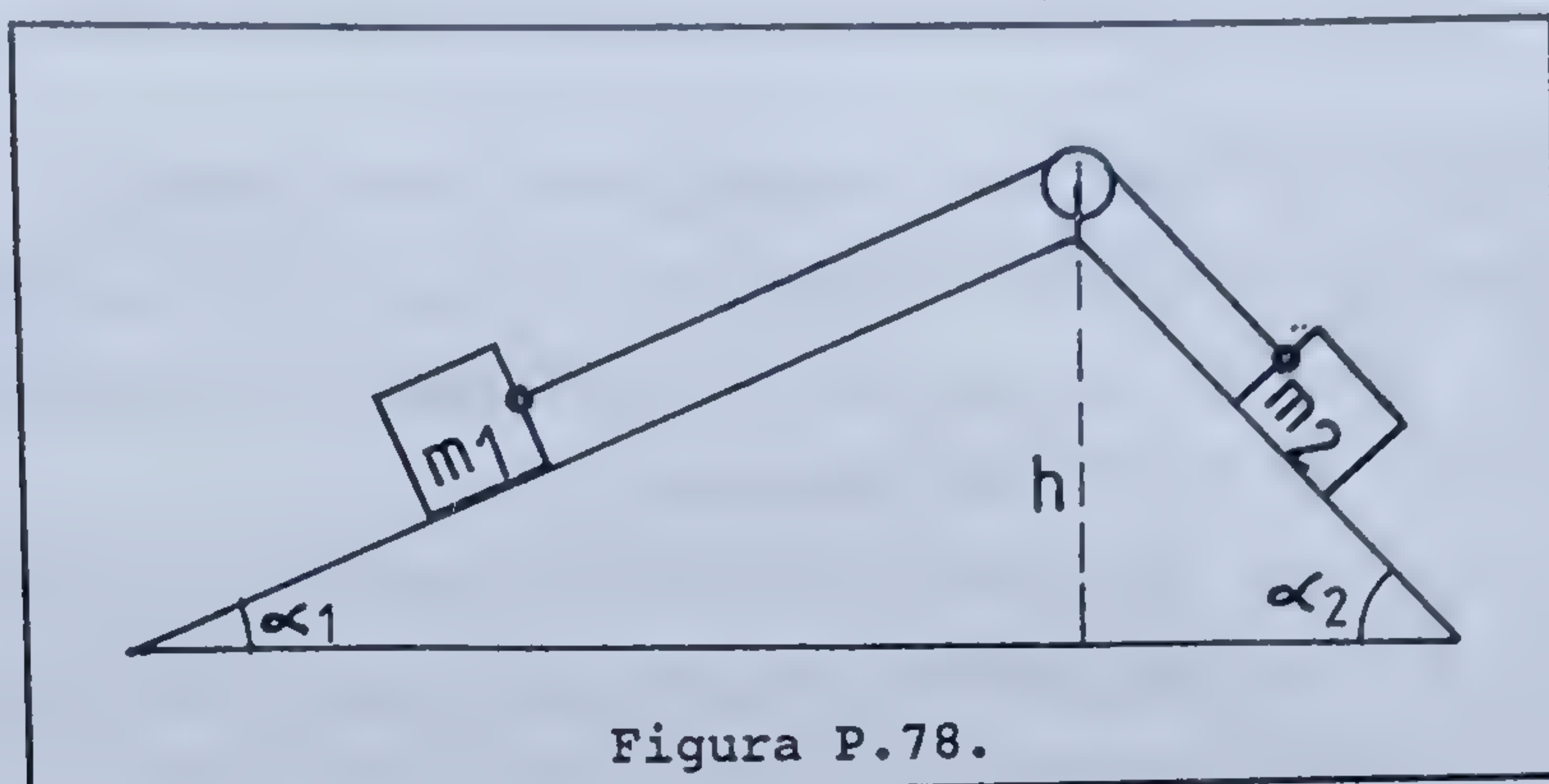
b) indicațiile unui dinamometru (intercalat pe firul AB) în timpul mișcării ansamblului de corpuri AB în condițiile punctului a). Greutatea dinamometrului este neglijabilă.

(Olimpiadă 1992 - Iași)

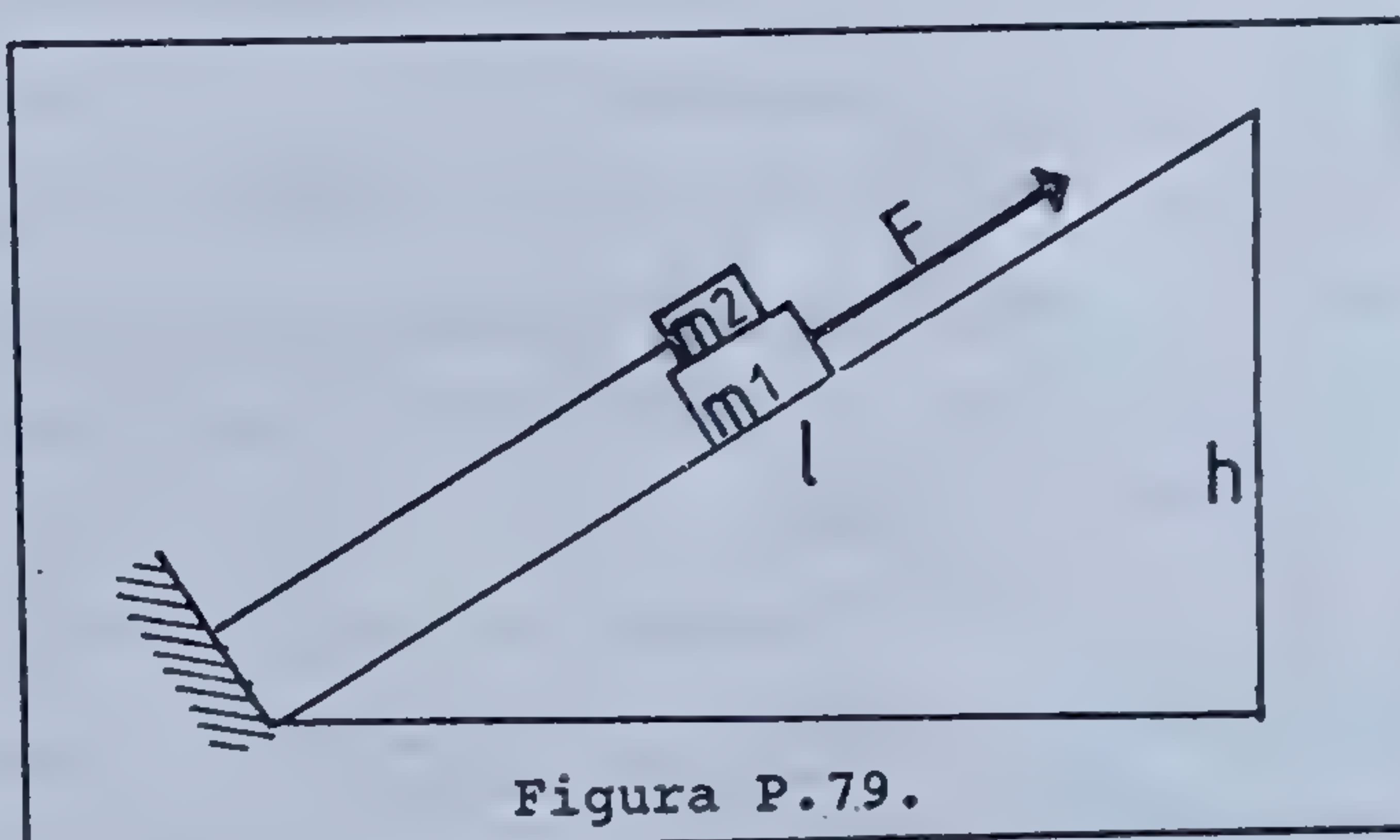
78. Două plane înclinate alăturate au aceeași înălțime  $h = 2\text{m}$  și unghiuri diferite:  $\alpha_1 = 30^\circ$  și  $\alpha_2 = 45^\circ$ . Două corpuri de mase  $m_1 = 0,5\text{kg}$  și  $m_2$  sunt legate prin intermediul unui fir trecut peste un scripete fix ideal așezat în vârful planelelor. Știind că forțele de frecare reprezintă  $10\%$  din forțele de apăsare normală a corpurilor pe plane, să se



calculeze valorile maximă și minimă ale masei  $m_2$ , pentru care sistemul rămâne în echilibru.



79. Un corp cu masa  $m_1 = 1\text{kg}$  este ridicat pe un plan înclinat de lungime  $l = 5\text{m}$  și înălțime  $h = 4\text{m}$ , având randamentul mecanic  $\eta = 8/11$ .



a) Să se determine raportul dintre forța de frecare ce apare între corp și plan și forța cu care corpul apasă perpendicular pe plan (coeficientul de frecare  $\mu$ );

b) Peste corpul de masă  $m_1$  se așează un alt corp de masă  $m_2 = 0,5\text{kg}$ , legat de un perete, ca în figură. Pentru a ridica corpul  $m_1$  cu viteza  $v = 5\text{cm/s}$  pe planul înclinat, este necesară, în acest caz, o putere  $P = 1\text{W}$ . Știind că raportul dintre forța de frecare ce apare între corpul de masă  $m_1$  și plan și forța de apăsare perpendiculară pe plan este cel determinat



la punctul a, să se calculeze forța de frecare dintre corpurile  $m_1$  și  $m_2$  ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1992 - Iași)

80. 1. Se construiește o rampă pentru autoturisme.

1. Partea înclinată a rampei este formată din două plăci paralele de oțel cu densitatea  $7800 \text{ kg/m}^3$  și dimensiunile  $5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times 0,05 \text{ m}$ . Să se calculeze:

a) greutatea unei plăci luând  $g = 10 \text{ N/kg}$ ;

b) lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea unui capăt al plăcii la înălțimea de  $1 \text{ m}$ .

2. Pe rampă urcă un autoturism Dacia 1410 cu masa  $900 \text{ kg}$ . Să se calculeze:

a) cu ce presiune apasă fiecare roată pe rampă, presupunând că greutatea autoturismului se distribuie uniform pe cele patru roți, iar suprafața de contact a unei roți cu rampa este de  $1 \text{ dm}^2$ ;

b) forța de frecare, forța de tracțiune pentru a urca autoturismul uniform pe rampă și randamentul planului înclinat al rampei, știind că atunci când mașina coboară uniform pe rampă forța de tracțiune este de  $500 \text{ N}$ , orientată în sus.

(Olimpiadă 1988 - etapa națională)

81. Un camion urcă o pantă cu viteza  $v = 14,4 \text{ km/h}$ . La coborâre, pe aceeași pantă, el are viteza  $v = 6 \text{ m/s}$  la aceeași putere a motorului. Ce viteză va avea camionul pe un drum orizontal, la aceeași putere a motorului, știind că forța



de frecare pe drum orizontal reprezintă  $2\sqrt{3}/3$  din forța de frecare pe plan înclinat?

(Olimpiadă 1990 - Iași)

82. Care este valoarea minimă a coeficientului de frecare pentru ca pana bătută într-un butuc să nu iasă?

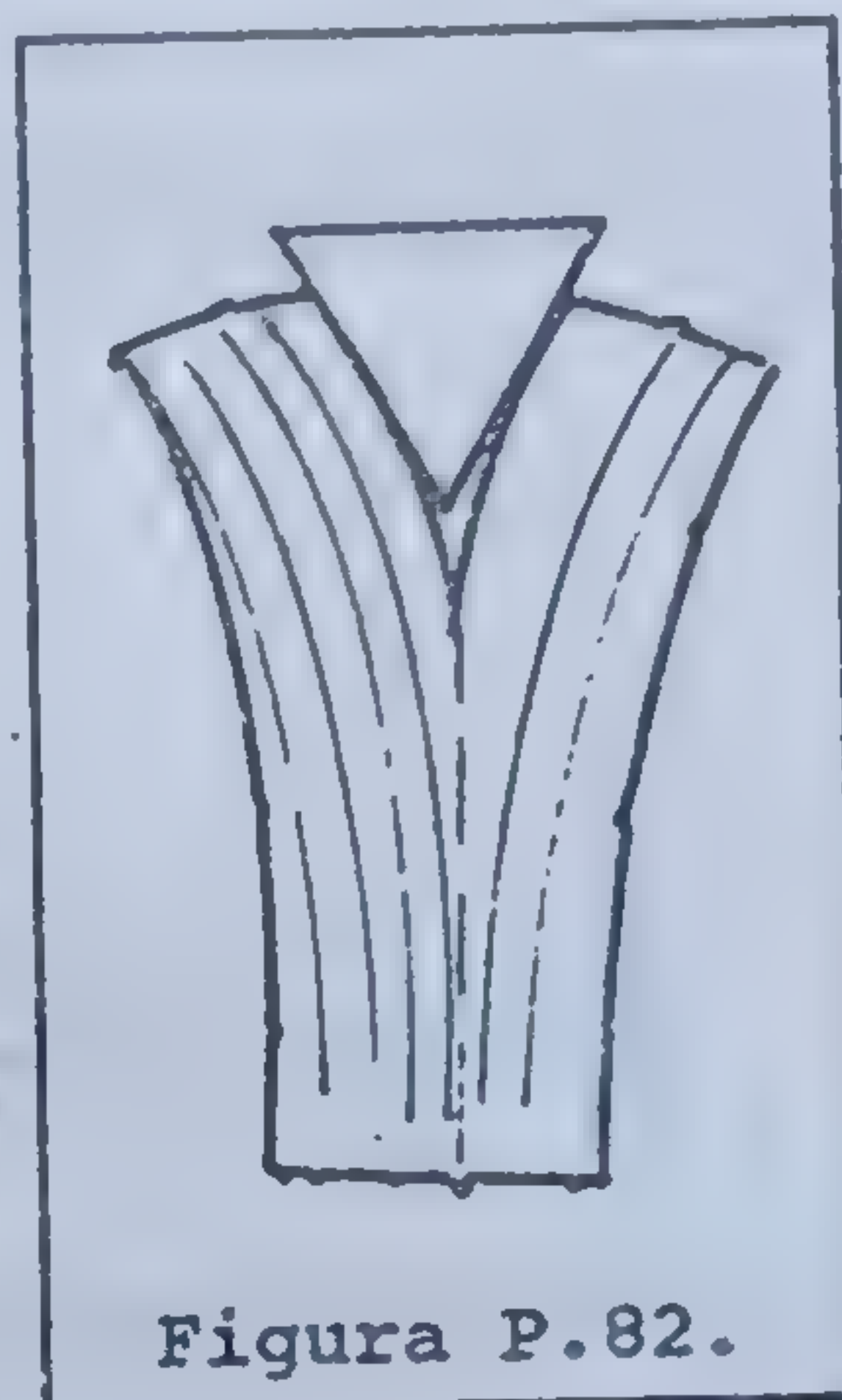


Figura P.82.

83. Se consideră sistemul din figură, în care corpurile au masele  $m_1 = m_2 = 2\text{kg}$ ; unghiul  $\alpha = 30^\circ$  iar frecările la scripete sunt neglijabile. Știind că bara rigidă de lungime  $AB = l = 40\text{cm}$  este orizontală și are masa neglijabilă, să se afle:

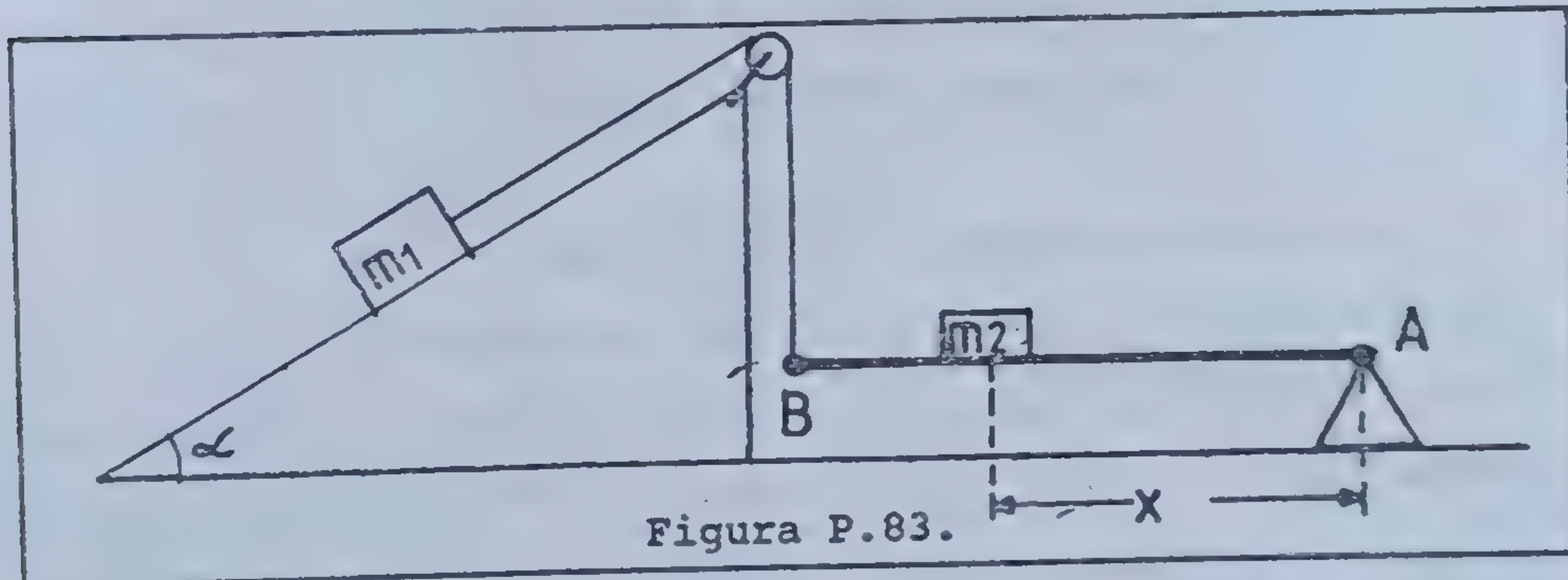


Figura P.83.

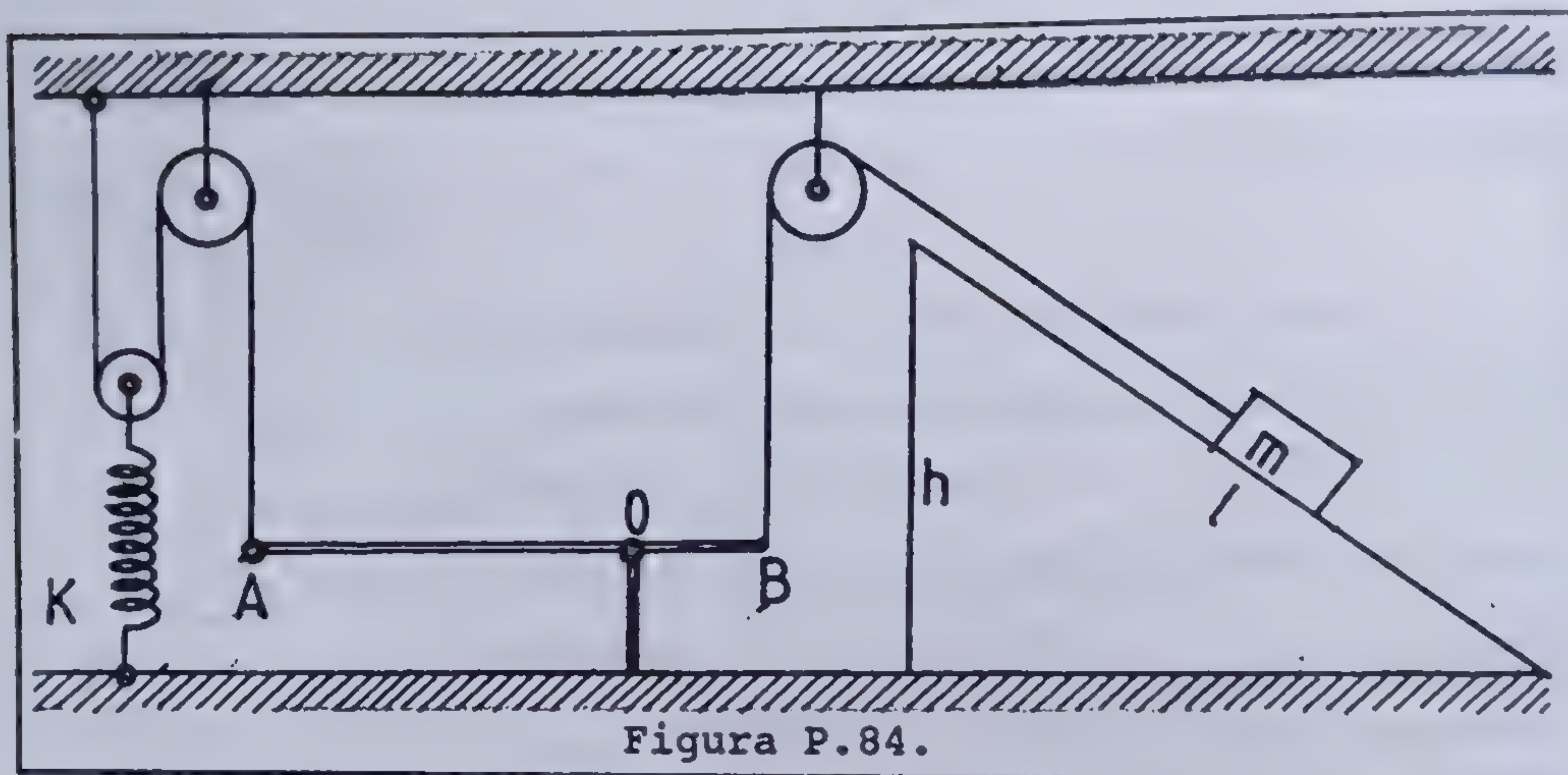
a) Reacțiunea în punctul A și distanța  $x$  pentru care sistemul este în echilibru, considerând frecările pe planul înclinat neglijabile;

b) Valorile minimă și maximă ale distanței  $x$  pentru care sistemul este în echilibru în cazul când randamentul planului înclinat este  $\eta = 2/3$  ( $g = 10\text{ N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1990 - etapa națională)



84. Se dă sistemul din figură. Se cunosc: masa corpului  $m = 1\text{kg}$ , lungimea planului  $l = 2\text{m}$ , înălțimea lui  $h = 1\text{m}$ , lungimea pârghiei  $L = 0,5\text{m}$ , constanta elastică a resortului  $k = 1000\text{N/m}$ . Considerând toate elementele ideale, calculați:



a) distanța AO pentru ca forța elastică din resort să fie o cincime din greutatea corpului  $m$  știind că sistemul este în echilibru;

b) alungirea resortului în acest caz;

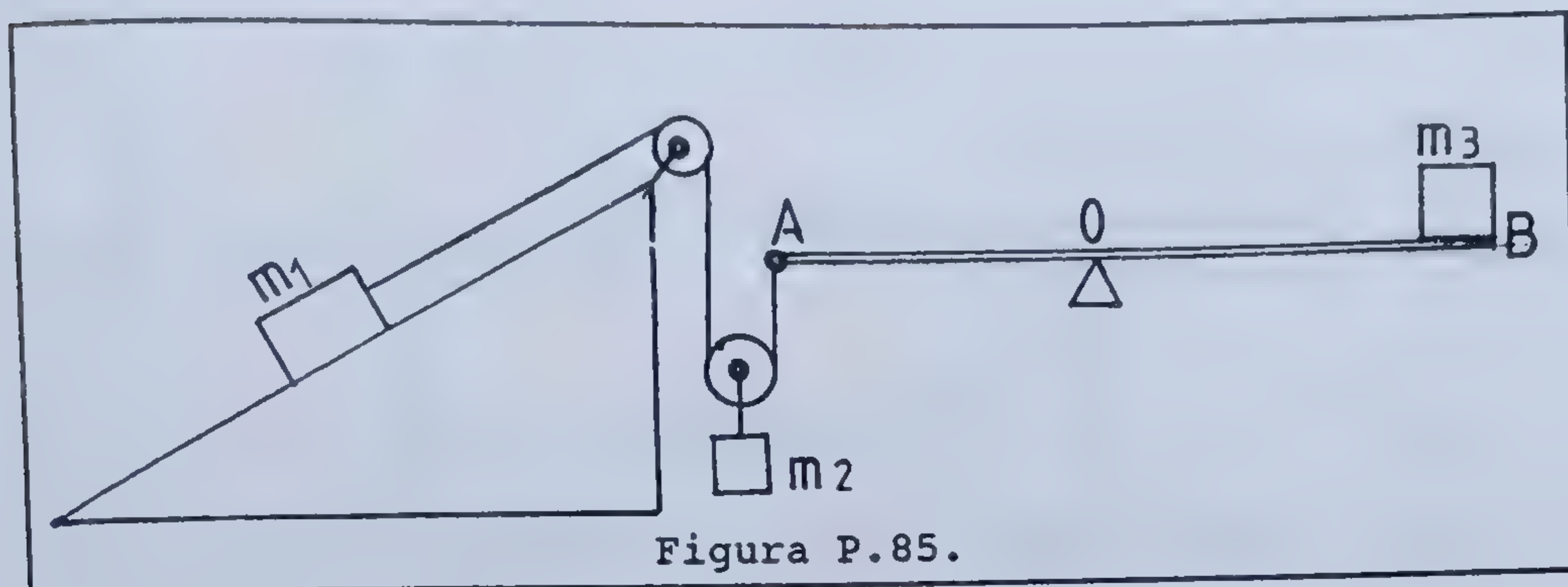
c) Considerând distanța AO cea calculată la punctul a, aflați alungirea resortului dacă planul înclinat are randamentul  $\eta = 80\%$  în condițiile în care sistemul format din cei doi scripeți și pârghie ține în echilibru corpul de masă  $m$  pe planul înclinat ( $g = 10\text{N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1991 - Iași)

85. Un corp cu masa  $m_1 = 6\text{kg}$  este ridicat uniform pe un plan înclinat cu înălțimea  $h = 1\text{m}$  și lungimea  $l = 5\text{m}$  (figura P.85.). Pentru ca, în timpul ridicării bara AB, de masă neglijabilă să rămână orizontală, în punctul B este așezat



un corp de masă  $m_3 = 0,5\text{kg}$ . Știind că  $AO = 0,2\text{m}$  și  $OB = 0,6\text{m}$ , să se determine:



a) Randamentul planului înclinat dacă scripetii și pârghia AB sunt considerați ideali;

b) masa  $m_2'$  a corpului legat de furca scripetelui mobil, pentru care  $m_1$  coboară uniform pe plan;

c) La ce depărtare trebuie așezată masa  $m_3$  față de punctul O pentru ca  $m_1$  să coboare uniform pe plan? Calculați reacțiunea în punctul O în acest caz.

(Olimpiadă 1987 - Iași)

86. Două corpuri identice cu masa  $m = \sqrt{2}\text{kg}$  sunt legate de capetele a două fire trecute peste doi scripeți ficși și prinse în punctul C de un alt fir ca în figură. Cele două fire de suspensie formează cu verticala punctului C câte un unghi de  $45^\circ$ . Se consideră toate mecanismele ca fiind ideale.

a) Să se reprezinte forța care acționează în punctul C, indicându-se toate elementele ei;

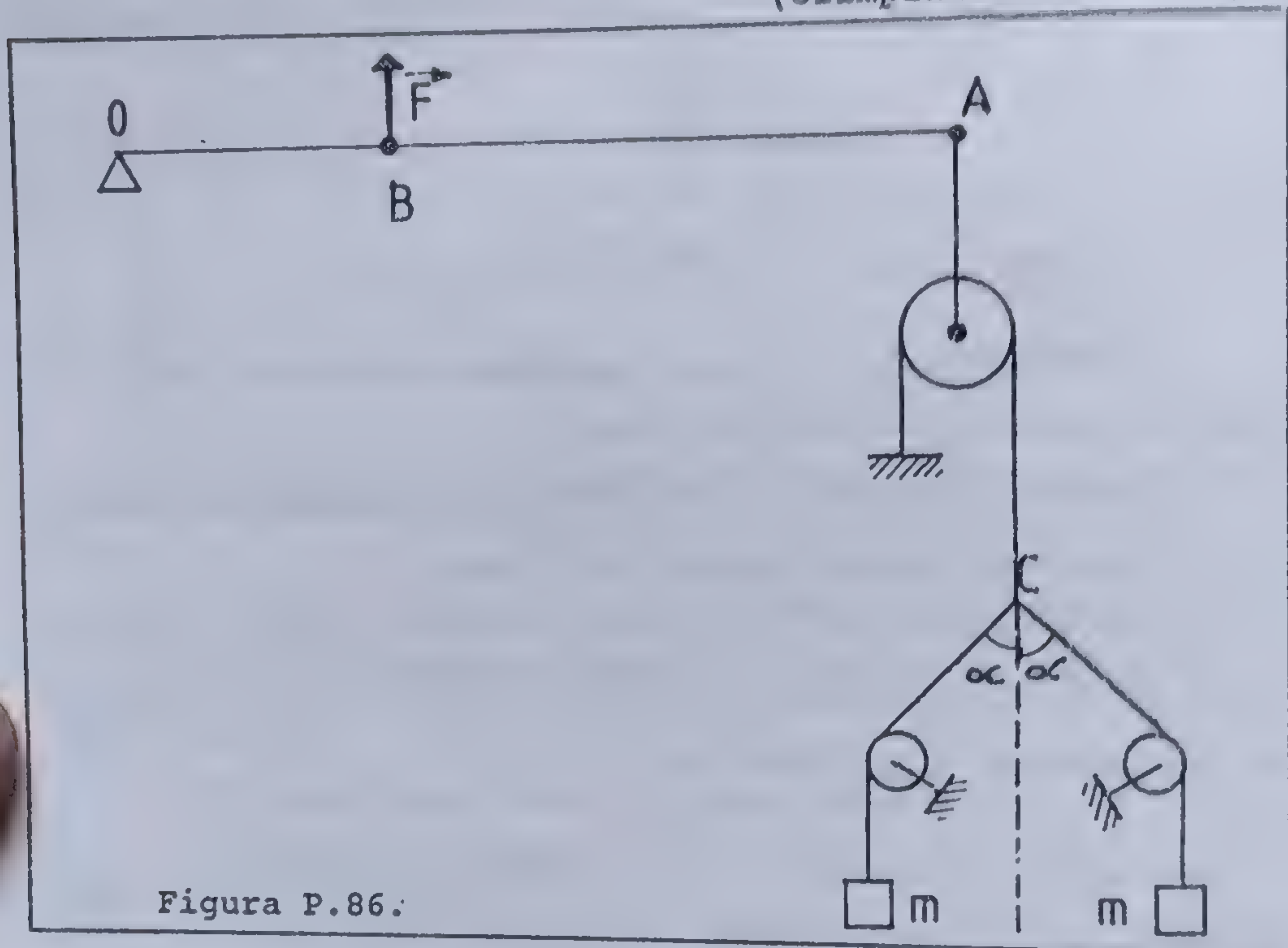
b) Știind că lungimea pârghiei  $OA = 1$  și  $OB = 1/3$  iar forța care acționează în punctul B este  $F = 120\text{N}$ , să se



determine ce forță trebuie aplicată în punctul A pentru a menține pârghia în echilibru, în absența sistemului de scripeti;

c) Să se arate dacă sistemul din figură este sau nu în echilibru ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1985 - Iași)

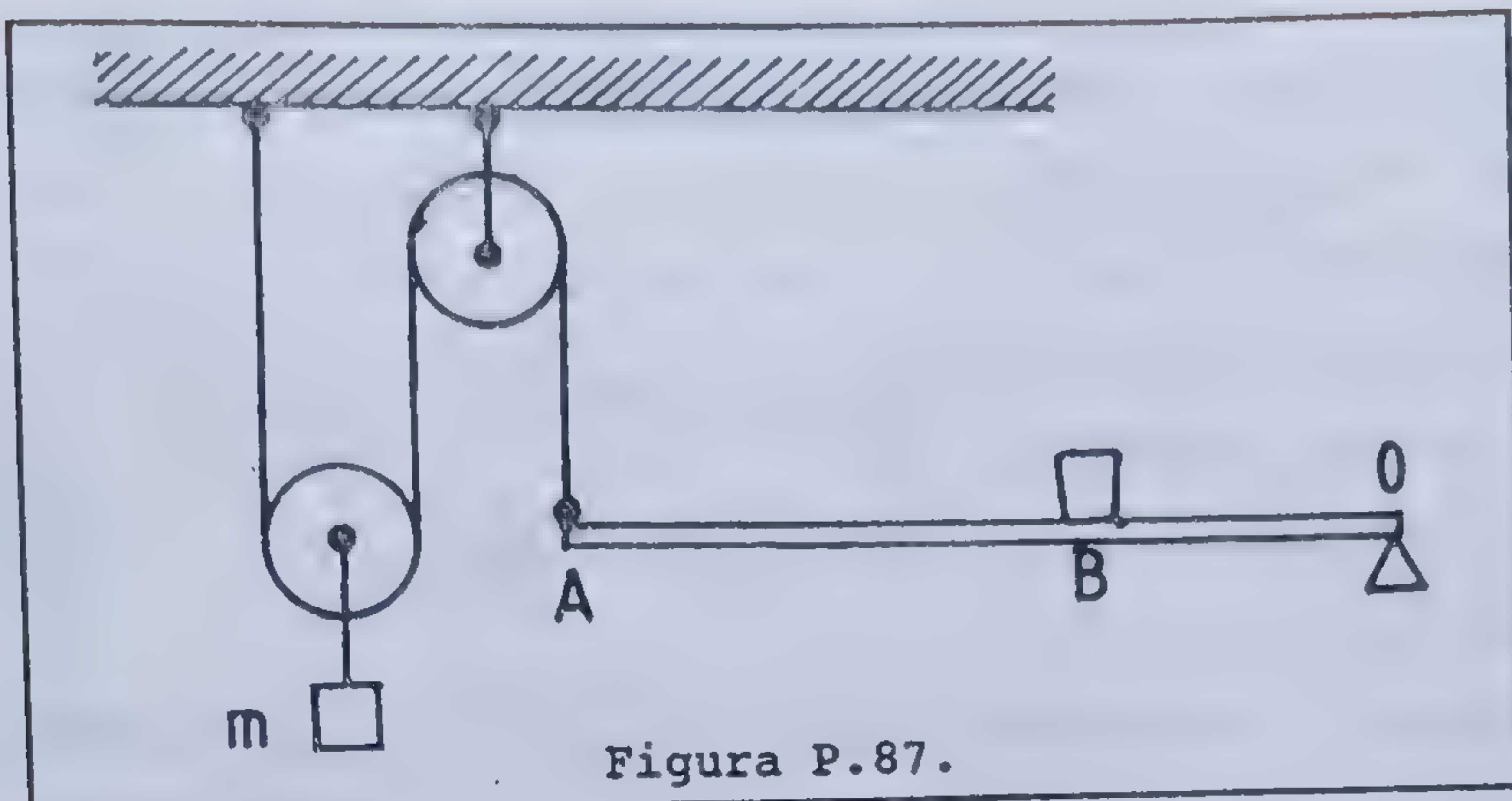


87. Considerăm sistemul din figură în care  $AO = 40 \text{ cm}$ . Să se determine unde trebuie așezat un pahar plin cu apă de volum  $V = 40 \text{ cm}^3$  astfel ca atunci când de scripetele mobil se leagă un corp cu masa  $m = 50 \text{ g}$ , apa să nu se verse. Dacă paharul se află la jumătatea lui  $AO$ , ce masă trebuie să aibă corpul?

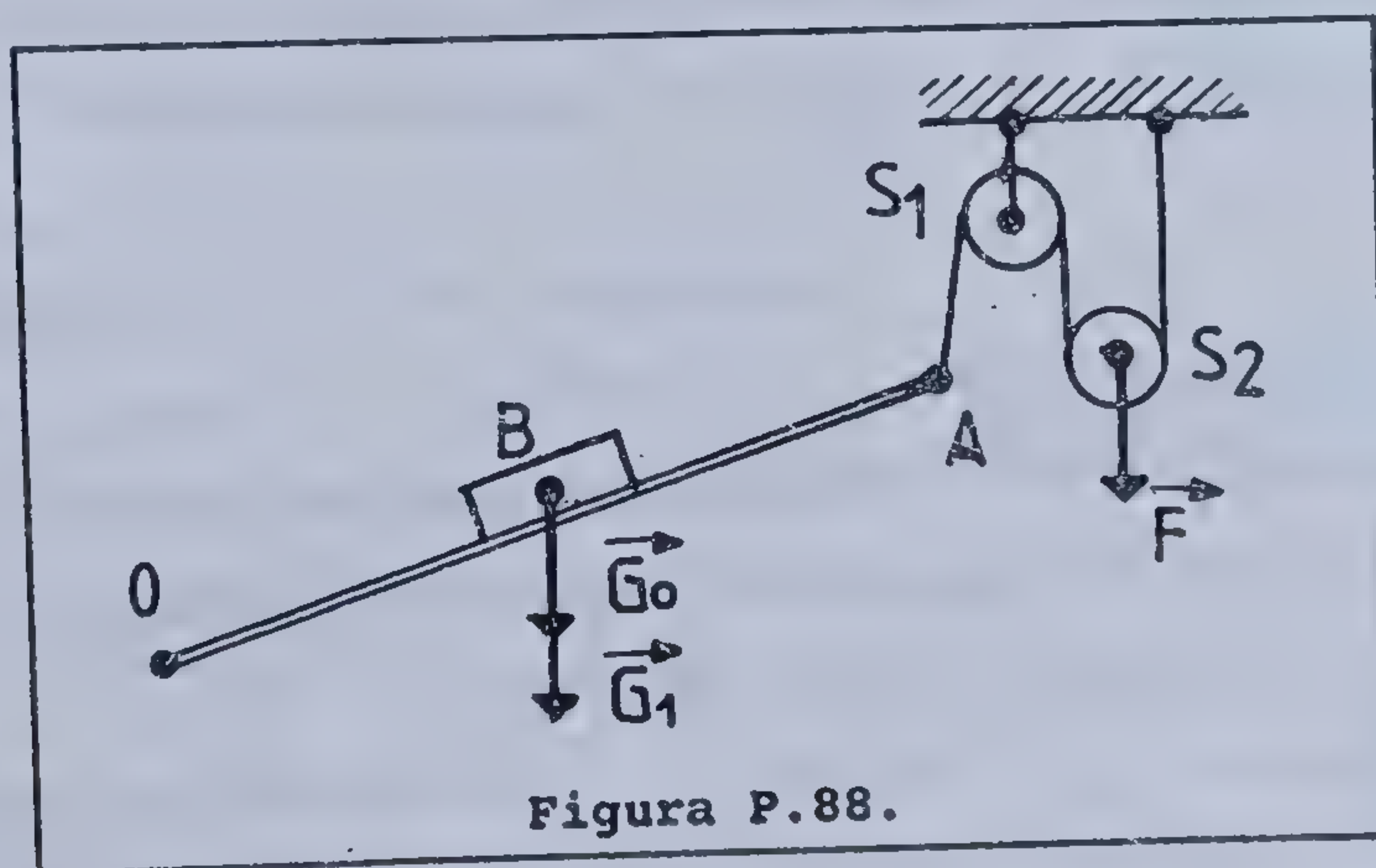
Se dau:  $\rho_{\text{apă}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $g = 10 \text{ N/kg}$  iar masa pârghie și a paharului gol se neglijează.

(Olimpiadă 1984 - Iași)





88. O bară OA de lungime 4m, cu greutatea  $G_0 = 50\text{N}$ , articulată în punctul O, la mijlocul căreia se găsește un corp de masă  $m_1 = 10\text{kg}$  este așezată orizontal. Se trage de scripetele  $S_2$  (ideal) cu forța  $\vec{F}$ .

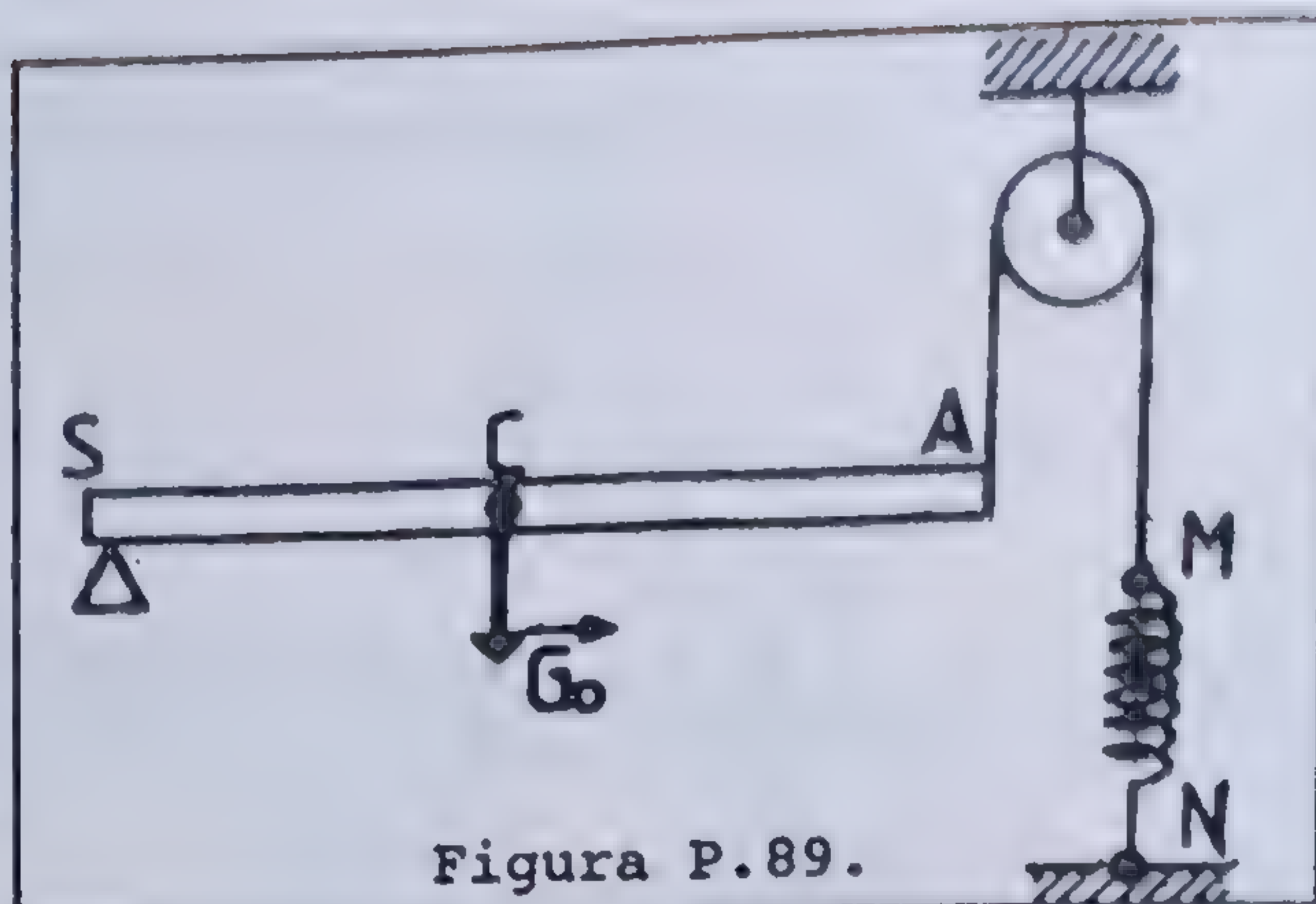


- Să se calculeze valoarea forței  $F$  pentru ca pârghia să înceapă să se ridice;
- Când capătul A a ajuns la înălțimea de 1m, corpul începe să alunece. Să se afle forța de frecare;
- Ce lucru mecanic s-a cheltuit pentru aducerea barei în poziția A?

(Olimpiadă 1986 - etapa națională)



89. Considerăm dispozitivul din figura alăturată aflat în echilibru. Pârghia orizontală SA are greutatea  $G_0 = 20\text{N}$  iar resortul cu capătul fix în N are constanta elastică  $k = 20\text{N/cm}$ .



- Știind că lungimea inițială a resortului netensionat este  $l = 5\text{cm}$ , ce lungime va avea acesta în situația dată?
- Ce valoare are forța elastică a resortului?
- La mijlocul lui CA se așează un corp cu greutatea  $G = G_0$ . Pe ce distanță și în ce sens trebuie deplasat capătul N al resortului pentru ca pârghia să rămână orizontală?

(Olimpiadă 1984 - etapa națională)

90. Pentru a ridica o scândură de lemn cu lungimea  $L = 2\text{m}$ , lățimea  $l = 20\text{cm}$  și grosimea  $i = 5\text{cm}$  la înălțimea  $h = 10\text{m}$  s-a folosit un scripete fix cu randamentul  $\eta = 80\%$ .

- Știind că  $\rho_{\text{lemn}} = 0,5\text{g/cm}^3$  și  $g = 10\text{N/kg}$ , să se calculeze valoarea forței  $F$  necesară ridicării scândurii cu viteză constantă;
- Calculați valoarea lucrului mecanic efectuat de forța  $\vec{F}$ , de greutatea  $\vec{G}$  și lucrul mecanic total;
- Calculați valoarea puterii mecanice dezvoltate când scândura a fost ridicată cu viteza  $v = 0,5\text{m/s}$ .

(Olimpiadă 1984 - Iași)



91. Pentru a urca la o anumită înălțime, un copil se leagă la mijloc cu un capăt al unei frânghii și trage de celălalt capăt, frânghia fiind trecută peste un scripete fix ideal.

a) Cu ce forță trebuie să tragă copilul pentru a urca cu viteză constantă?

b) Ce forță acționează asupra scripetelui?

(Olimpiadă 1986 - Iași)

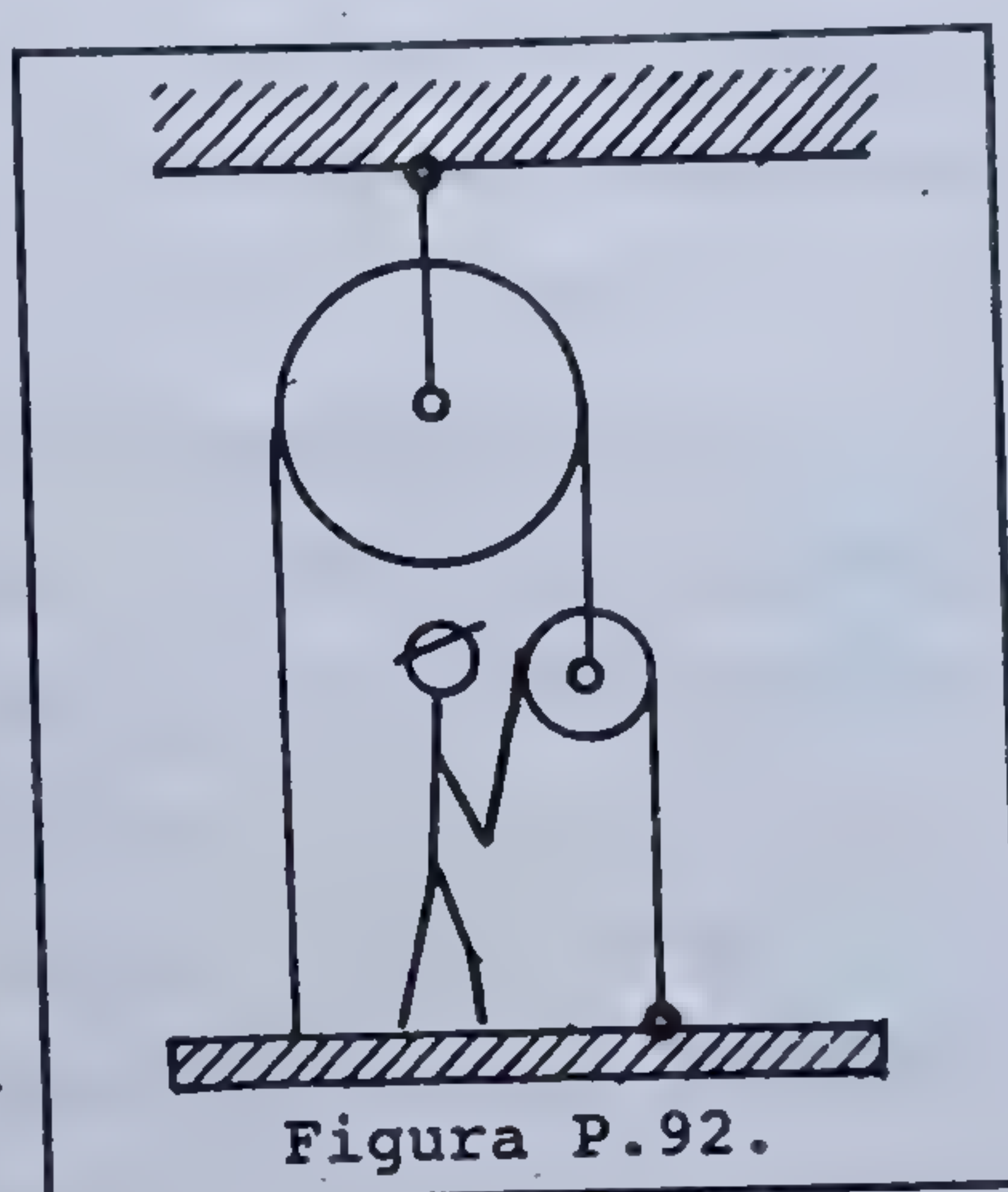
92. Pentru sistemul din figură să se calculeze:

a) Forța  $F_1$  cu care trage firul un om cu masa  $m = 60 \text{ kg}$  pentru a sta în echilibru pe platforma de masă  $M = 30 \text{ kg}$ .

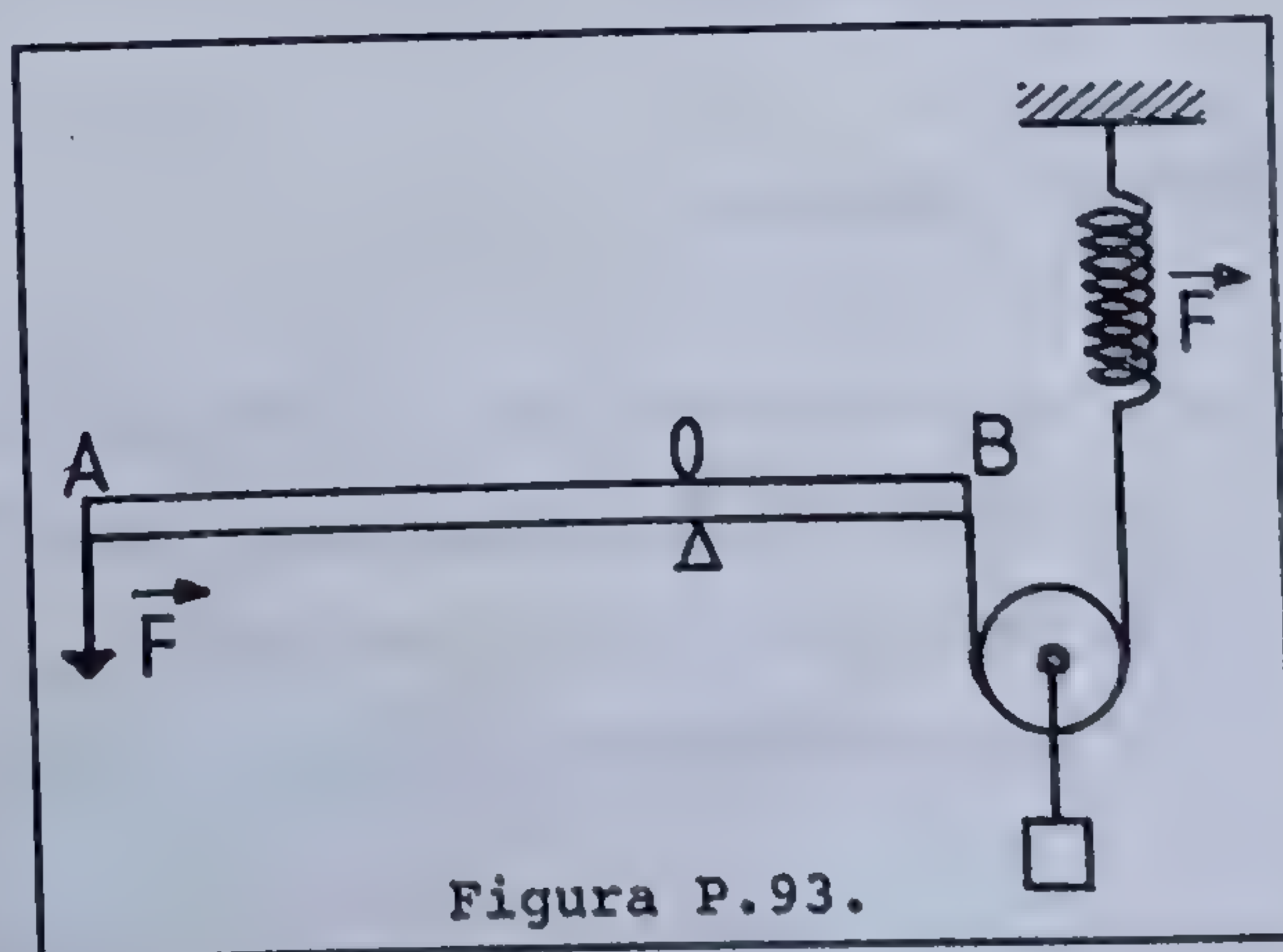
b) Forța  $F_2$  cu care apasă omul pe platformă.

c) Masa maximă  $M_{\max}$  a platformei pe care o poate susține omul.

(Olimpiadă 1990 - Iași)



93. Se consideră sistemul din figură, în care scripetele și pârghia se presupun ideale. Se dau  $OB/OA = 2/5$ ;  $k = 50 \text{ N/m}$  și masa corpului suspendat  $m = 1 \text{ kg}$ . Să se determine





mărimea forței  $F$  care menține pârghia în echilibru și alungirea resortului în acest caz. Se dă  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1992 - Iași)

94. Se sudează coaxial doi scripeti de raze diferite  $R_1$  și  $R_2 = R_1/2$ . Scripetele dublu se intercalează într-un dispozitiv conform figurii. Cele două resorturi au constante elastice identice.

a) Să se determine alungirile celor două resorturi cunoscând constanta lor elastică  $k$ , masa corpurilor suspendate  $m$ , masa scripetelui dublu  $M$  și accelerația gravitațională  $g$ . Capătul firului

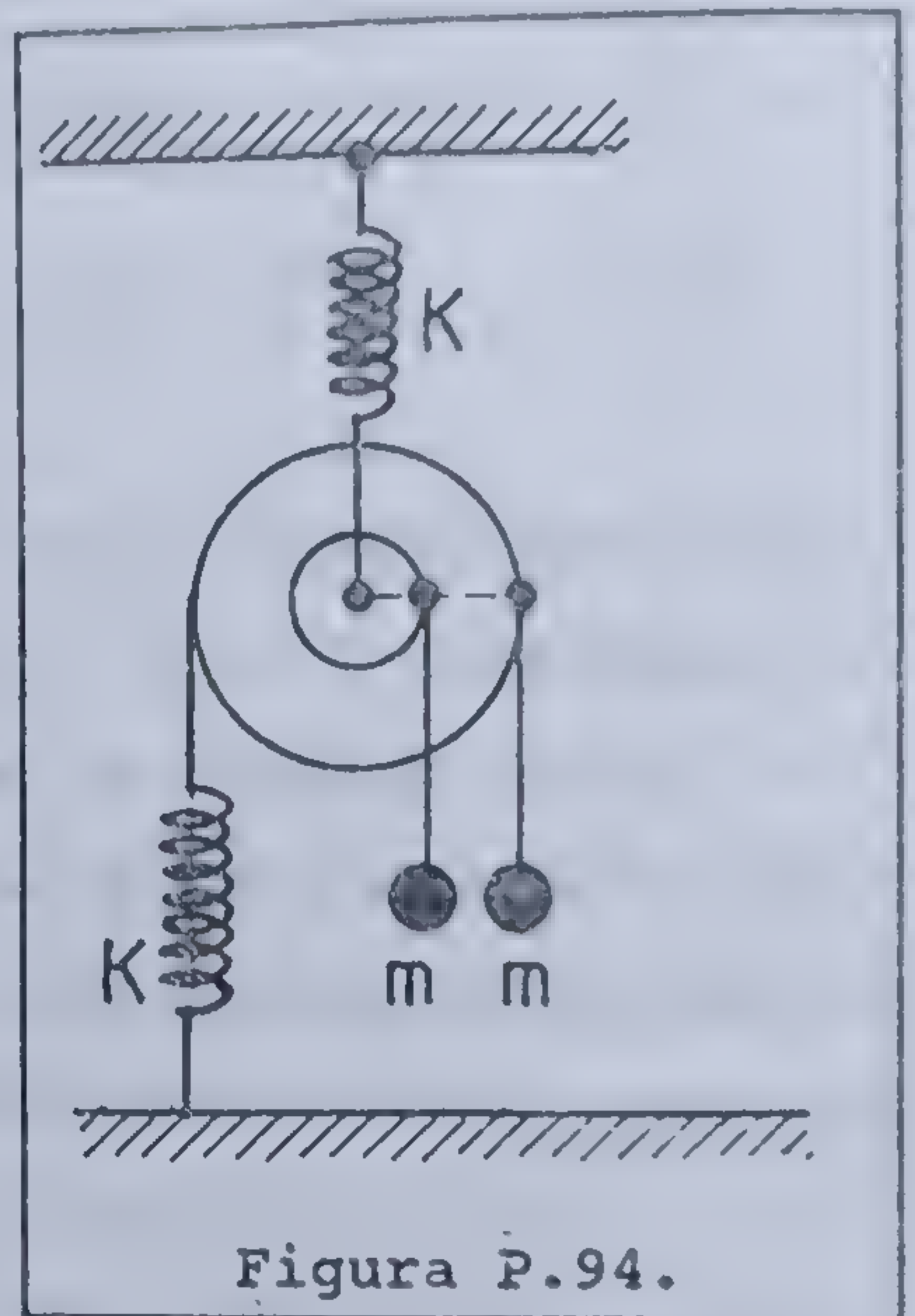


Figura P.94.

înfășurat pe scripetele de rază  $R_2$  este fixat de acesta (prin lipire sau printr-un cui).

### Energia mecanică

95. Explicați din punct de vedere energetic:

a) întoarcerea arcului unui ceas și relaxarea acestuia în timpul funcționării ceasului;

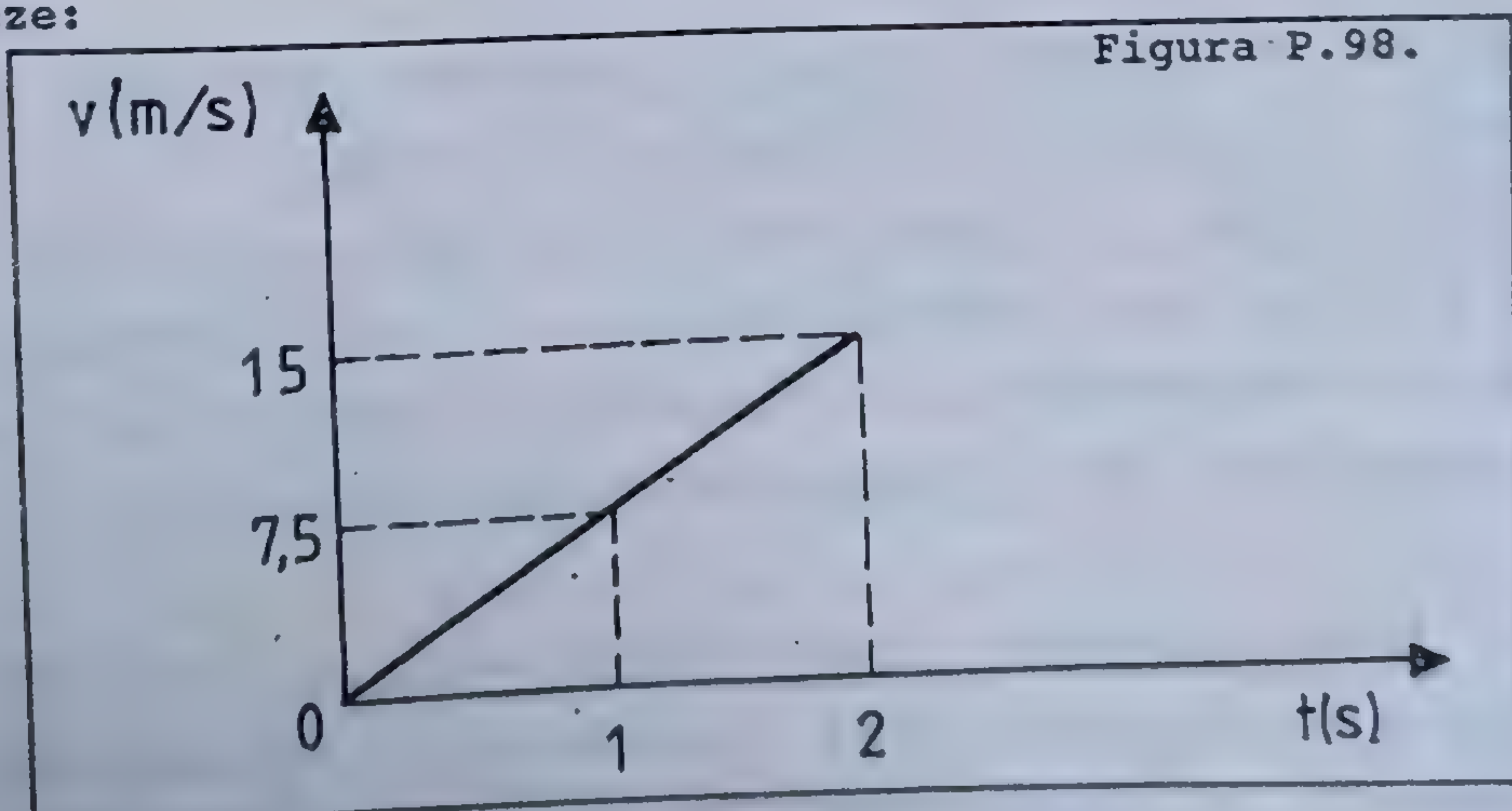
b) transformările care au loc la săritura cu prăjina.



96. Omul, consumând alimente, primește energie. Ce randament are mașina „OM” dacă efectuează un lucru zilnic egal cu  $10\text{MJ}$  în urma consumului unor alimente ce-i furnizează  $6000\text{kcal}$  ( $1\text{calorie} = 4,18\text{J}$ ). Ce cantitate de pâine ar trebui să consume zilnic, pentru a fi capabil să dezvolte lucrul mecanic de mai sus, dacă fiecare  $\text{kg}$  de pâine furnizează aproximativ  $2200\text{kcal}$ ?

97. Două corpuri de mase diferite au aceeași viteză. În ce raport sunt distanțele de oprire când aplicăm corpurilor aceeași forță de frânare?

98. Asupra unui corp cu masa de  $10\text{kg}$ , aflat pe o suprafață orizontală, acționează în plan orizontal două forțe constante, de modul  $F = 100\text{N}$  fiecare, între direcțiile cărora se formează un unghi de  $120^\circ$ . Mișcarea corpului se face cu frecare, forța de frecare fiind  $25\%$  din greutatea corpului ( $g = 10\text{N/kg}$ ). Corpul pornește din repaus și se deplasează cu frecare, având viteza reprezentată în figură. Să se calculeze:





a) Lucrul mecanic efectuat de rezultanta celor două forțe constante în timp de 2s.

b) Lucrul mecanic al forței de frecare în același interval de timp.

c) Energia cinetică a corpului la momentul  $t = 2s$ .

(Olimpiadă Iași - 1993)

99. Un glonț traversează orizontal un copac de grosime  $d = 25cm$ . Glonțul, de masă  $m = 30g$ , intră cu viteza  $v_1 = 700m/s$  și iese cu viteza  $v_2 = 100m/s$ . Să se calculeze forța de frecare dintre glonț și copac. Ce grosime maximă ar fi capabil să traverseze glonțul:

a) orizontal?

b) vertical, de jos în sus?

c) vertical, de sus în jos?

100. Pornind din repaus, un automobil cu masa  $m = 800kg$  atinge viteza  $v_1 = 10m/s$  după ce a parcurs distanța orizontală  $d_1 = 200m$ .

a) Să se determine forța de tracțiune, dacă forța de frecare reprezintă 10% din greutate ( $g = 10N/kg$ ).

b) Ce viteză  $v_2$  va atinge corpul după parcurgerea distanței  $d_2 = 100m$ , dacă forța de tracțiune se dublează? Presupunând că la atingerea vitezei  $v_2$  tracțiunea încetează (motorul este decuplat), pe ce distanță se va opri automobilul?

101. Asupra unui corp cu masa  $m = 2kg$ , aflat pe o suprafață orizontală, acționează forța  $F = 14,1N$  după o direcție care formează cu orizontala unghiul de  $45^\circ$  (în sus). Corpul se



deplasează pe distanța  $d = 1\text{m}$ . Coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală fiind  $\mu = 0,1$  să se calculeze:

- a) lucrul mecanic efectuat de forța  $F$ ;
- b) viteza corpului și energia lui cinetică când termină de parcurs distanța  $d$ ;
- c) puterea medie a motorului.

102. O barcă, împreună cu vâslașul din ea, are masa  $m = 150\text{kg}$ . Acesta împinge cu vâsla în mal cu o forță constantă  $F = 100\text{N}$  pînă când barca se depărtează cu  $d_1 = 1,2\text{m}$  de mal. Ce viteză capătă barca, dacă în continuare aceasta se deplasează liber o distanță  $d_2 = 8,8\text{m}$  pînă la oprire?

103. Un vehicul cu masa  $m = 1000\text{kg}$  se mișcă cu viteză constantă  $v = 15\text{m/s}$  când motorul are puterea  $P = 45\text{kW}$ . Care este spațiul de oprire dacă motorul se defectează, considerând forța de frecare constantă? Cu ce forță suplimentară trebuie frânat vehiculul, pentru ca acesta să se oprească pe distanța  $d = 22,5\text{m}$ ?

104. Un corp, aruncat vertical în sus, are la înălțimea  $h = 20\text{m}$  energia cinetică egală cu cea potențială gravitațională. Care este viteza cu care a fost aruncat corpul, la ce înălțime maximă ajunge acesta și cu ce viteză atinge Pămîntul?

105. Un corp cu masa  $m = 0,4\text{kg}$  este lăsat să cadă liber de la înălțimea  $h = 380\text{m}$ . După ce parcurge distanța  $h_1 = 80\text{m}$  corpul pătrunde într-un nor orizontal de grosime  $d = 100\text{m}$  din care iese cu o viteză egală cu jumătate din cea cu care intră în nor.



- a) Aflați forța de rezistentă opusă corpului de nor.  
b) Cu ce energie cinetică ajunge corpul la nivelul solului? ( $g = 10\text{N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1988 - Iași)

106. Un parașutist cu masa  $m = 100\text{kg}$  cade (practic plecând din repaus) de la înălțimea  $H = 1000\text{m}$ . Când se află la înălțimea  $h = 800\text{m}$  se deschide parașuta și viteza lui începe să scadă pînă ce atinge o valoare minimă constantă. În acest timp parașutistul parcurge distanța de  $50\text{m}$  și forța de rezistență medie este  $F_r = 2000\text{N}$ . Să se determine:

- a) Care este forța de rezistentă întâmpinată de parașutist în apropierea solului?  
b) Care este energia cinetică a parașutistului la contactul cu solul? ( $g = 10\text{N/kg}$ )

Se neglijează forța de rezistență întâmpinată de parașutist înainte de deschiderea parașutei.

(Olimpiadă 1992 - Iași)

107. Un corp cade liber pe verticală iar altul pe un plan înclinat, de la aceeași înălțime ca primul. Neglijând frecările, care corp va avea jos (la nivelul bazei planului înclinat) viteza mai mare?

108. Un resort este comprimat cu  $\Delta l = 5\text{cm}$ , forța deforma-toare atîngând pentru această deformare valoarea  $F = 400\text{N}$ . Cît timp poate funcționa, prin destinderea resortului, o jucărie cu puterea  $P = 0,25\text{W}$ ?



109. O minge cade liber de la înălțimea  $h = 10\text{m}$ . După fiecare ciocnire cu solul, energia cinetică este cu 20% mai mică decât energia cinetică pe care o are mingea înaintea ciocnirii. La ce înălțime se ridică mingea după a treia ciocnire cu solul?

(Olimpiadă 1985 - Iași)

110. O bilă este atârnată vertical de un fir inextensibil cu lungimea  $l = 0,5\text{m}$ . Se înclină firul, menținut întins, sub un unghi de  $45^\circ$  față de verticală și se dă drumul bilei (fără viteză inițială). Care este viteza pe care o are bila când firul trece prin poziția verticală?

111. Un corp cu masa  $m = 2\text{kg}$  se află în repaus pe o platformă orizontală aflată la înălțimea  $h = 4\text{m}$  față de Pământ. Inițial corpul se găsește în punctul A, la distanța  $AB = d = 50\text{cm}$  de marginea B a platformei. Așupra corpului acționează, paralel cu platforma, o forță  $\vec{F}$  având sensul spre B și forța de frecare  $\vec{F}_f$ , care reprezintă 50% din greutatea corpului. Corpul ajunge în B cu o energie cinetică  $E_c = 20\text{J}$ . Să se determine:

- a) valoarea forței  $F$ ;
- b) energia cinetică cu care corpul lovește Pământul dacă, în momentul în care corpul părăsește platforma, forța  $\vec{F}$  încetează să acționeze;
- c) de la ce înălțime ar trebui să cadă liber un alt corp, identic cu primul, pentru a avea aceeași energie în momentul când atinge Pământul? ( $g = 10\text{N/kg}$ )

(Olimpiadă 1987 - Iași)



112. Ce energie cinetică minimă trebuie să aibă un sac de ciment având masa de 50kg, lansat de la înălțimea  $h = 1\text{m}$ , pentru a trece peste oblonul unui autocamion cu marginea superioară aflată la înălțimea  $H = 2,5\text{m}$ ? (Se va lua  $g = 10\text{N/kg}$ )

(Olimpiadă 1993 - etapa națională)

113. Un corp cu masa  $m = 2\text{kg}$  este lăsat liber pe un plan înclinat AB de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , de la înălțimea  $h = 5\text{m}$ . Corpul își continuă mișcarea pe un plan orizontal BC cu lungimea  $l_0 = 1\text{m}$ , apoi urcă pe unul înclinat CD de unghi  $\beta = 60^\circ$ .

a) Considerând frecările nule pe cele trei planuri calculați energia cinetică a corpului în punctele B și C și distanța  $l$  pe care o va parcurge pe planul CD până în momentul opririi (înainte de a începe coborârea);

b) Considerând că pe planul orizontal forța de frecare reprezintă 25% din greutatea corpului, calculați lucrul mecanic al forței de frecare.

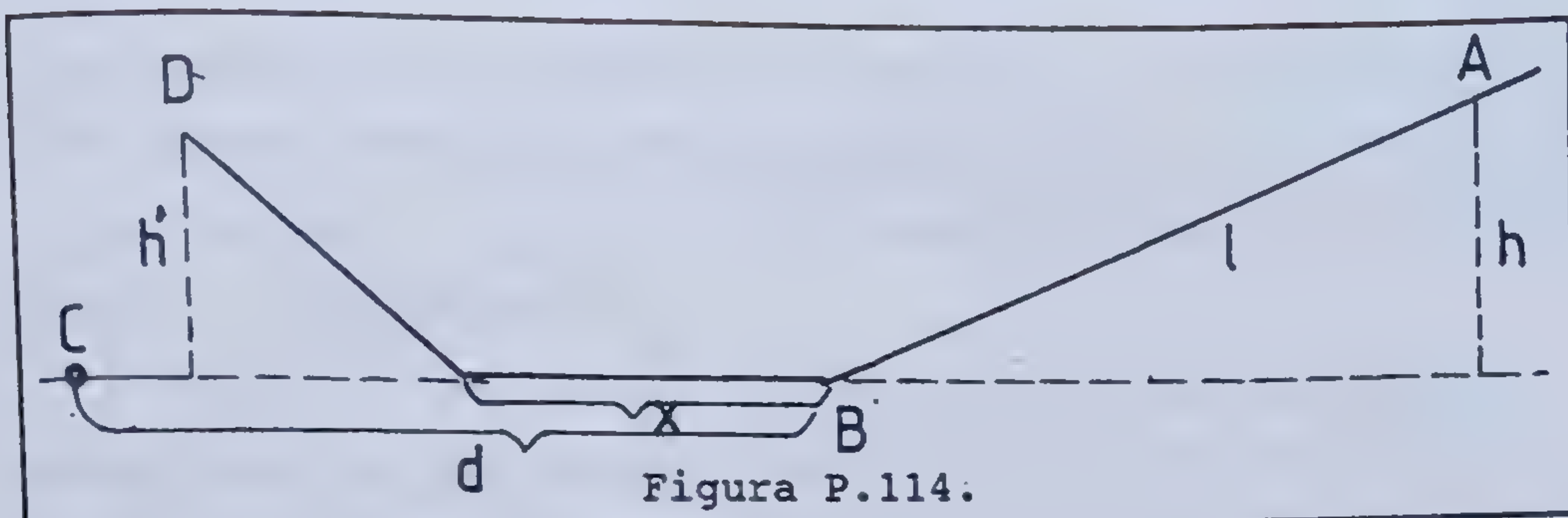
Se va lua  $g = 10\text{N/kg}$ .

(Olimpiade 1984 și 1985 - etapa națională)

114. Planul înclinat din figură are randamentul mecanic  $\eta = 0.8$ , înălțimea  $h = 5\text{m}$  și lungimea  $l = 10\text{m}$ . Se lasă liber din vârful planului un corp care parcurge în continuare o suprafață orizontală, oprindu-se în punctul C la distanța  $d$  de B. Forțele de frecare rămân constante pe tot parcursul.

a) Calculați distanța  $d$ ;



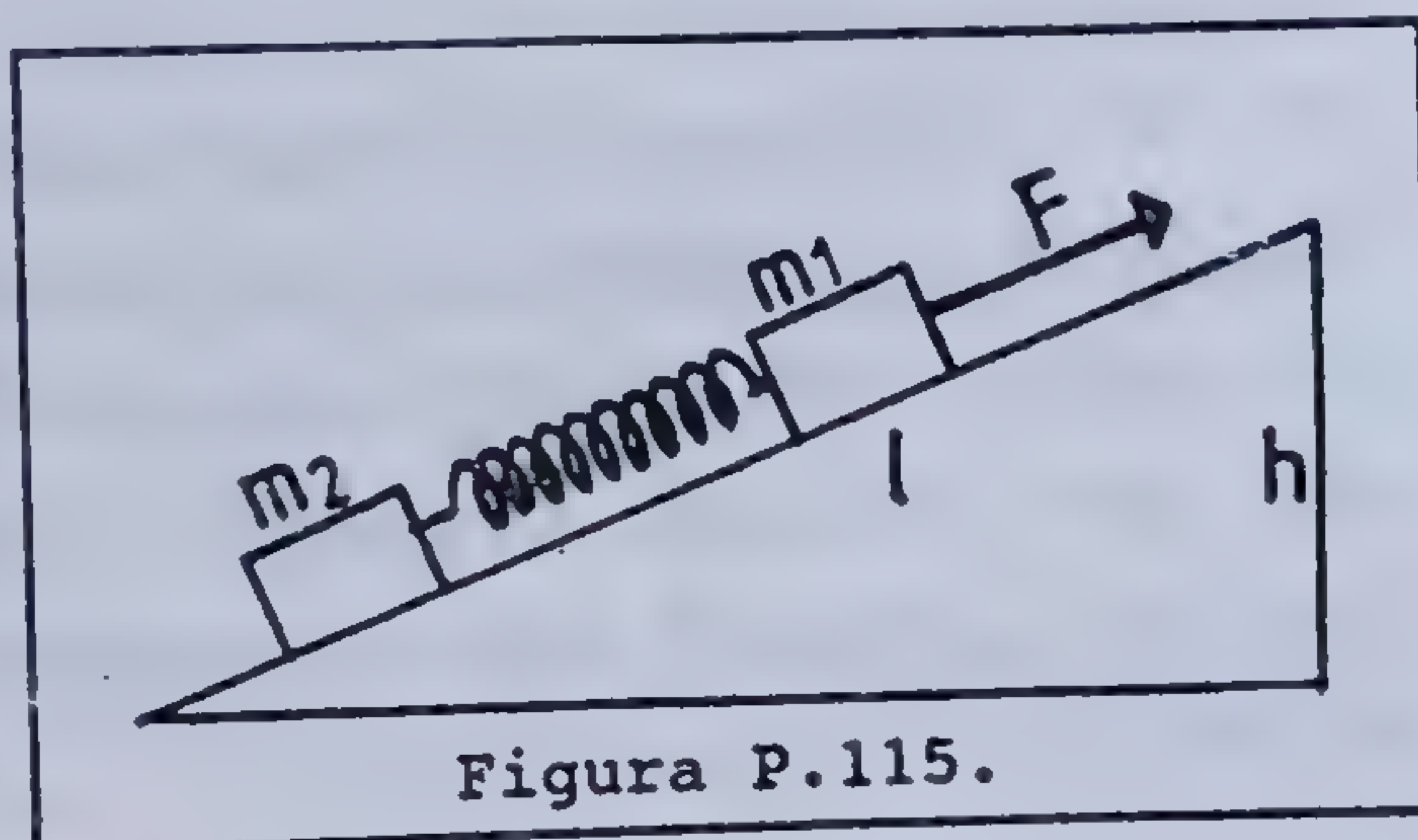


b) La ce distanță  $x$  de punctul B trebuie așezată o suprafață înclinată perfect netedă (fără frecări) astfel încât corpul să atingă pe această suprafață înălțimea maximă  $h = 3\text{m}$ ;

c) Suprafața netedă înclinată de la punctul b) devine orizontală. Unde se va opri corpul în acest caz?

(Olimpiadă 1987 - Iași)

115. Fie planul înclinat cu înălțimea  $h = 5\text{m}$  și lungimea  $l = 10\text{m}$ . Două corpuri mici, identice, de mase  $m_1 = m_2 = 6\text{kg}$  sunt ridicate uniform. Randa-



mentul de ridicare pentru fiecare corp pe plan este  $\eta = 75\%$ . Știind că resortul fixat între corpuri are în stare nedeformată lungimea  $l_0 = 8\text{cm}$ , constanta elastică  $k = 2 \cdot 10^3\text{N/m}$  și masa neglijabilă, să se calculeze:

- distanța dintre corpuri în timpul urcării;
- energia potențială totală a celor două corpuri în momentul în care primul ajunge în vârful planului;



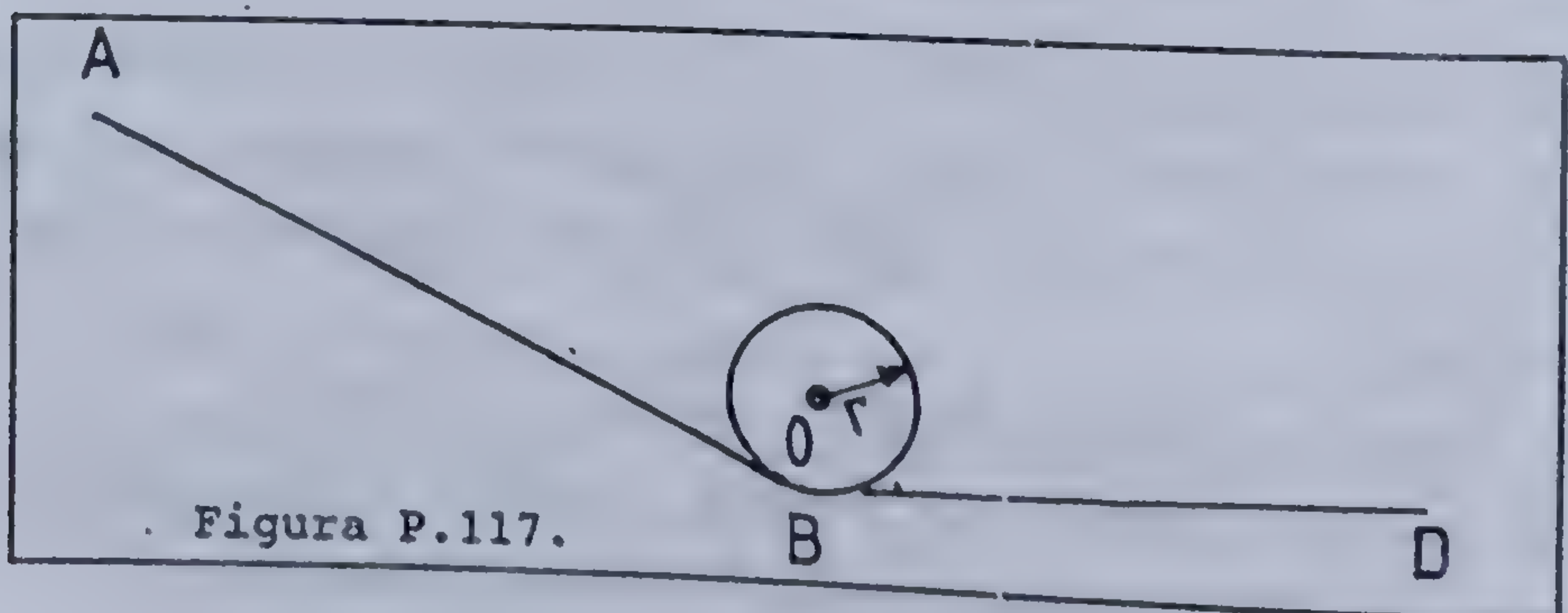
c) Poate coborâ sistemul celor două corpuri pe planul înclinat când forța de tracțiune încetează să mai acționeze? Se va considera  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1988 - Iași)

116. Un corp de masă  $m = 1 \text{ kg}$  este aruncat în jos din vârful unui plan înclinat cu  $l = 6 \text{ m}$  și  $h = 3 \text{ m}$ , constatându-se că în timpul coborârii corpului viteza acestuia rămâne constantă. Să se calculeze:

- a) lucrul mecanic al greutatei;
- b) lucrul mecanic al forței de frecare;
- c) lucrul mecanic al forței de tracțiune care urcă uniform corpul de la bază pînă în vârful planului înclinat;
- d) variația energiei potențiale a corpului între baza și vârful planului înclinat.

117. Un corp de masă  $m = 1 \text{ kg}$  alunecă fără frecare pe un plan înclinat cu lungimea de  $10 \text{ m}$  și unghi  $\alpha = 30^\circ$ , își continuă apoi drumul fără frecare descriind o buclă cu raza  $r = 1 \text{ m}$  după care parcurge suprafața orizontală BD unde forța de frecare reprezintă 25% din greutate (vezi figura). Să se calculeze:





- a) componentele normală și tangențială ale greutății;
- b) energia cinetică în punctul C,  $E_{cc}$ ;
- c) raportul energiilor cinetice din punctele C și B,  $E_{cc}/E_{cb}$ ;
- d) distanța BD parcursă pe porțiunea orizontală pînă la oprire.

(Olimpiadă 1986 - etapa națională)

118. Din vârful A al unui plan înclinat este lăsat liber să alunece cu frecare, de la înălțimea  $h = 10\text{m}$ , un corp de masă  $m = 70\text{kg}$ . Corpul își continuă drumul cu frecare pe o porțiune orizontală oprindu-se în punctul B.

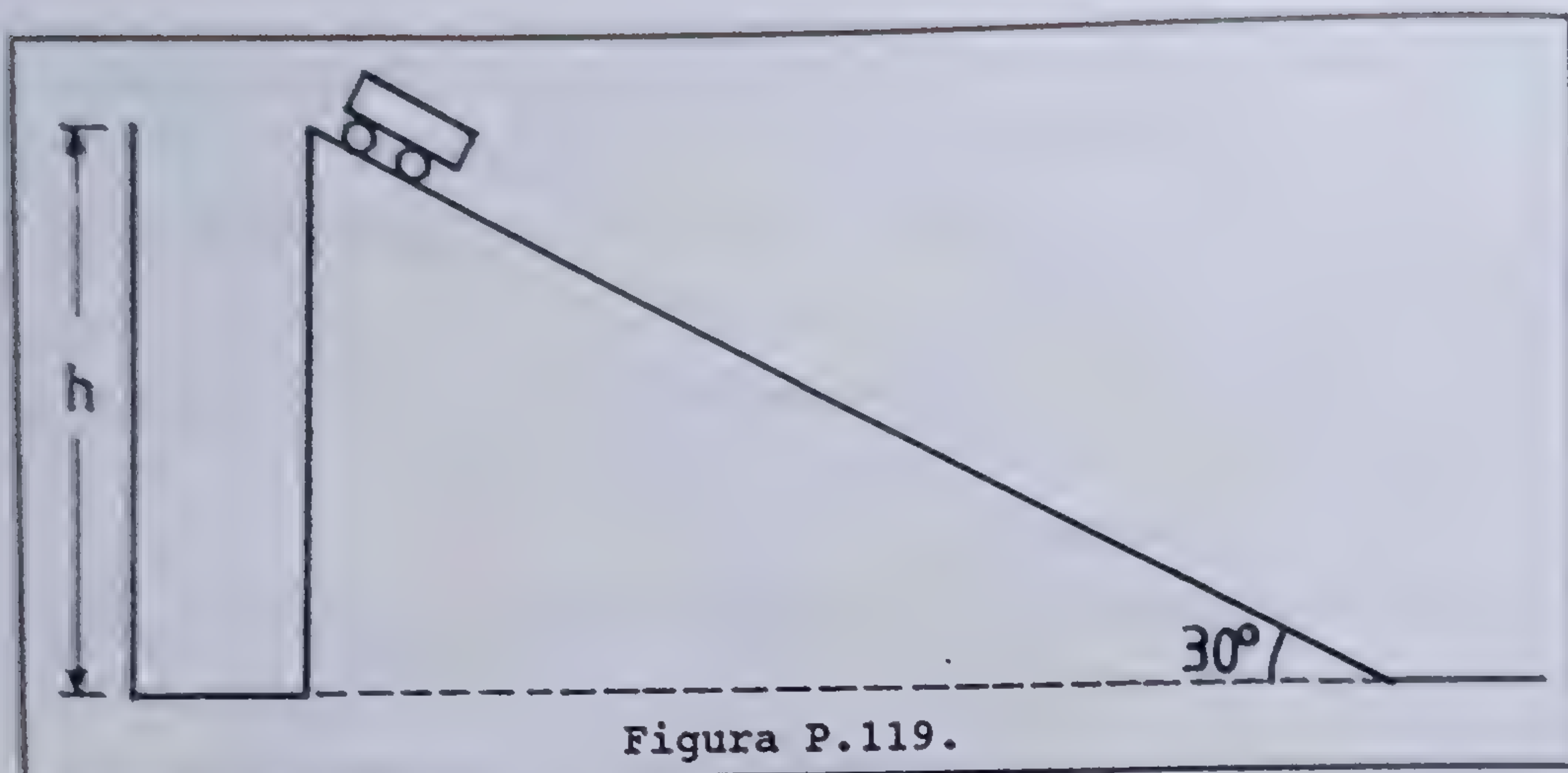
- a) Ce lucru mecanic efectuează forța de frecare pînă la oprire?
- b) Ce lucru mecanic va trebui efectuat pentru a readuce corpul, cu viteză constantă, în punctul de plecare?
- c) Ce putere este necesară în cazul punctului b) dacă operația durează  $t = 50\text{s}$ ? ( $g = 10\text{N/kg}$ )

(Olimpiadă 1993 - etapa națională)

119. Un vagonet cu minereu având masa  $m = 2\text{t}$  este ridicat uniform cu un ascensor vertical, la suprafață, în 50s. Motorul ascensorului are o putere de 2kw iar randamentul instalației este de 80%. La suprafață, vagonetul este lăsat liber pe șine, pe un drum cu înclinare de 30% care se continuă pe orizontală. Forța de frecare pe porțiunea înclinată este neglijabilă, iar pe porțiunea orizontală este de 1/10 din greutatea vagonetului. Se cere:

- a) înălțimea la care a fost ridicat vagonetul;



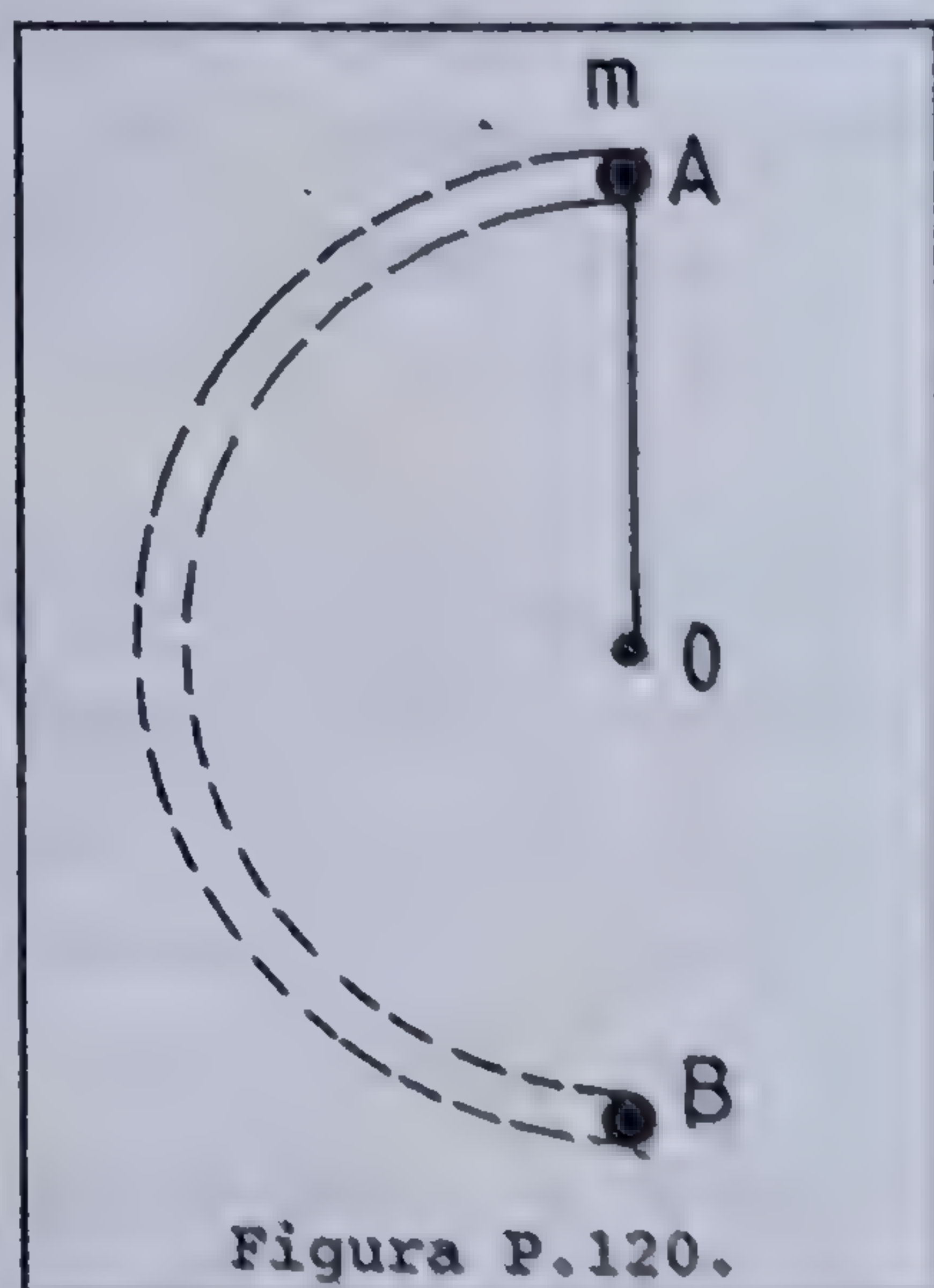


- b) distanța totală parcursă de vagonet pînă la oprire;  
 c) presiunea exercitată de vagonet asupra șinelor pe porțiunea înclinată, dacă suprafața totală între roți și șine este de  $2\text{cm}^2$ . (Se va considera  $g = 10\text{N/kg}$ )

(Olimpiadă 1977 - etapa națională)

120. Un corp de masă  $m = 10\text{ kg}$  este fixat la căpătul unei tije rigide, de masă neglijabilă, având lungimea  $l = 2\text{m}$ , articulată în punctul O. Inițial tija este în repaus în poziție verticală cu corpul de masă  $m$  în punctul A. Lăsăm sistemul să se miște liber.

- a) Calculați energia cinetică a corpului când tija trece prin poziția orizontală și energia cinetică în punctul B.



- b) Știind că în punctul B corpul lovește un cui aflat în peretele vertical căruia îi transmite 75% din energia sa



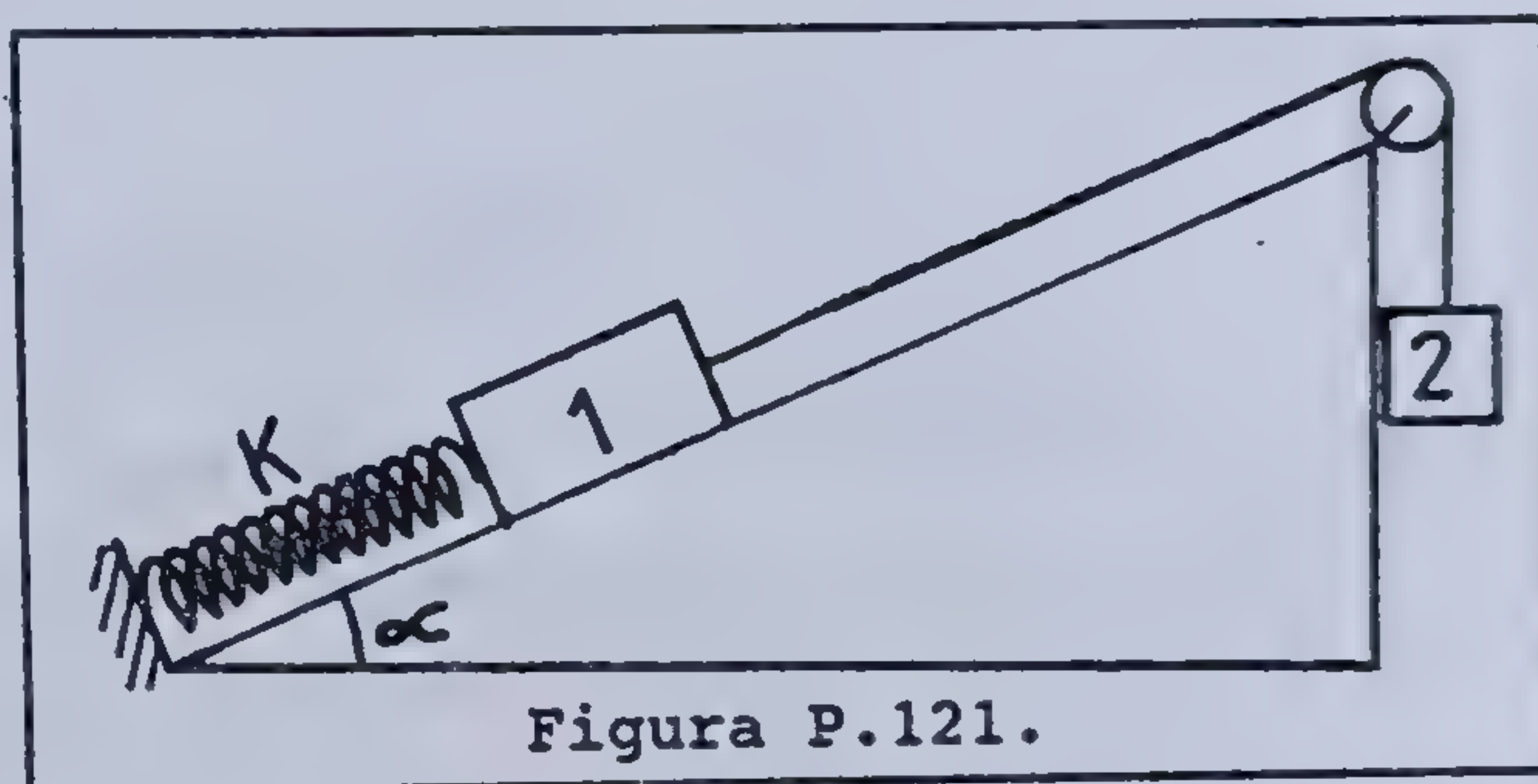
cinetică, iar forța de rezistență medie la înaintarea cuiului este  $F_R = 100 \text{ kN}$ , să se calculeze adâncimea la care intră cuiul în perete.

c) Presupunând că tija este omogenă, de masă  $M = 10 \text{ kg}$ , determinați lucrul mecanic necesar readucerii sistemului tijă-corp în starea mecanică inițială.

Se va lua  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1988 - etapa națională)

121. În sistemul din figură se cunosc: unghiul  $\alpha = 30^\circ$ ; masele  $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$  și constanta elastică a resortului considerat ideal  $k = 200 \text{ N/m}$ .



a) Determinați alungirea  $\Delta l$  a resortului când sistemul este în echilibru, dacă forța de frecare  $F_f$  a corpului 1 cu planul reprezintă 10% din greutatea sa;

b) Se desprinde resortul. În acest moment corpul 2 se află la înălțimea  $h = 80 \text{ cm}$  față de sol. Să se afle lucrul mecanic al forței de frecare  $L_{ff}$  și variațiile energiilor potențiale  $\Delta E_{p1}$  și  $\Delta E_{p2}$  ale celor două corpuri pînă când corpul 2 atinge solul.

c) Care este valoarea  $d$  a deplasării corpului 1 pe planul înclinat pînă la oprire, din momentul desprinderii resortului? Planul înclinat se presupune suficient de lung astfel încât corpul 1 să nu ajungă la scripete; scripetele se presupune ideal. Se va lua  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1989 - etapa națională)



122. Un cub de latură  $l$  și masă  $m$  este deplasat uniform pe orizontală pe o distanță  $d$ . Forța de frecare la alunecare este a zecea parte din greutatea sa. Să se calculeze:

a) lucrul mecanic efectuat pentru a-l deplasa prin alunecare pe distanța  $d$ .

b) lucrul mecanic efectuat pentru a-l deplasa prin rostogolire pe distanța  $d$ .

c) valoarea forței de frecare astfel încât lucrurile mecanice în cele două cazuri să fie egale.

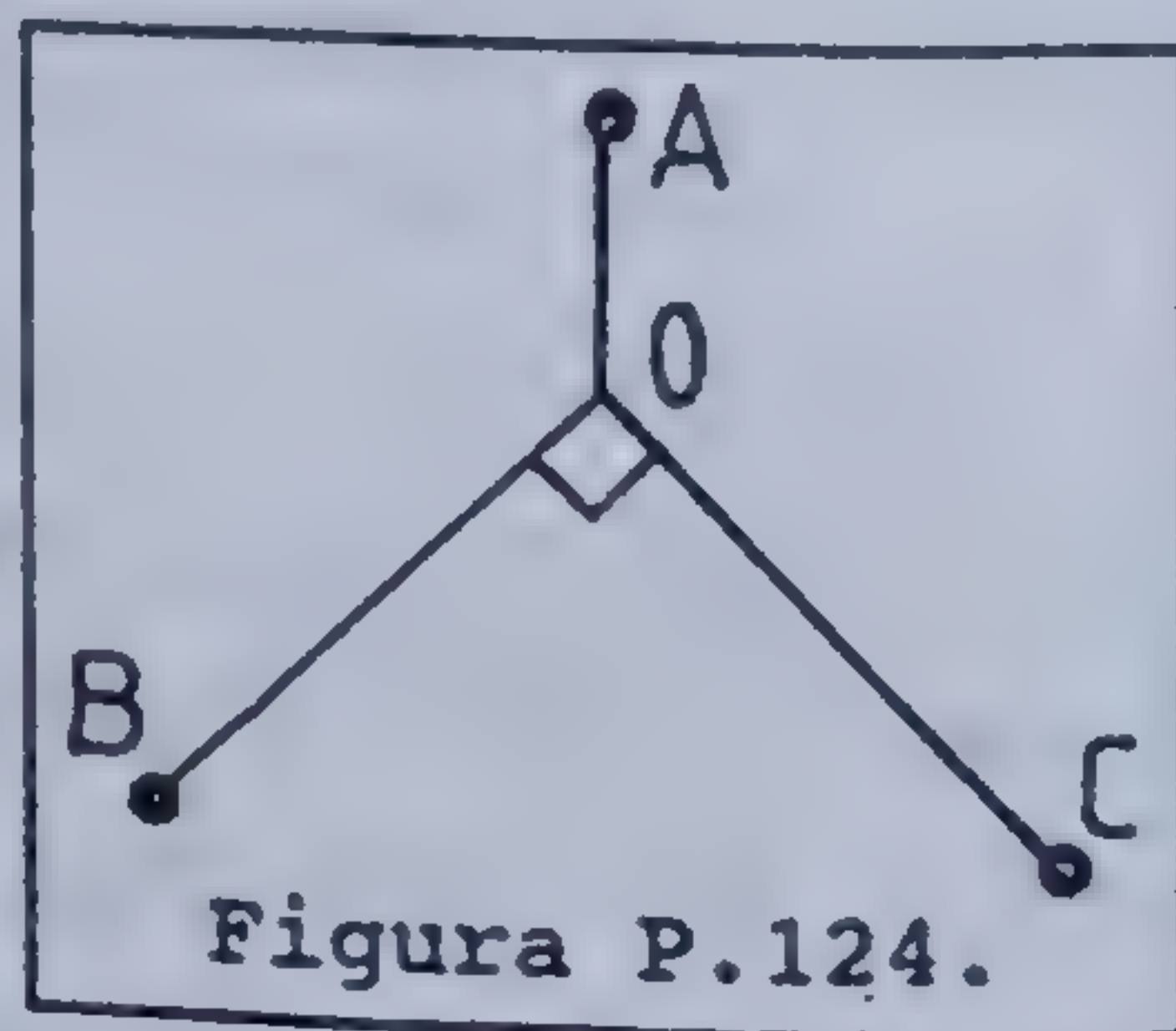
Aplicație numerică:  $l = 0,1\text{m}$ ;  $d = 10\text{m}$ ;  $m = 5\text{kg}$ ;  $g = 10\text{N/kg}$ .

(Olimpiadă 1990 - etapa națională)

123. O cărămidă dublă cu dimensiunile  $L = 20\text{cm}$ ,  $l = 10\text{cm}$  și  $l' = 10\text{cm}$  stă pe suprafața de arie minimă. Comparați lucrul mecanic cheltuit pentru a răsturna cărămida prin rotire în jurul unei muchii a bazei cu lucrul mecanic consumat pentru a readuce cărămida în poziția inițială. Se dau:  $\rho = 5\text{g/cm}^3$  și  $g = 10\text{N/kg}$ .

#### Echilibrul corpurilor

124. Pe o masă orizontală sunt practicate trei orificii bine lustruite A, B, C care formează vârfurile unui triunghi echilateral (figura P.124.). Prin cele trei orificii se trec trei fire, ale căror capete superioare se înoadă în punctul O. Celelalte capete au fixate

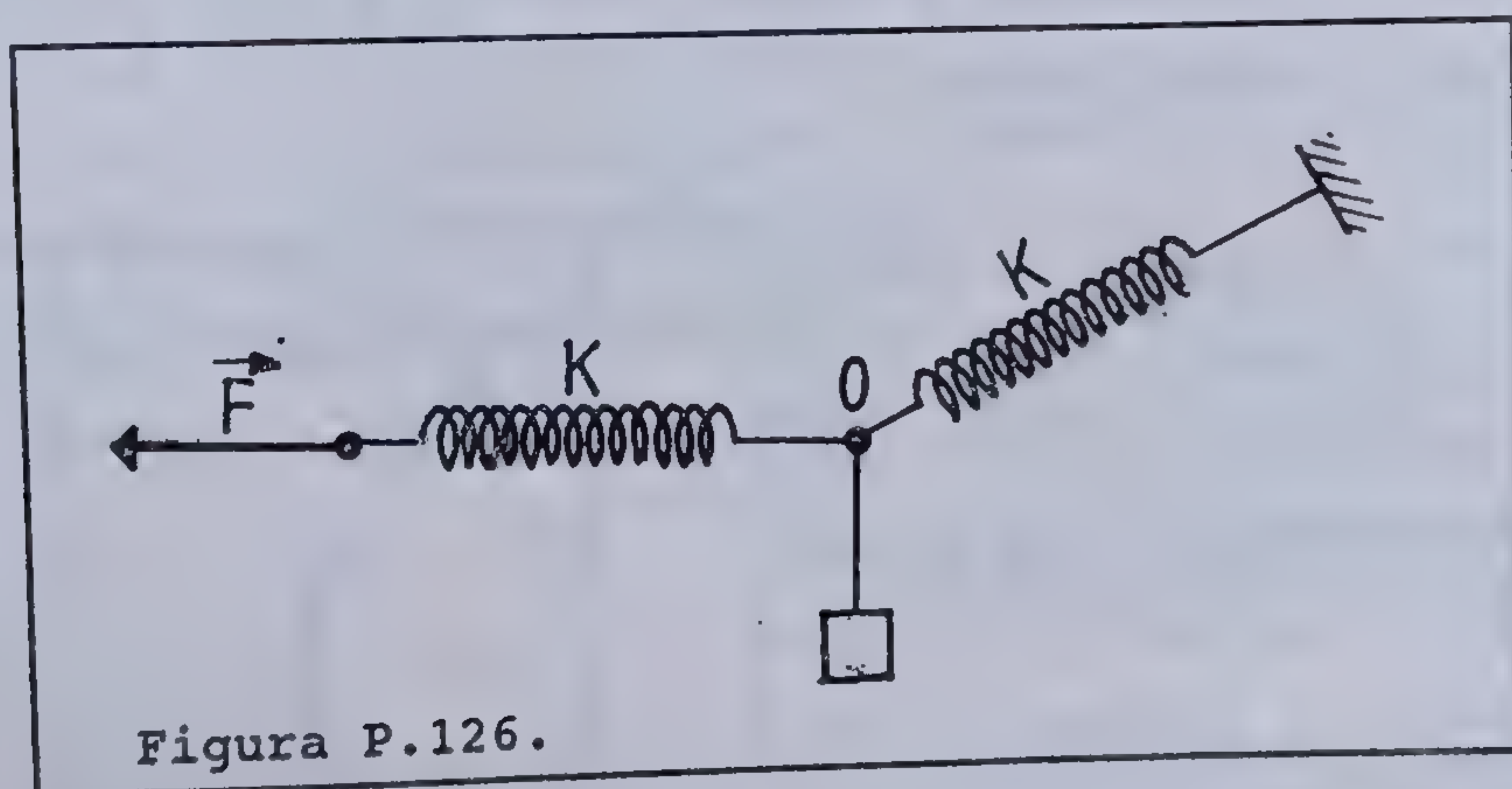




greutăți, astfel încât unghiul  $\angle BOC = 90^\circ$ . Considerând greutatea atârnată de firele din B și C egale, comparați volumul acestora cu volumul greutății atârnată de firul care trece prin punctul A. Corpurile suspendate în B și C sunt din aluminu ( $\rho_{Al} = 2,7 \text{ g/cm}^3$ ) iar cel din A din fier ( $\rho_{Fe} = 7,8 \text{ kg/dm}^3$ ).

125. Cu ce forță orizontală poate fi menținut în repaus un corp de masă  $m = 2 \text{ kg}$  pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , dacă frecările se neglijează?

126. Două resorturi au aceeași constantă elastică de  $1000 \text{ N/m}$  și sunt legate ca în figură. În punctul O este suspendat un corp și sistemul obținut este în echilibru. Să se determine:



- masa corpului suspendat dacă forța  $F$  acționează pe direcție orizontală iar diferența pătratelor elongațiilor resorturilor este de  $0,0009 \text{ m}^2$ ;
- valorile forțelor elastice dacă raportul lor este  $0,8$ ;
- elongațiile resorturilor ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1989 - etapa județeană)



127. O bară cu greutatea neglijabilă se sprijină pe două suporturi, ca în figură. Se dau  $AB = BC = 0,4 \text{ m}$ . La capătul C se suspendă un corp cu masa  $m = 8 \text{ kg}$ . Să se calculeze valoarea forțelor cu care acționează bara asupra suporturilor A și B.

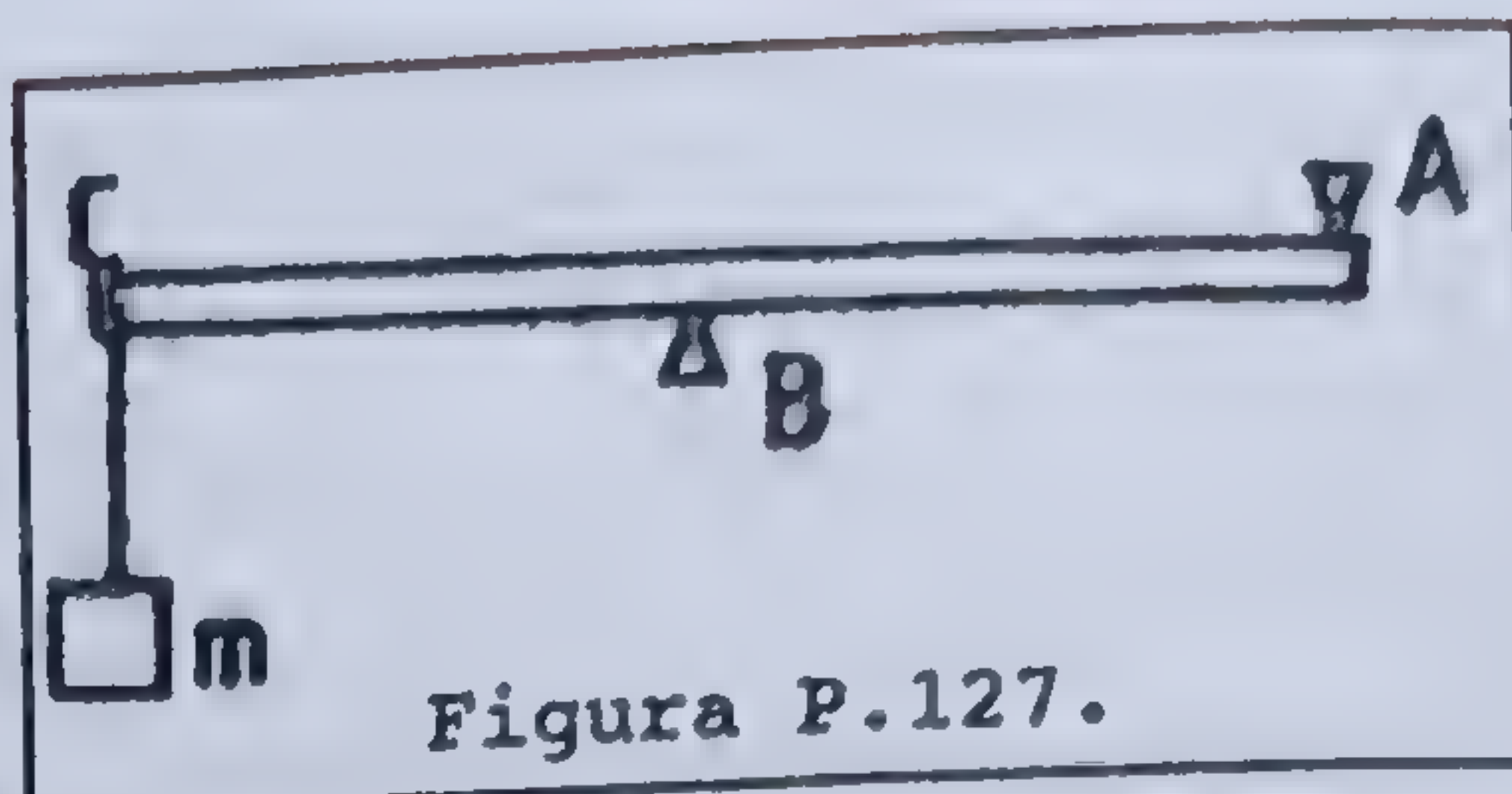


Figura P.127.

128. O grindă cu lungimea  $l = 1 \text{ m}$  și greutatea  $G_0 = 200 \text{ N}$  se sprijină la capete pe două suporturi. În punctul M, situat la distanța  $d = 20 \text{ cm}$  de capătul din stânga al grinzii se atârnă o greutate  $G = 500 \text{ N}$ . Cu ce forțe acționează suporturile asupra barei?

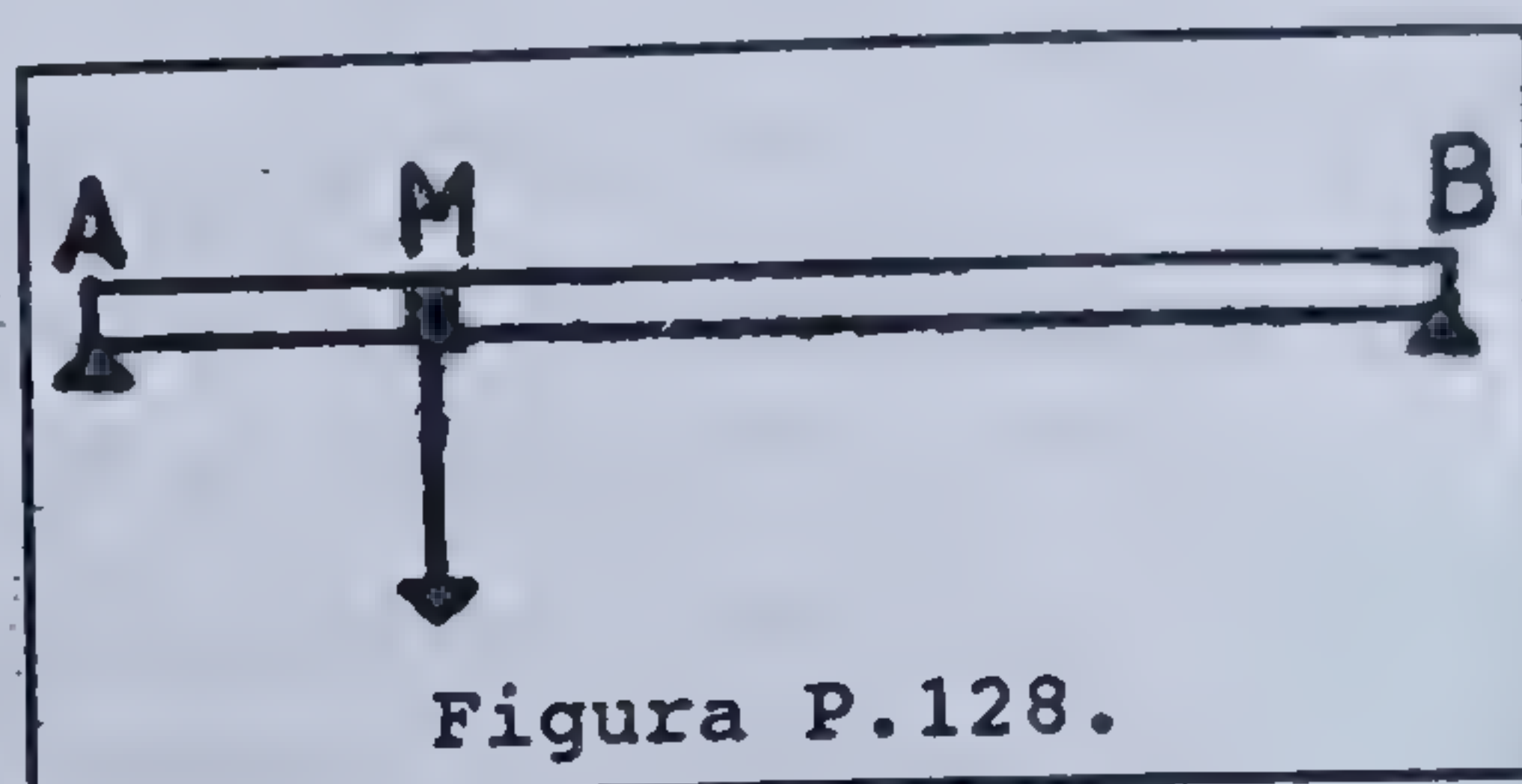


Figura P.128.

129. Un cub omogen cu latura  $l = 20 \text{ cm}$  și masa  $m = 30 \text{ kg}$  trebuie rostogolit în jurul muchiei perpendiculare pe planul figurii în punctul B. La ce distanță  $x$  de punctul A trebuie să aplicăm forța orizontală  $F$  pentru ca această forță să fie minimă ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

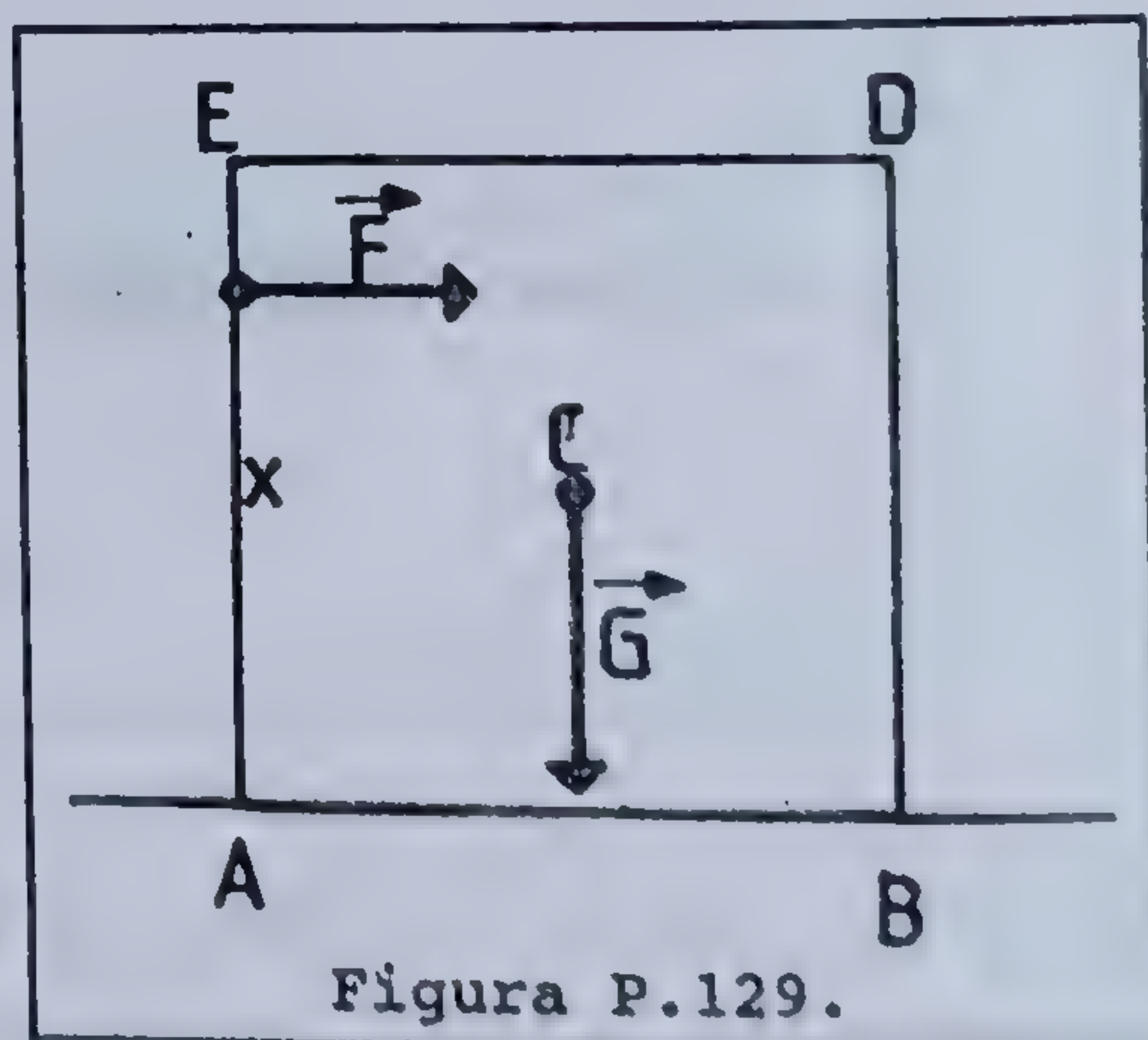


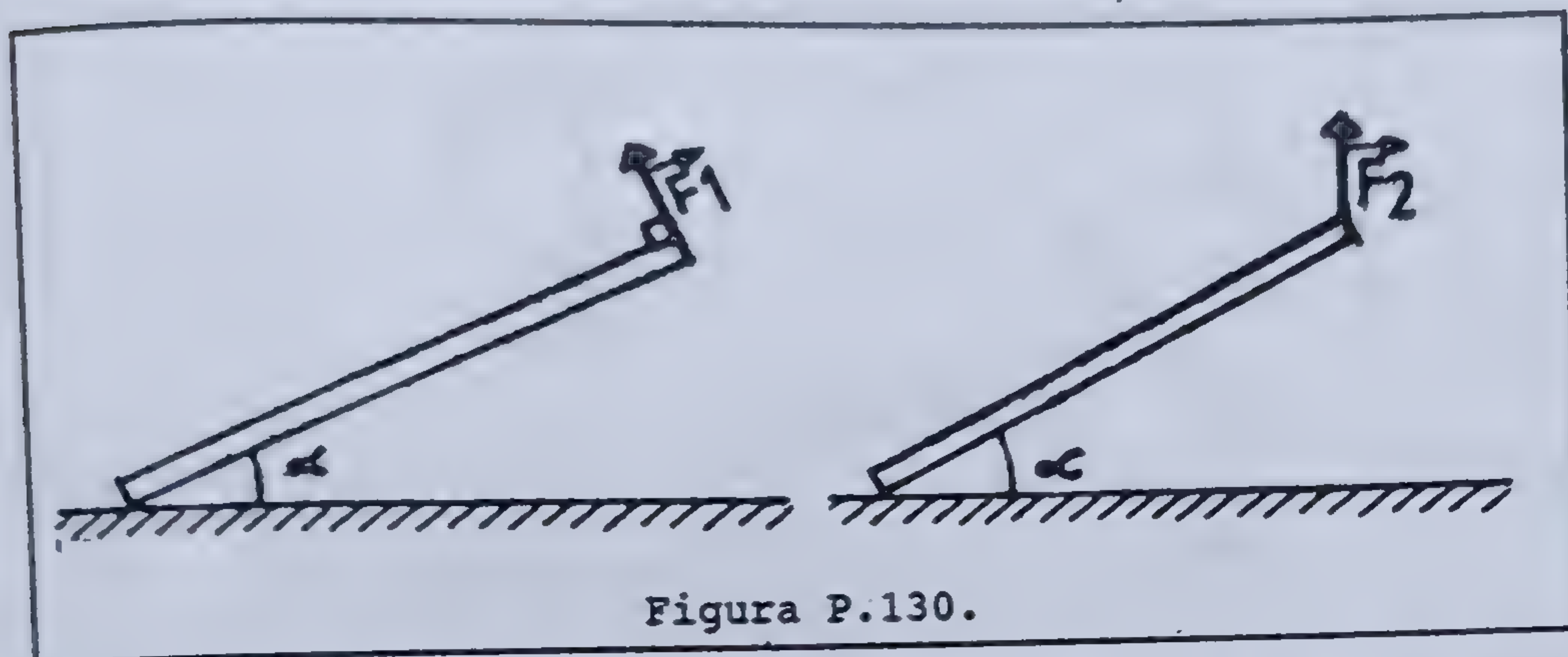
Figura P.129.

(Precizați ce valoare are această forță minimă.)

130. Un elev menține o scândură în echilibru acționând, la unul din capete, fie perpendicular pe scândură, fie vertical. Unghiul pe care scândura îl face cu orizontala este



$\alpha = 30^\circ$ . Să se compare forțele cu care acționează elevul în cele două cazuri cu greutatea scândurii și între ele.



131. O bară AB orizontală, de lungime  $l = 1\text{m}$  și de masă neglijabilă, se sprijină în punctele A și B pe două resorturi de constante elastice  $k_1 = 200\text{N/m}$  și  $k_2 = 300\text{N/m}$ . Pe bară se așează un corp de masă  $m = 5\text{kg}$ .

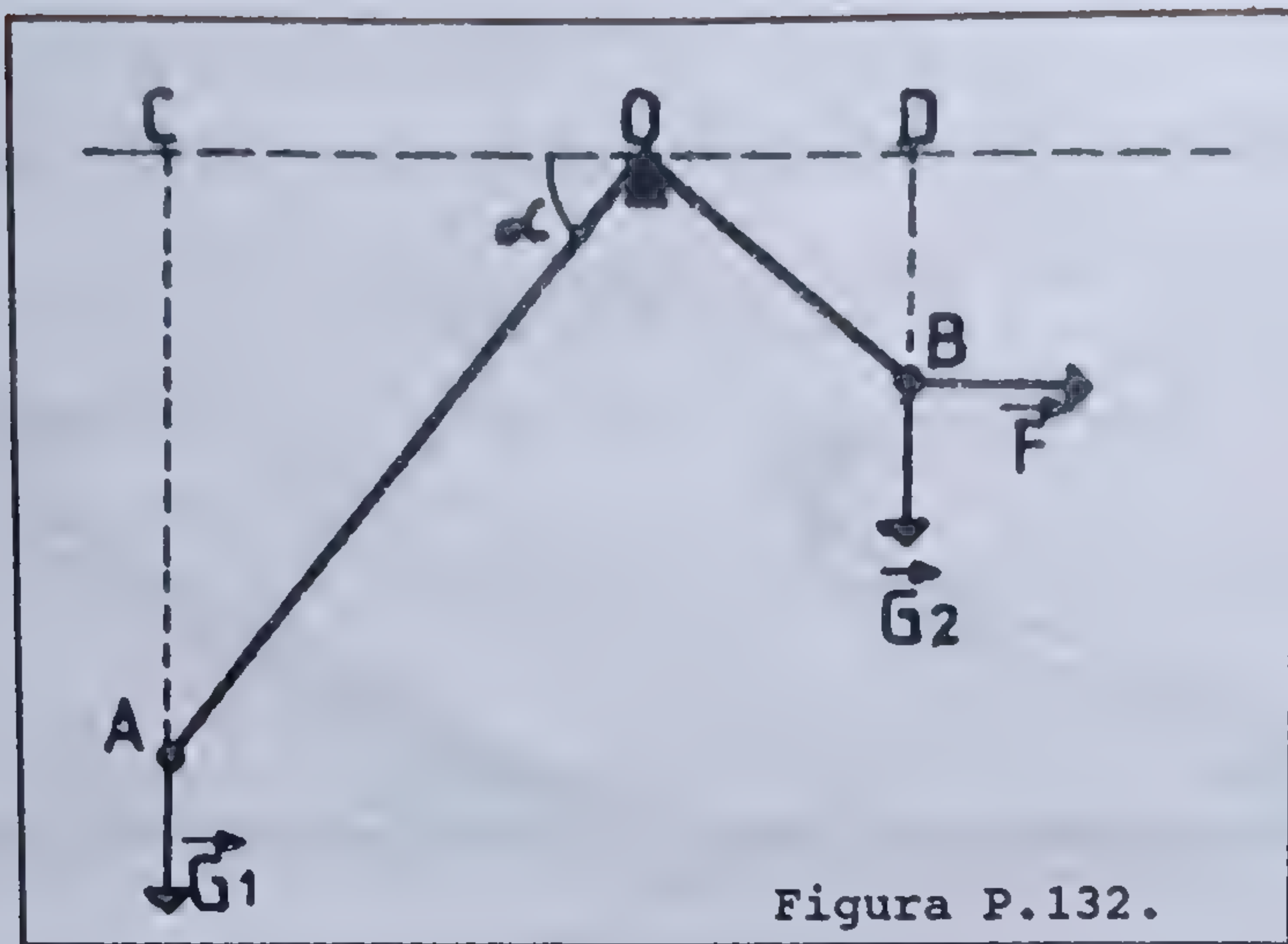
- La ce distanță de punctul A trebuie așezat corpul pentru ca bara să rămână orizontală?
- Cu cât coboară bara după ce a fost așezat corpul?
- Cu cât a variat energia potențială a corpului?

(Olimpiadă 1986 - Iași)

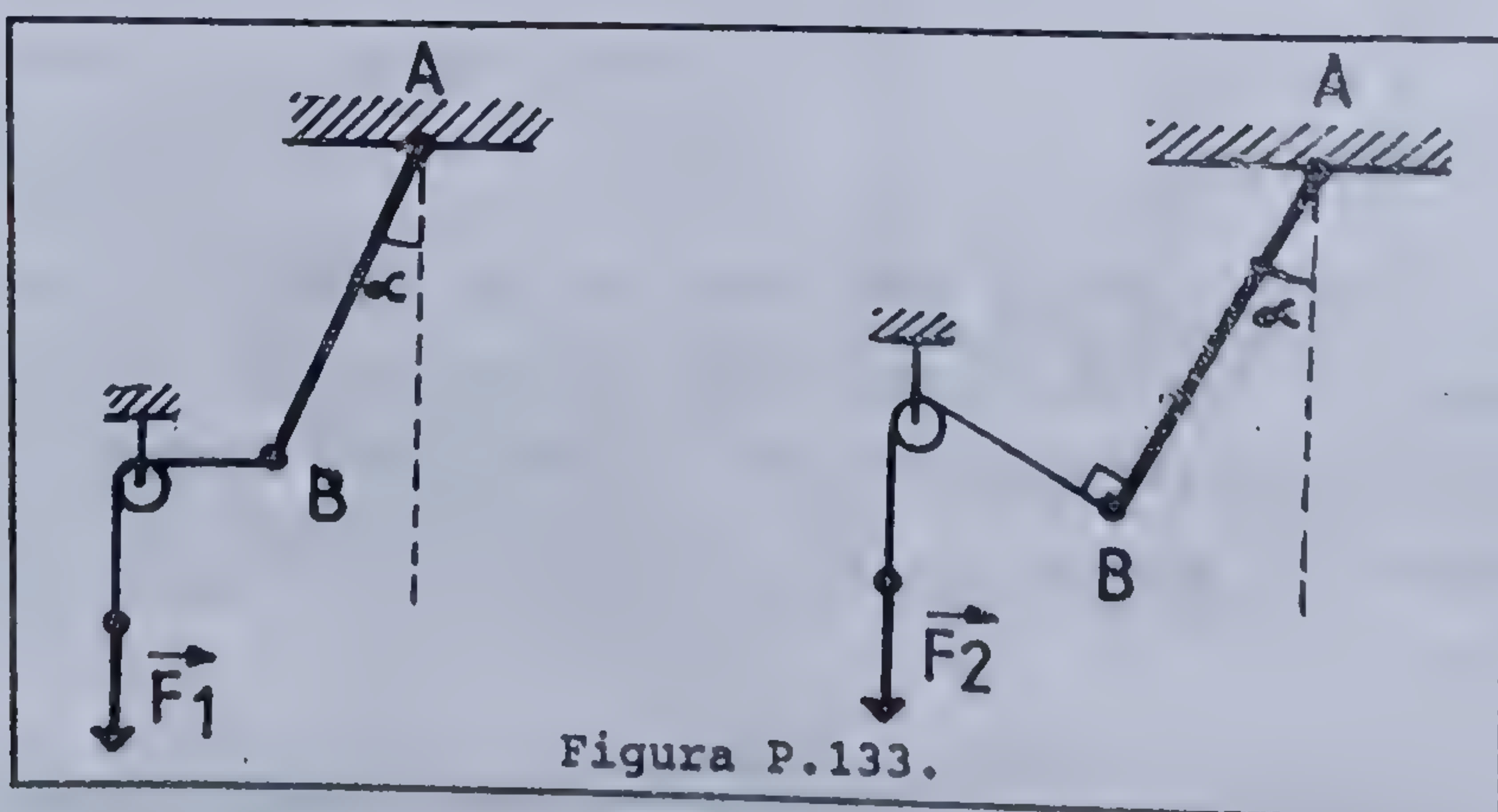
132. Pârghia cotită AOB este în echilibru în poziția indicată în figură. Știind că:  $AO = 2\text{m}$ ;  $\alpha = 60^\circ$ ;  $OB = 0,5\text{m}$ ;  $OD = 0,4\text{m}$ ;  $G_1 = 3,1\text{N}$  și  $G_2 = 10\text{N}$  să se determine valoarea forței orizontale  $\vec{F}$  precum și forța de reacțiune din punctul de sprijin O.

(Olimpiadă 1980 - etapa județeană)





133. Bara AB este articulată în punctul A și este menținută în echilibru sub unghiul  $\alpha$  față de verticală (vezi figura). La capătul B acționează un fir trecut peste un scripete fix S. De celălalt capăt al firului se trage cu un dinamometru până se realizează echilibrul în poziția dorită. În primul caz firul BS (S este scripetele considerat mic) este orizontal, iar în cazul al doilea perpendicular pe bară. Care este raportul forțelor  $F_1$  și  $F_2$ ?





134. Pentru sistemul din figură se cunosc: randamentul sistemului de scripeti  $\eta_1 = 100\%$ , valoarea forței  $F_1 = 50\text{N}$ , lungimea barei OA:  $l = 2\text{m}$ . Corpul B este fixat la înălțimea  $h$  și are masa  $m = 10\text{kg}$  iar masa barei se neglijează. Bara se poate roti în jurul punctului A. La echilibru, forța  $F$  este perpendiculară pe bară iar unghiul  $\alpha = 45^\circ$ .

a) Să se afle înălțimea  $h$ .

b) Menținând fix unghiul  $\alpha$  și deblocând corpul B, obținem un plan înclinat cu randamentul  $\eta = 75\%$ .

Corpul B coboară planul înclinat și își continuă miș-

carea pe planul orizontal, oprindu-se în C, după parcurgerea distanței  $d$ . Să se afle distanța  $d$ , presupunând că forța de frecare se menține constantă pe tot parcursul mișcării ( $g = 10\text{N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1991 - Iași)

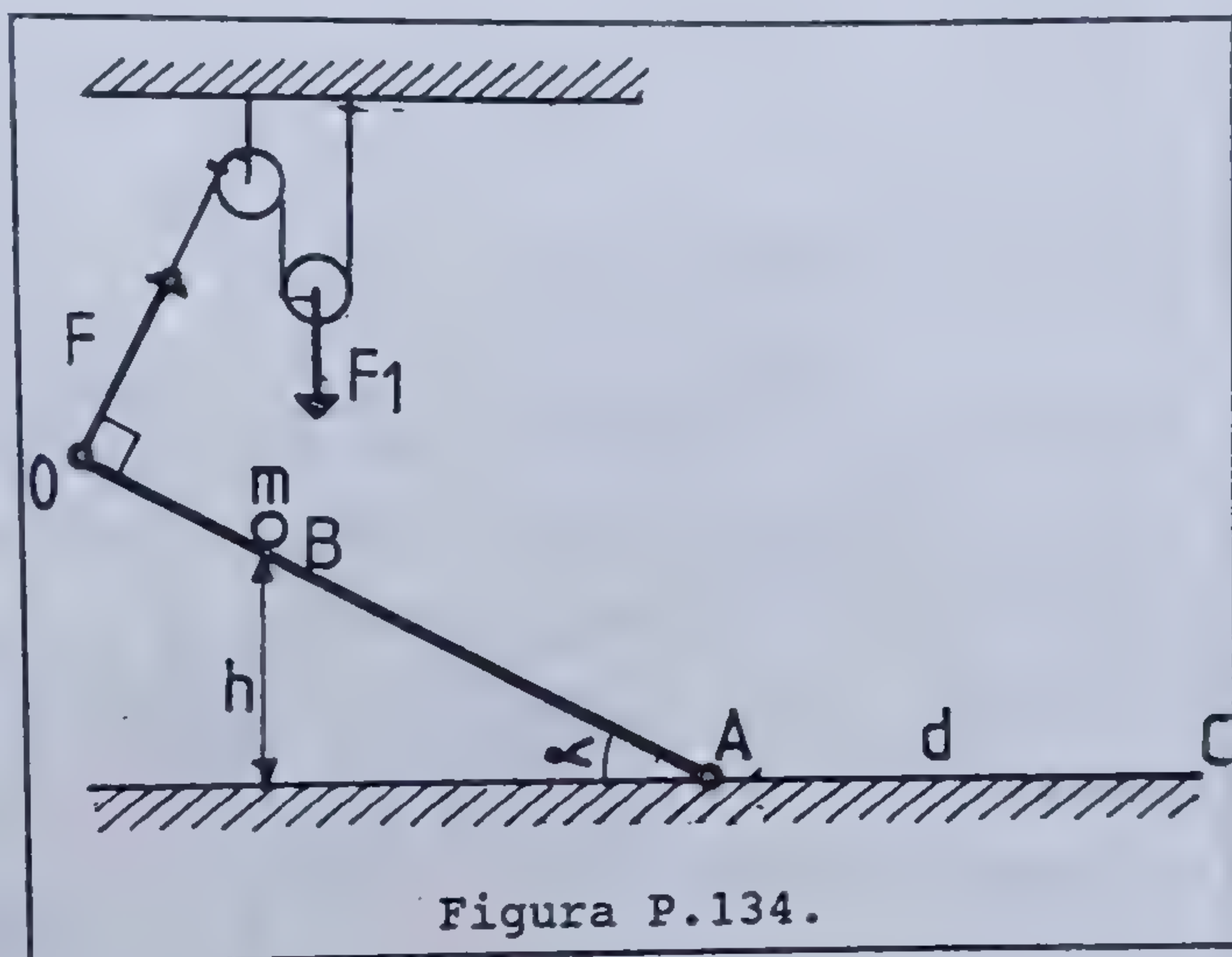


Figura P.134.

135. Pe un plan orizontal sunt așezate două cutii identice, de masă  $m$ , care trebuie deplasate cu ajutorul unei tijă (figura P.135.). Coeficientul de frecare dintre cutii și suprafața planului are valoarea  $\mu$  iar frecarea dintre tijă și cutii se neglijează. Corpul B este la distanța  $l_1$  de corpul A și la distanța  $l_2$  de punctul de aplicație al forței



F, forță care acționează perpendicular pe tijă. Pentru ce valori ale forței F:

a) cutiile nu se deplasează?

b) se deplasează o singură cutie și care anume?

c) se deplasează ambele cutii?

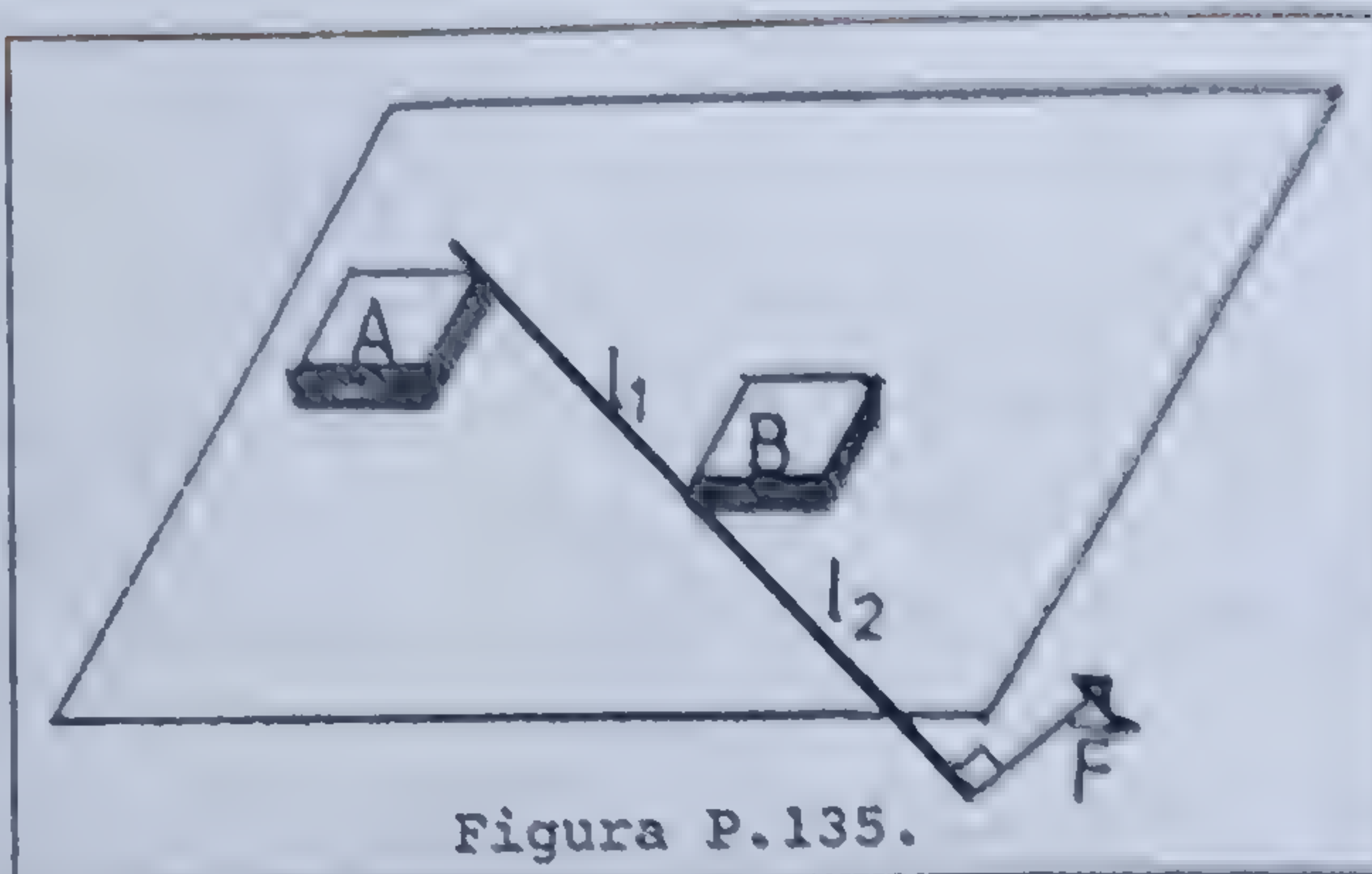


Figura P.135.

136. Trei muncitori duc o placă dreptunghiulară în poziție orizontală (figura P.136.). Lungimea plăcii este  $l_1 = 1,8\text{m}$  iar lățimea ei  $l_2 = 1\text{m}$ . Un muncitor susține placa în punctul A, situat în mijlocul laturii dreptunghiului iar ceilalți doi folosesc o bară de masă neglijabilă,

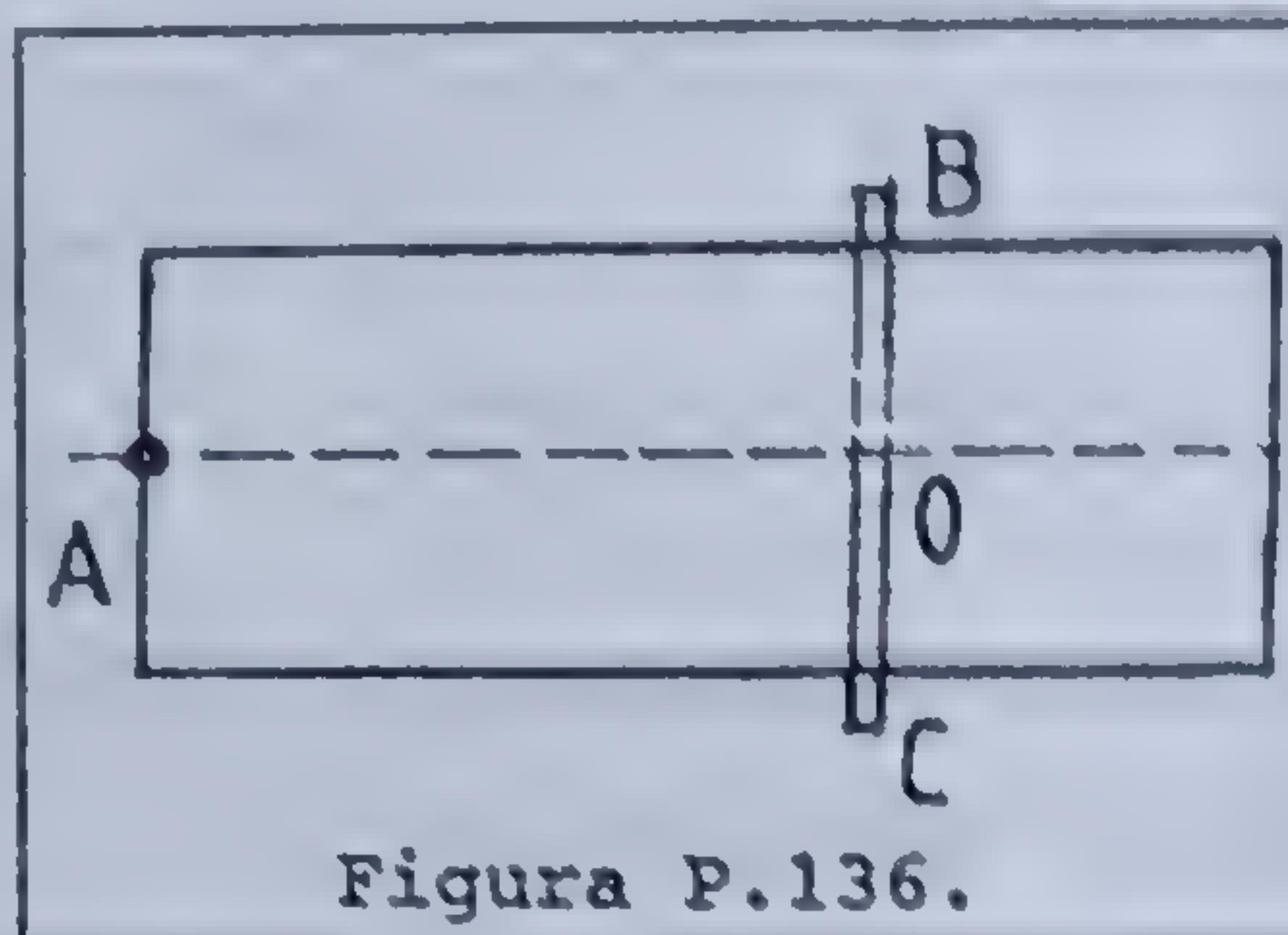


Figura P.136.

pe care o trec pe sub placă și acționează la capetele acesteia. La ce distanță AO trebuie așezată bara, pentru ca cei trei muncitori să acționeze cu forțe egale?

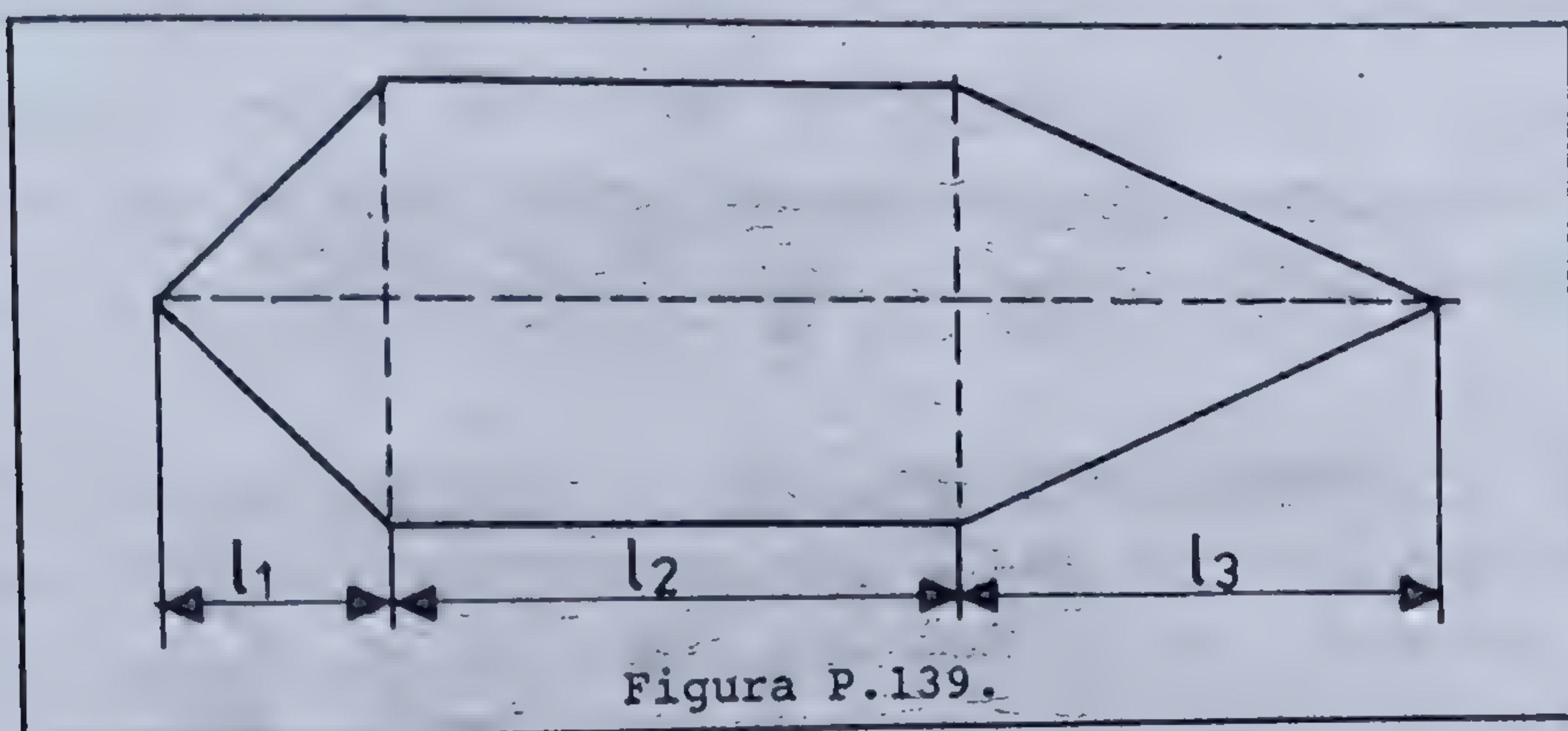
137. Trei muncitori trebuie să ducă o placă pătrată ABCD, omogenă, de latură  $a$  și greutate  $3G$ , menținând-o orizontală. Unul ține de vârful A, și ceilalți doi țin de periferia plăcii plasându-se pe o perpendiculară la diagonala AC. Să se afle poziția celor doi lucrători care țin de periferie astfel încât toți trei să fie egal încărcați.

(Olimpiadă 1989 - etapa județeană)



138. Două bare din materiale diferite au aceeași secțiune, lungimile  $l_1$  respectiv  $l_2$  și densitățile  $\rho_1$  și respectiv  $\rho_2$ . Calculați poziția centrului de greutate al corpului format prin sudarea barelor cap la cap.

139. O placă omogenă, de grosime constantă, are forma din figură. Se cunosc lungimile  $l_1$ ,  $l_2$  și  $l_3$ . Să se determine poziția centrului de greutate al sistemului.



140. Într-o placă subțire și omogenă, având forma unui pătrat cu latura  $l$ , se practică o gaură cu ajutorul unui burghiu de diametru  $d$  ( $d < l/2$ ). Centrul găurii se găsește la jumătatea unei semidiagonale. Pe ce distanță  $x$  se deplasează centrul de greutate al plăcii în urma găuririi ei?

### Hidrostatica

141. Într-un vas cilindric se toarnă 0,1l de mercur și 0,5l de apă. Dacă suprafața vasului este de  $40\text{cm}^2$  și greutatea sa  $G_0 = 3\text{N}$ , care este presiunea pe porțiunea de masă pe care stă



vasul, în absența atmosferei? ( $\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$ ;  
 $\rho_{ap\acute{a}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $g = 10 \text{ N/kg}$ )

142. Ce presiune trebuie să producă ventilatorul unui vehicul pe pernă de aer, pentru ca acesta să se poată deplasa, dacă se cunoaște că vehiculul are lungimea  $l_1 = 3 \text{ m}$ , lățimea  $l_2 = 2 \text{ m}$  și masa  $m = 1 \text{ t}$ ?

143. Dopul unui vas sare dacă presiunea din vas depășește valoarea  $p = 5 \text{ atm}$ . Știind că presiunea atmosferică are valoarea  $p_0 = 1 \text{ atm}$  și că diametrul dopului este de  $3 \text{ cm}$ , să se calculeze forța de frecare de alunecare dintre dop și vas.

144. Cu ajutorul unui pai lung de  $20 \text{ cm}$  se bea un lichid răcoritor dintr-un pahar. Care este presiunea maximă creată în cavitatea bucală, considerind că paiul este vertical și că presiunea atmosferică are valoarea  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ ?

145. Un recipient cubic cu latura  $a = 2 \text{ m}$  are sudată pe capac o țeavă verticală cu lungimea  $l_0 = 5 \text{ m}$ . Se umple recipientul și țeava cu apă. Să se calculeze forța rezultantă care acționează asupra capacului, pereților laterali și respectiv, fundului acestui recipient. ( $\rho_{ap\acute{a}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ N/kg}$ )

146. O țeavă este sudată sub un unghi de  $30^\circ$  față de orizontală pe capacul superior al unui vas închis cu înălțimea  $h = 50 \text{ cm}$ . Știind că presiunea hidrostatică exercitată pe fundul vasului este de  $10^4 \text{ Pa}$ :

a) calculați lungimea coloanei de apă ( $\rho_{ap\acute{a}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ )



b) reprezentați grafic dependența presiunii hidrostatice exercitate de lichid pe pereții laterali ai vasului în funcție de înălțimea măsurată de la capac spre baza vasului ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

(Olimpiadă 1993 - etapa națională)

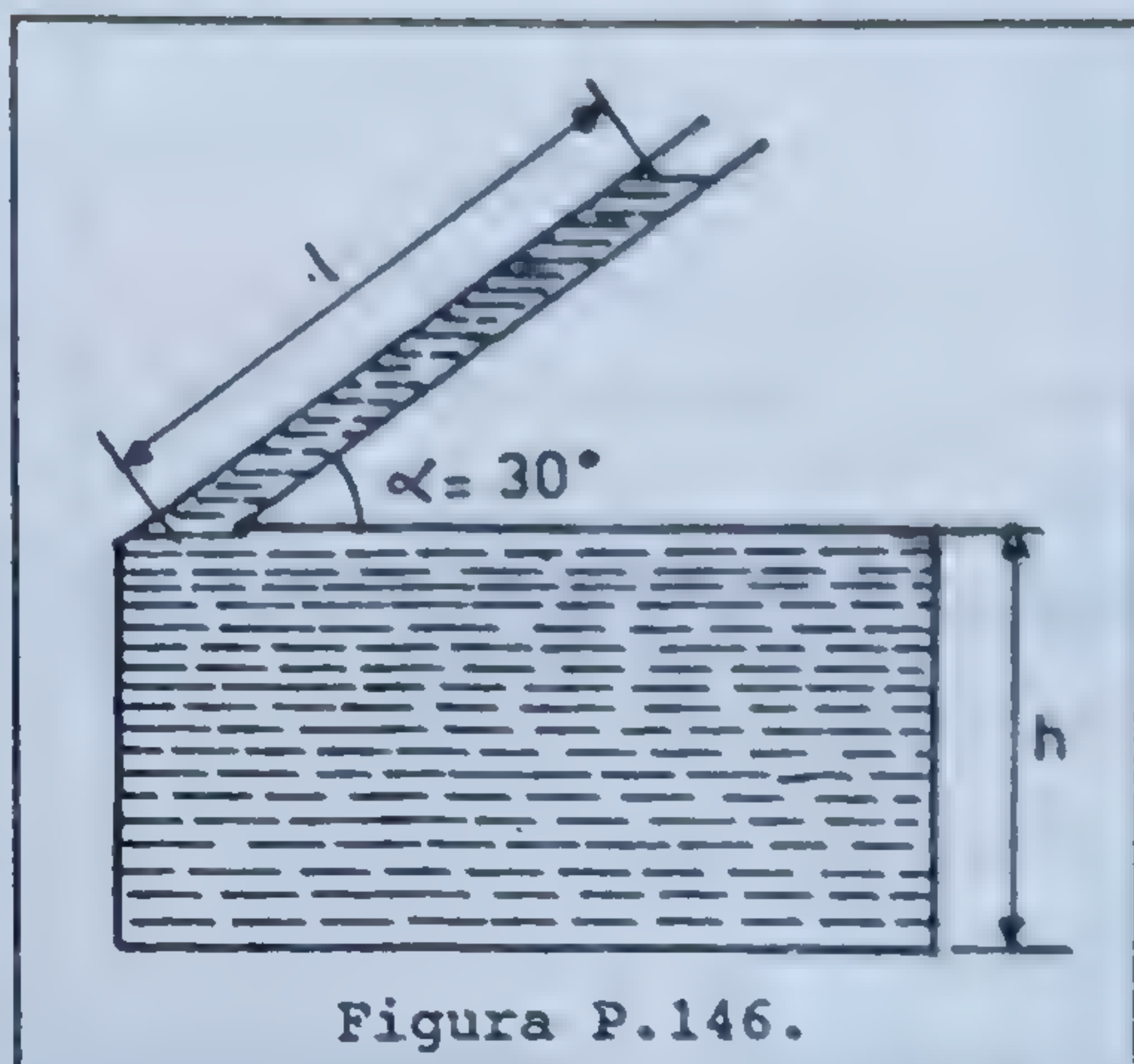


Figura P.146.

147. Un vas orizontal conține un lichid de densitate  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ . Pe fundul vasului se află un orificiu de arie  $S_1 = 10 \text{ cm}^2$  acoperit cu un disc de masă  $m = 20 \text{ g}$ . Discul este legat de un fir care se rupe dacă tragem de el cu o forță mai mare decât  $2 \text{ N}$ . Considerând presiunea atmosferică  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , să se calculeze pînă la ce înălțime maximă poate fi umplut vasul astfel încât să putem deschide orificiul prin ridicarea discului cu ajutorul firului.

148. Se toarnă mercur într-un tub manometric. Deasupra mercurului în ramura din dreapta se toarnă apă iar în cea din stînga alcool. Dacă coloanele de apă și alcool au aceeași lungime  $l = 30 \text{ cm}$ , ce denivelare va avea mercurul în cele două ramuri?

( $\rho_{\text{alcool}} = 800 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{apă}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$ ;  $g = 10 \text{ N/kg}$ )

149. Secțiunile transversale ale tuburilor cilindrice comunicante, aflate în repaus, au aceeași valoare  $S$  (vezi figura). Tubul din stînga este vertical iar cel din dreapta



înclinat cu un unghi  $\alpha$  față de orizontală. Se toarnă un lichid de densitate  $\rho$  în vas, fără a-l umple în întregime. Pe suprafețele libere ale lichidului din cele două ramuri se așează tangen-

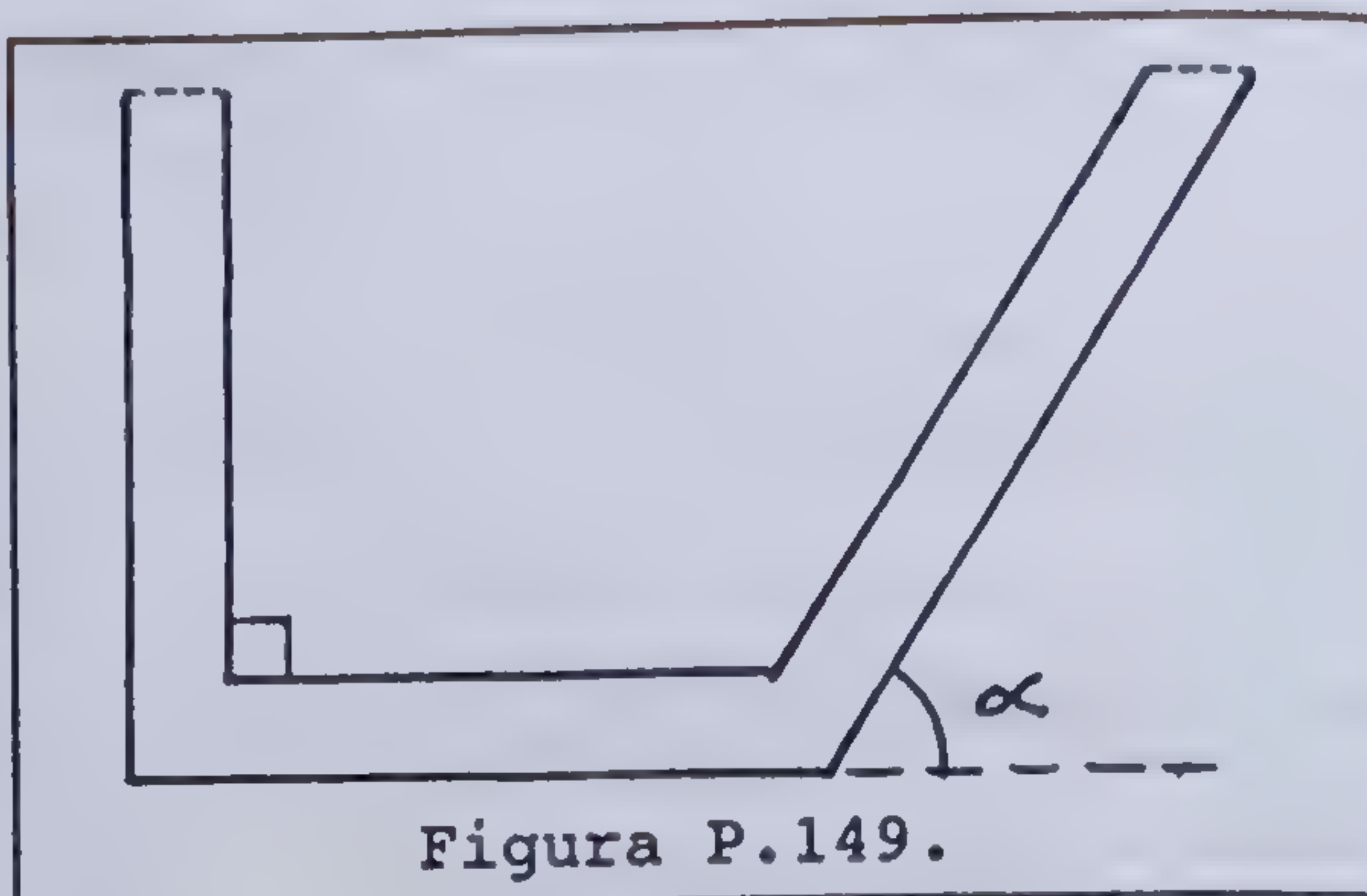


Figura P.149.

țial două pistoane, având forme diferite, așa încât să fie tangente și la suprafețele laterale ale tuburilor. Pistoanele au aceeași masă  $m$ . Neglijând frecările, să se studieze echilibrul sistemului. Aplicație numerică:  $S = 1 \text{ dm}^2$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  și  $m = 10 \text{ kg}$ .

(Olimpiadă 1988 - Argeș)

150. Într-un vas umplut parțial cu apă se introduce etanș un sifon (tubul de sticlă din figură). Se aspiră apa prin capătul exterior al tubului, constatându-se că, odată ajunsă la capătul de jos al sifonului, aceasta se scurge singură un anumit timp. Când scurgerea încetează, denivelarea are valoarea  $h = 50 \text{ cm}$ . Să se

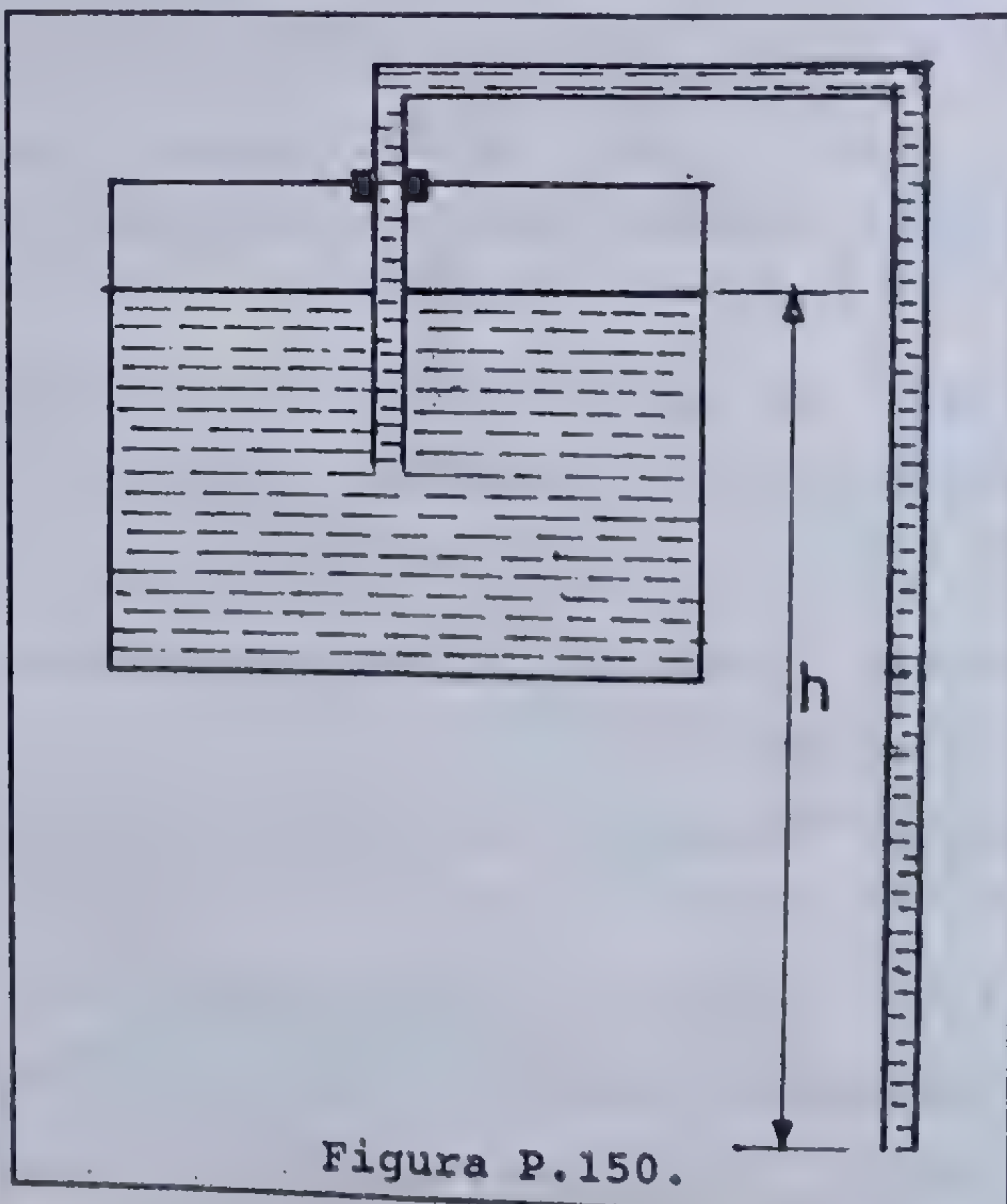


Figura P.150.



calculeze presiunea aerului care a rămas închis în vas. Ce s-ar întâmpla dacă am lucra fără dopul de cauciuc care etanșează tubul?

151. Un vas cilindric, închis la ambele capete, conținând aer la presiune atmosferică, este racordat la un manometru cu lichid (mercur) cu densitatea  $\rho$ . În interiorul vasului se găsește un piston mobil, etanș, cu

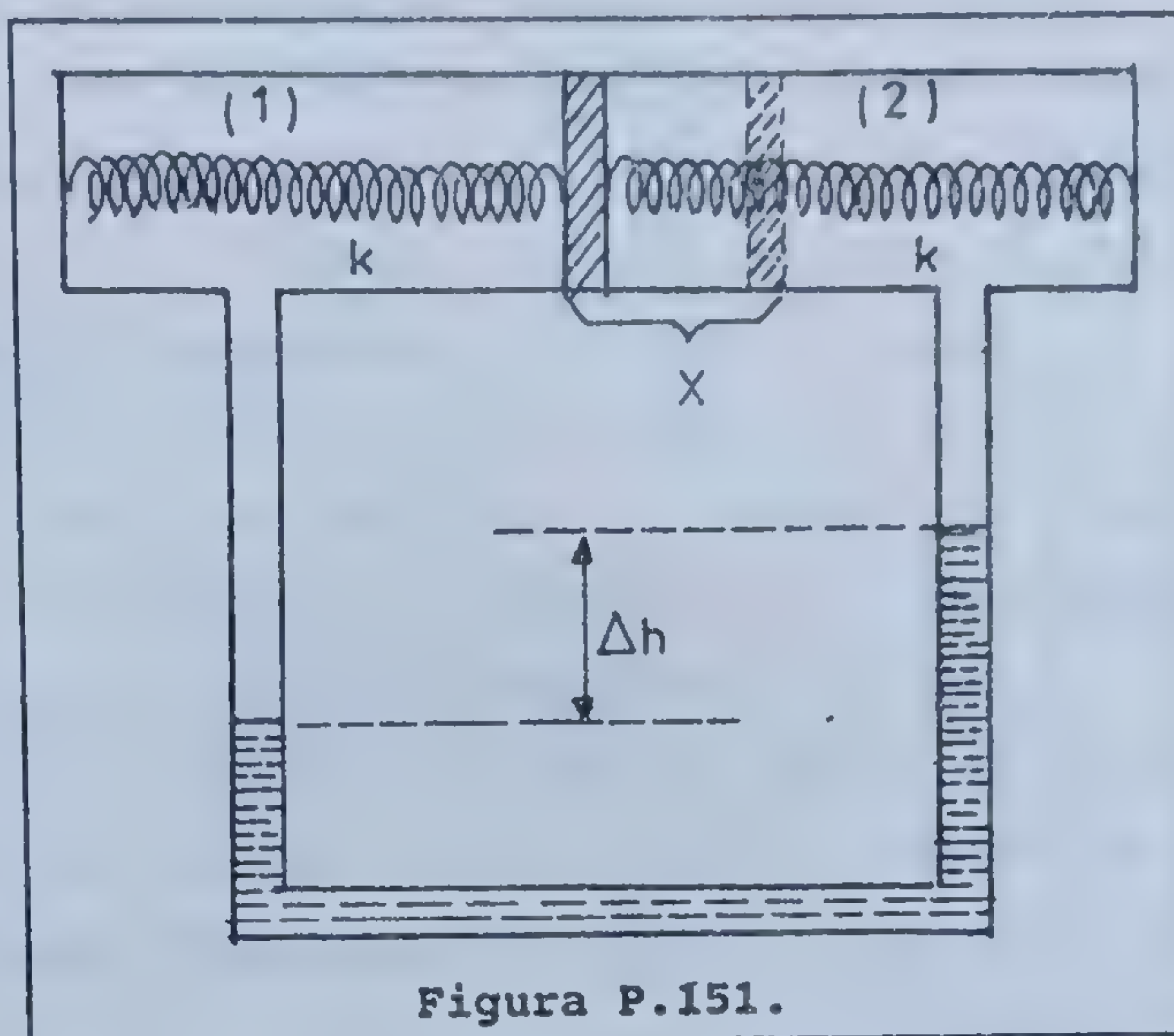


Figura P.151.

secțiunea  $S$ , prins cu două resorturi identice de constante  $k$  necunoscute și care se poate deplasa fără frecări. Prin încălzirea aerului din primul compartiment, pistonul se deplasează pe distanța  $x$ . Reprezentați forțele care acționează asupra pistonului și stabiliți relația de calcul a constantei de elasticitate. Se neglijează dilatarea mercurului și a vasului ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

(Olimpiadă 1993 - etapa națională)

152. Barajul unei hidrocentrale are înălțimea  $h = 48 \text{ m}$ . Considerând că înălțimea apei în amonte este  $h_1 = 30 \text{ m}$  iar în aval  $h_2 = 10 \text{ m}$ , densitatea materialului din care este construit barajul  $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$ , densitatea apei  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  iar



punctul de aplicație al forței de presiune se găsește la o treime din înălțimea apei față de baza barajului, să se determine:

a) Ce grosime minimă trebuie să aibă barajul pentru a nu fi răsturnat, dacă se consideră că are formă paralelipipedică; cum este influențată această grosime de lungimea lacului de acumulare din amonte?

b) Ce putere dezvoltă hidrocentrala, dacă într-o secundă se scurge o cantitate de  $5000\text{m}^3$  de apă la turbinele generatoarelor, aflate la o diferență de nivel de  $30\text{m}$  față de baza barajului, dacă randamentul hidrocentralei este de  $75\%$ ?

c) Cu cât la sută scade puterea dezvoltată de hidrocentrală în timpul verii, dacă nivelul apei din lacul de acumulare scade cu  $5\text{m}$ , cantitatea de apă care trece în unitatea de timp prin turbine rămânând constantă? Se va considera  $g = 10\text{N/kg}$ .

(Olimpiadă 1989 - etapa națională)

153. Cu ajutorul presei hidraulice din figura P.153. trebuie să se ridice un corp de masă  $m$  la înălțimea  $h = 0,8\text{m}$ . Razele secțiunilor pistoanelor sunt  $r_1 = 5\text{cm}$  și  $r_2 = 20\text{cm}$ . Să se calculeze:

a) Forța care acționează asupra pistonului mic al presei, știind că  $OB = 6\text{cm}$  și  $AB = 54\text{cm}$  iar forța ce acționează în A este  $F = 20\text{N}$ ;

b) masa corpului așezat deasupra pistonului mare al presei;

c) lucrul mecanic efectuat de forța  $F = 20\text{N}$  dacă randamentul presei este  $\eta = 80\%$ .

(Olimpiadă 1990 - etapa județeană)



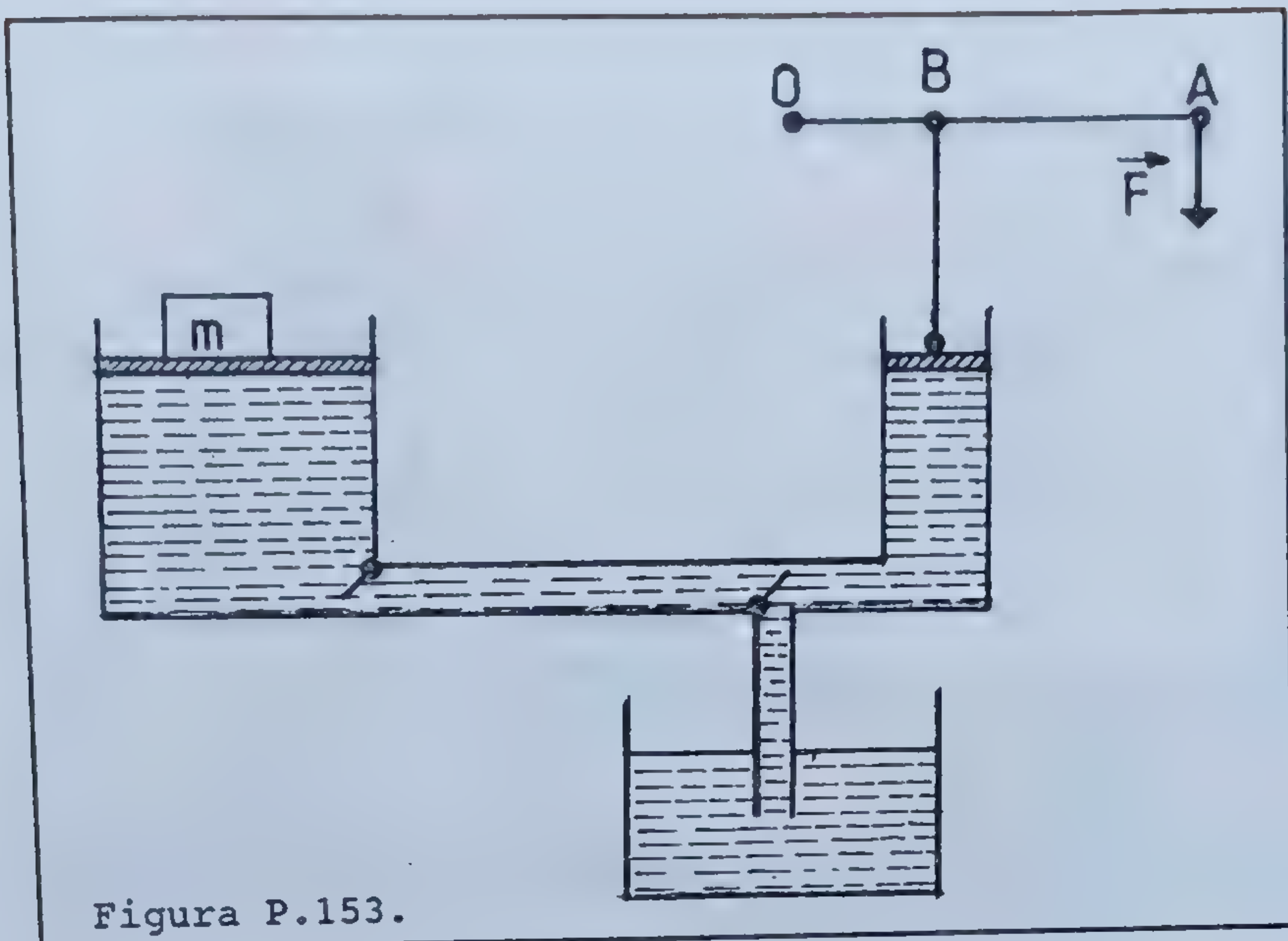


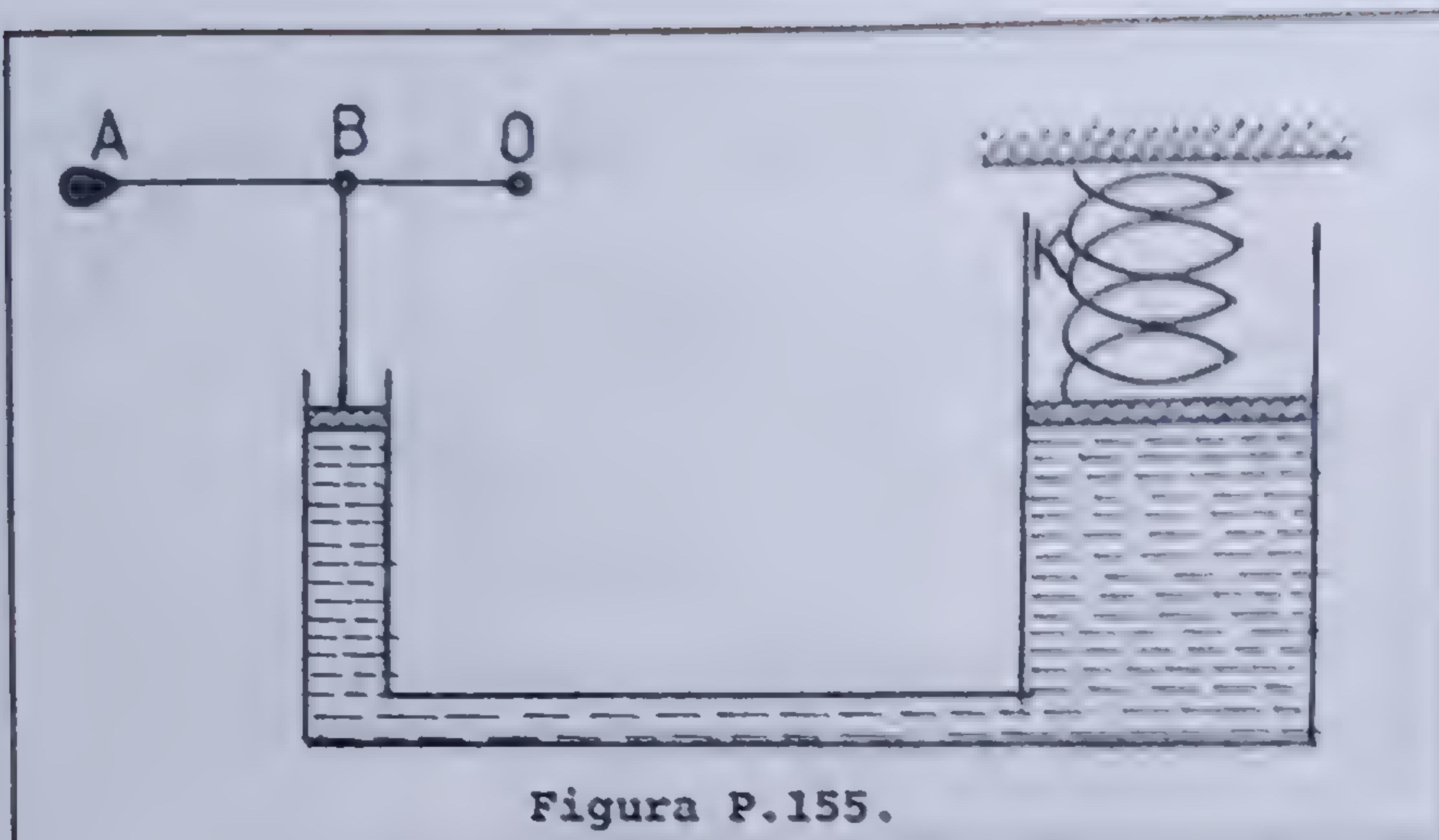
Figura P.153.

154. O presă cu randamentul  $\eta = 80\%$  este acționată de un motor cu puterea  $P = 2000\text{W}$ . Raportul suprafețelor pistoanelor este  $1:50$  iar forța cu care se comprimă corpul este  $F_2 = 100\text{kN}$ . Câte apăsări pe minut va face pistonul cel mic, dacă are cursa egală cu  $h_1 = 10\text{cm}$ ?

155. Cu ajutorul unei prese hidraulice se comprimă un resort de constantă elastică  $k = 200\text{N/m}$  pe distanța  $\Delta l = 10\text{cm}$ . Pistonul mic al presei are secțiunea  $S_1 = 10\text{cm}^2$  și este acționat de o pârghie. Știind că pistonul mare are secțiunea  $S_2 = 4S_1$  și că  $OA = 0,5\text{m}$  și  $OB = 0,2\text{m}$ , să se calculeze:

- forța de apăsare în capătul A al pârghiei;
- înălțimea  $h_1$  pe care coboară pistonul mic al presei;
- presiunea totală exercitată asupra unui punct din interiorul pistonului mare în momentul când resortul este comprimat cu  $\Delta l$ . Presa lucrează cu un lichid cu densitatea





$\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ . Pistoanele sunt inițial la aceeași înălțime și au greutate neglijabilă.

(Olimpiadă 1986 - etapa națională)

156. Două barometre, unul metalic și altul cu mercur, aflate într-un satelit vor indica la lansarea acestuia aceeași presiune? Dar în stare de imponderabilitate?

157. La poalele unui munte barometrul indică o presiune de 720 mm coloană de mercur, iar în vârful lui o presiune de 620 mm coloană de mercur. Cunoscând  $\rho_{\text{mercur}} = 13600 \text{ kg/m}^3$  și  $\rho_{\text{aer}} = 1,293 \text{ kg/m}^3$  să se calculeze înălțimea muntelui.

(Olimpiadă 1989 - etapa județeană)

158. Într-o mină un barometru indică o presiune mai mare ca cea de la suprafață. Ce adâncime are o mină pentru care barometrul instalat în cabina liftului indică o creștere a



presiunii de la 760 torr (la suprafață) la 786 torr (la adâncime)? Densitatea aerului este  $\rho_{\text{aer}} = 0,0013 \text{ g/cm}^3$ .

159. Tubul unui barometru se fisurează în zona coloanei de mercur. Va intra aer în tub sau va ieși mercur în afară?

160. De ce experiența lui Torricelli nu se poate realiza cu apă în loc de mercur (în condițiile unui laborator)?

161. Un tub de lungime  $l$ , închis la capătul B, având inițial în el aer la presiunea atmosferică  $p_0$ , este introdus cu capătul deschis A la adâncimea  $h$  într-un vas cu lichid de densitate  $\rho_0$ . Lichidul pătrunde în tub pe o lungime  $x$ . Determinați:

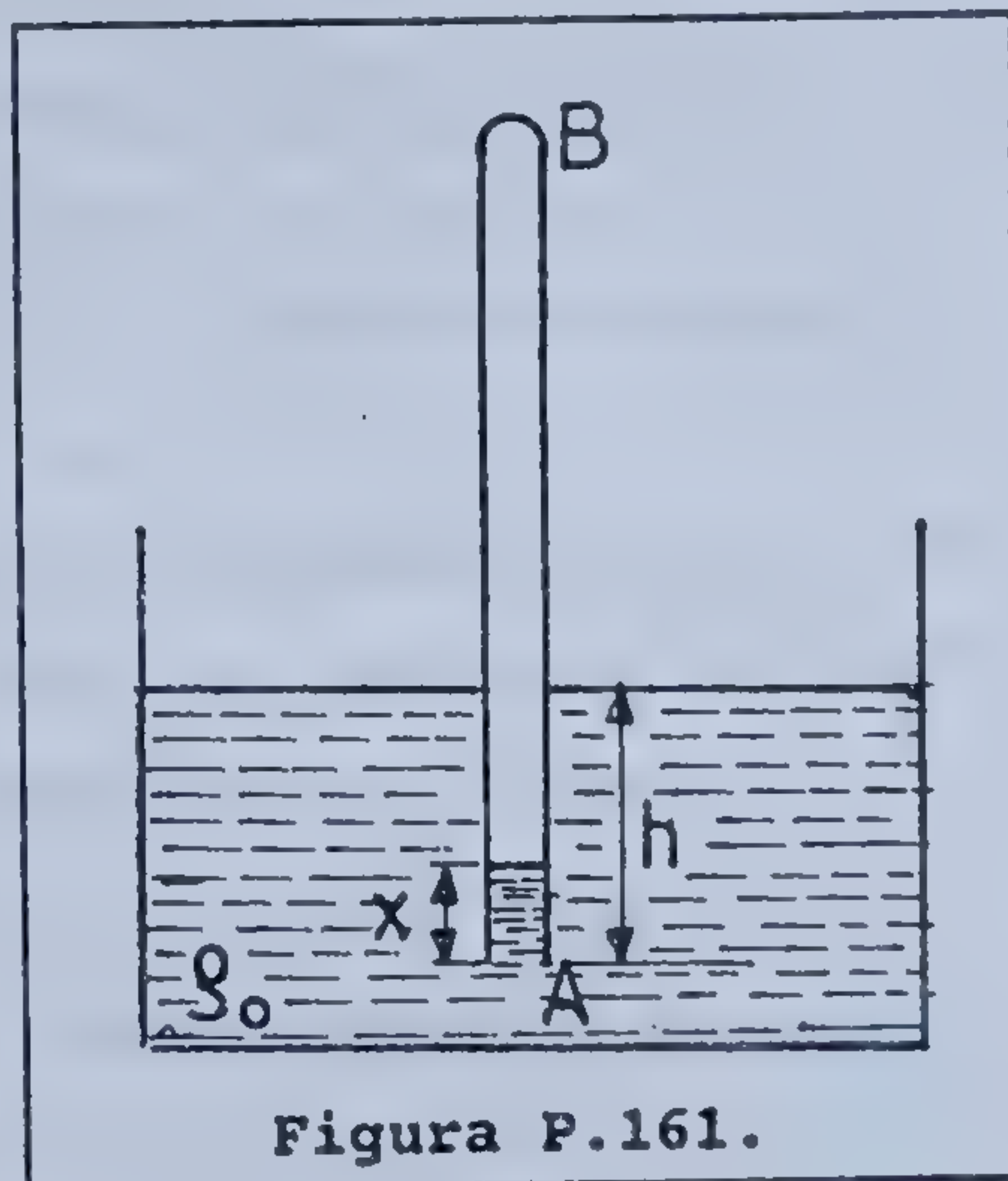


Figura P.161.

a) Presiunea aerului închis în tub;

b) Densitatea aerului închis în tub (se dau:  $p_0$  - presiunea atmosferică,  $\rho_{\text{aer}}$  - densitatea aerului la presiunea  $p_0$ ,  $g$  - accelerația gravitațională precum și mărimile  $h$ ,  $x$ ,  $l$  și  $\rho_0$  cu semnificația din text);

c) Dacă tubul se fisurează la partea superioară, să se stabilească nivelul lichidului din tub.

(Olimpiadă 1984 - etapa națională)



162. a) Este egal vectorul forță arhimedică cu vectorul greutate al volumului de lichid dezlocuit?

b) Dacă un corp plutește în echilibru în interiorul unui lichid, putem considera vectorul greutate al corpului egal cu vectorul greutate al volumului de lichid dezlocuit?

163. Un corp cântărit cu balanța are masa  $m_1 = 1,2\text{kg}$  și densitatea  $\rho = 8,9\text{g/cm}^3$ . Dacă suspendăm corpul de talerul balanței și îl introducem complet într-un lichid, atunci masa pusă pe celălalt taler pentru a echilibra balanța are valoarea  $m_2 = 1,09\text{kg}$ . Care este densitatea lichidului în care a fost introdus corpul?

164. De platanele unei balanțe se suspendă două corpuri, unul din platină ( $\rho_1 = 21500\text{kg/m}^3$ ) și celălalt din cupru ( $\rho_2 = 8900\text{kg/m}^3$ ). Corpul de platină se introduce în mercur ( $\rho_3 = 13600\text{kg/m}^3$ ) iar cel din cupru în apă ( $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ ). Să se determine relația dintre volumele corpurilor astfel încât balanța să rămână în echilibru.

(Olimpiadă 1981 - Iași)

165. Două sfere cu densitățile  $\rho_1 = 21,5 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$  și  $\rho_2 = 2,56 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$  au aceeași greutate în vid. Le suspendăm la extremitățile unei pârgii și le introducem într-un vas cu lichid de densitate  $\rho = 1,2 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$ . Care trebuie să fie raportul celor două brațe ale pârgiei, pentru ca sistemul să fie în echilibru?

(Olimpiadă 1987 - Drobeta-Turnu Severin)



166. O piesă din fier cântărește 97,5kg și este scufundată într-o cuvă cu alcool pentru spălare prin intermediul unei frânghii legate de capătul unei pârgii (vezi figura). Cu

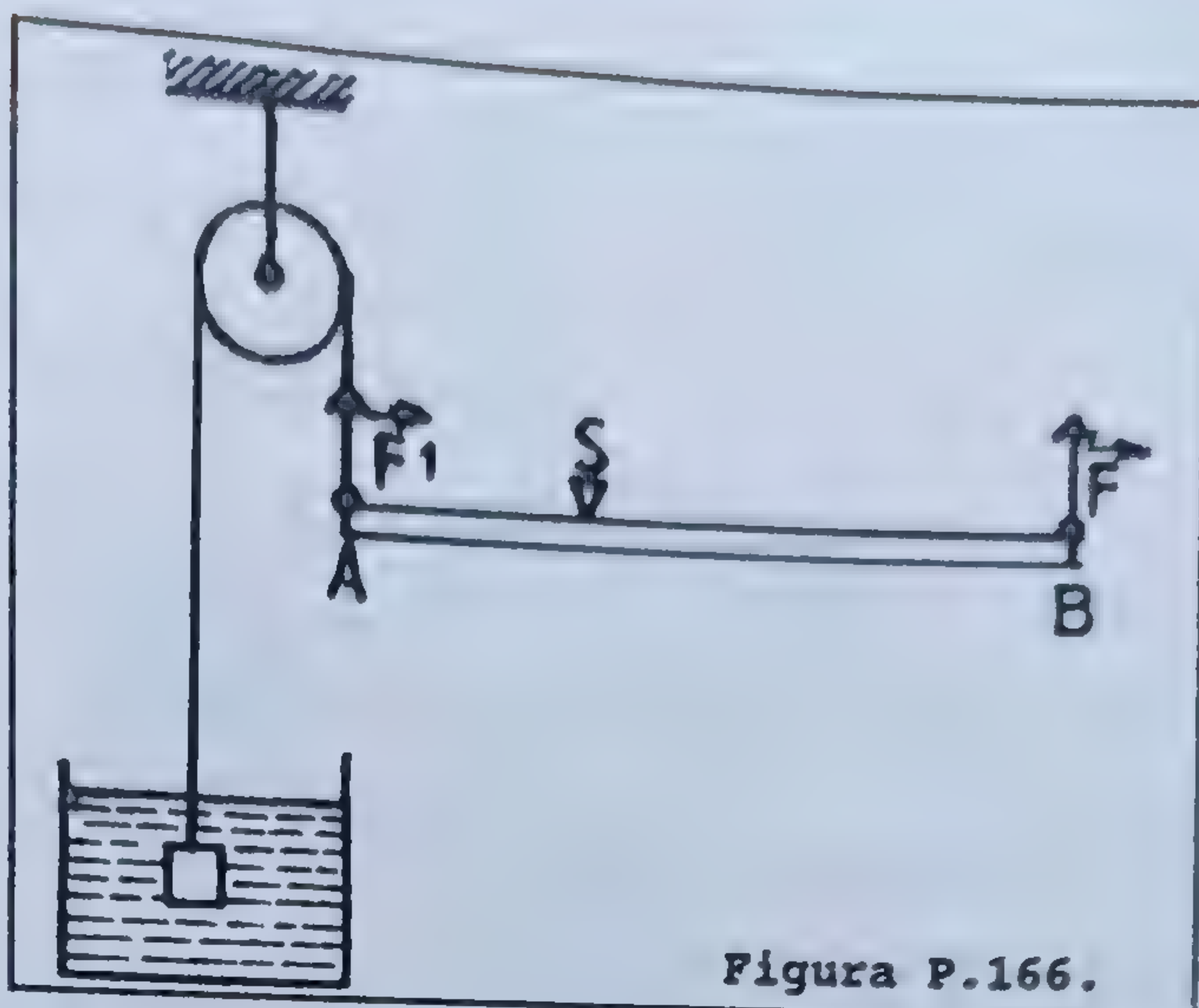


Figura P.166.

ce forță trebuie acționat la celălalt capăt pentru menținerea sistemului în echilibru? Distanța AS reprezintă 20% din lungimea AB a pârgiei, randamentul scripetelui este 87,5% iar al pârgiei este 100%.

Se cunosc:  $\rho_{Fe} = 7800 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{alcohol} = 800 \text{ kg/m}^3$  și  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1990 - Brăila)

167. În mercurul dintr-un vas cilindric cu secțiunea  $S = 10 \text{ cm}^2$  plutește un corp cu secțiunea  $s = 1 \text{ cm}^2$ , cufundându-se  $2/3$  din înălțimea sa care este  $h = 45 \text{ cm}$ . Se toarnă apă în vas, astfel încât corpul să rămână complet cufundat în cele două lichide. Cunoscând densitatea mercurului  $\rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3$  și a apei  $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$  să se calculeze:

- densitatea corpului;
- înălțimea porțiunii corpului care rămâne în mercur după turnarea apei;
- volumele de mercur și apă deplasate de corp;



d) cu cât coboară nivelul mercurului și apei din vas dacă se scoate corpul.

(Olimpiadă 1989 - etapa județeană)

168. Pe fundul unui bazin gol cu baza un pătrat cu latura  $d = 2\text{m}$  se află așezată o scândură de lemn (având  $\rho = 800\text{kg/m}^3$ ) cu dimensiunile:  $L = 80\text{cm}$ ,  $l = 5\text{cm}$ ,  $h = 2\text{cm}$ . În bazin curge apă ( $\rho_{\text{apă}} = 1000\text{kg/m}^3$ ) astfel încât în fiecare secundă volumul crește cu 1 litru.

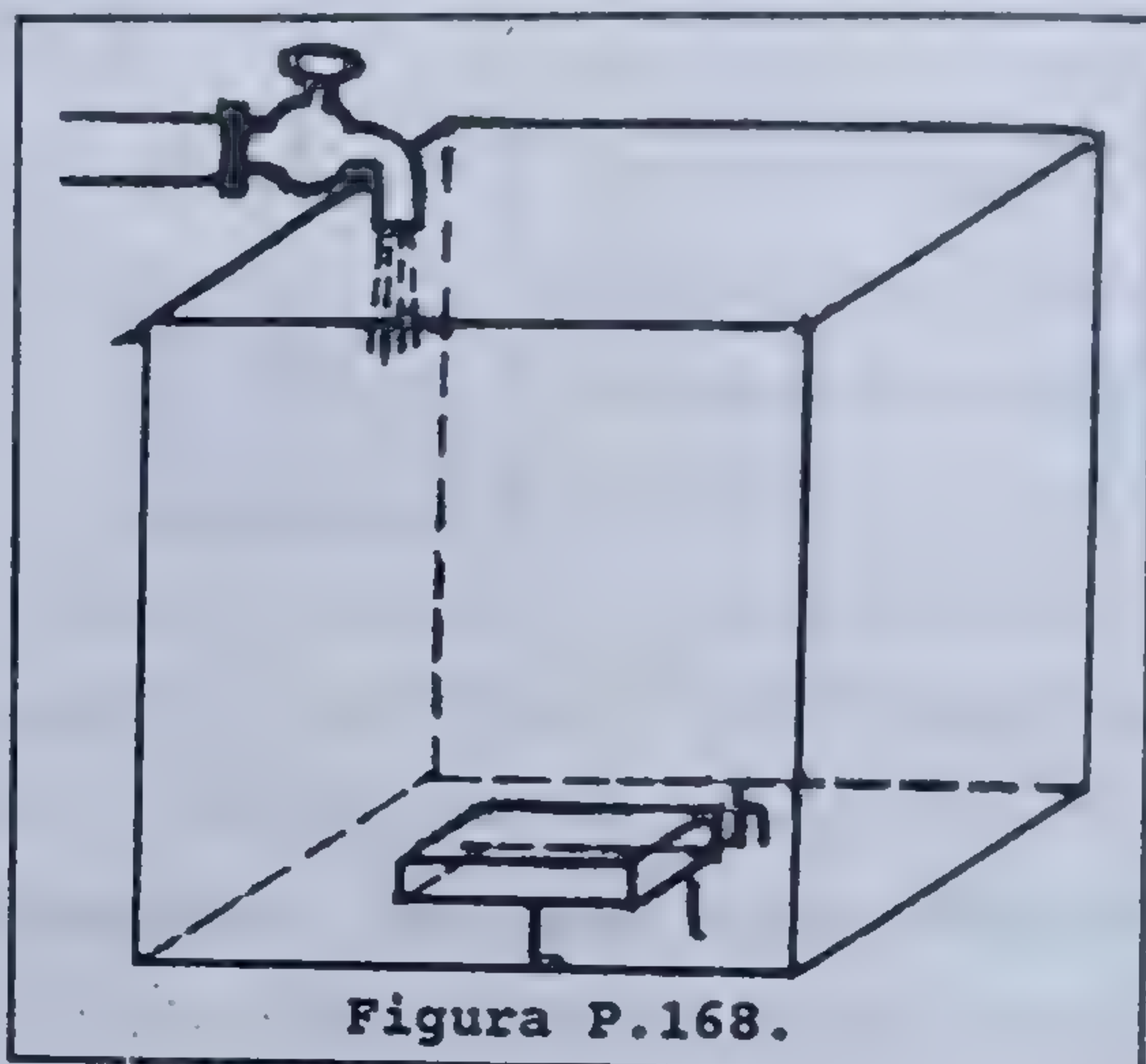


Figura P.168.

- Ce presiune exercită corpul asupra fundului bazinului?
- Să se calculeze intervalul de timp după care forța de apăsare a corpului pe fundul vasului se anulează;
- Să se calculeze lucrul mecanic al forței arhimedice în intervalul de timp de  $95,36\text{s}$ , măsurat din momentul prezenței apei pe fundul bazinului;
- Explicați ce se întâmplă cu corpul în situația în care acesta este așezat pe fundul bazinului, pe fața pentru care presiunea exercitată este maximă.

Se va lua  $g = 10\text{N/kg}$ .

(Olimpiadă 1991 - etapa națională)



169. În vasul din figură, având aria bazei  $S=100\text{cm}^2$  se toarnă mercur pînă la înălțimea  $h=50\text{cm}$ .

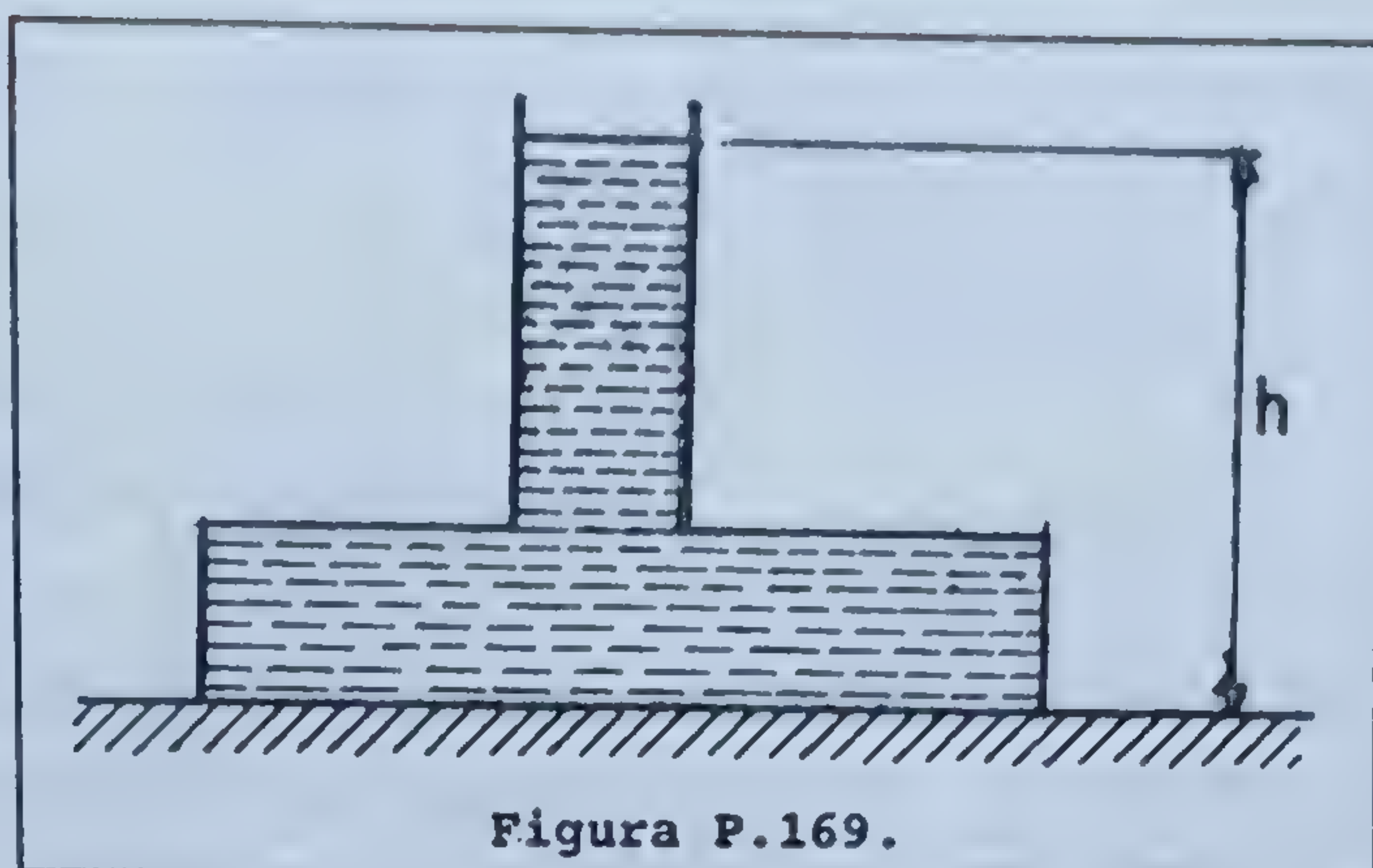


Figura P.169.

a) Calculați

forța cu care apasă lichidul pe fundul vasului.

b) Un corp cilindric cu înălțimea  $h_1=45\text{cm}$  așezat pe suprafața mercurului se scufundă cu  $2/3$  din  $h_1$ . Calculați densitatea corpului.

c) Se toarnă apă peste mercur astfel încât corpul să fie complet scufundat în cele două lichide. Care este înălțimea porțiunii din corp scufundată în mercur în acest caz?

Se cunosc: densitatea mercurului  $13,5\text{g/cm}^3$ , densitatea apei  $1\text{g/cm}^3$  și accelerația gravitațională  $g=10\text{N/kg}$ .

(Olimpiadă 1987 - etapa națională)

170. Un cub cu masa  $m=800\text{g}$ , așezat pe o suprafață orizontală, exercită presiunea  $p=200\text{Pa}$ ;

a) Să se calculeze latura  $l$  a cubului.

b) Cubul se introduce într-un vas cilindric cu apă ( $\rho_{\text{apă}}=1000\text{kg/m}^3$ ). Să se determine masa minimă  $m_1$  a unui corp care, așezat pe cub, să-l scufunde complet.

c) Știind că aria bazei vasului cilindric este  $S=6\text{dm}^2$ , să se afle cu cât se modifică înălțimea apei din vas atunci

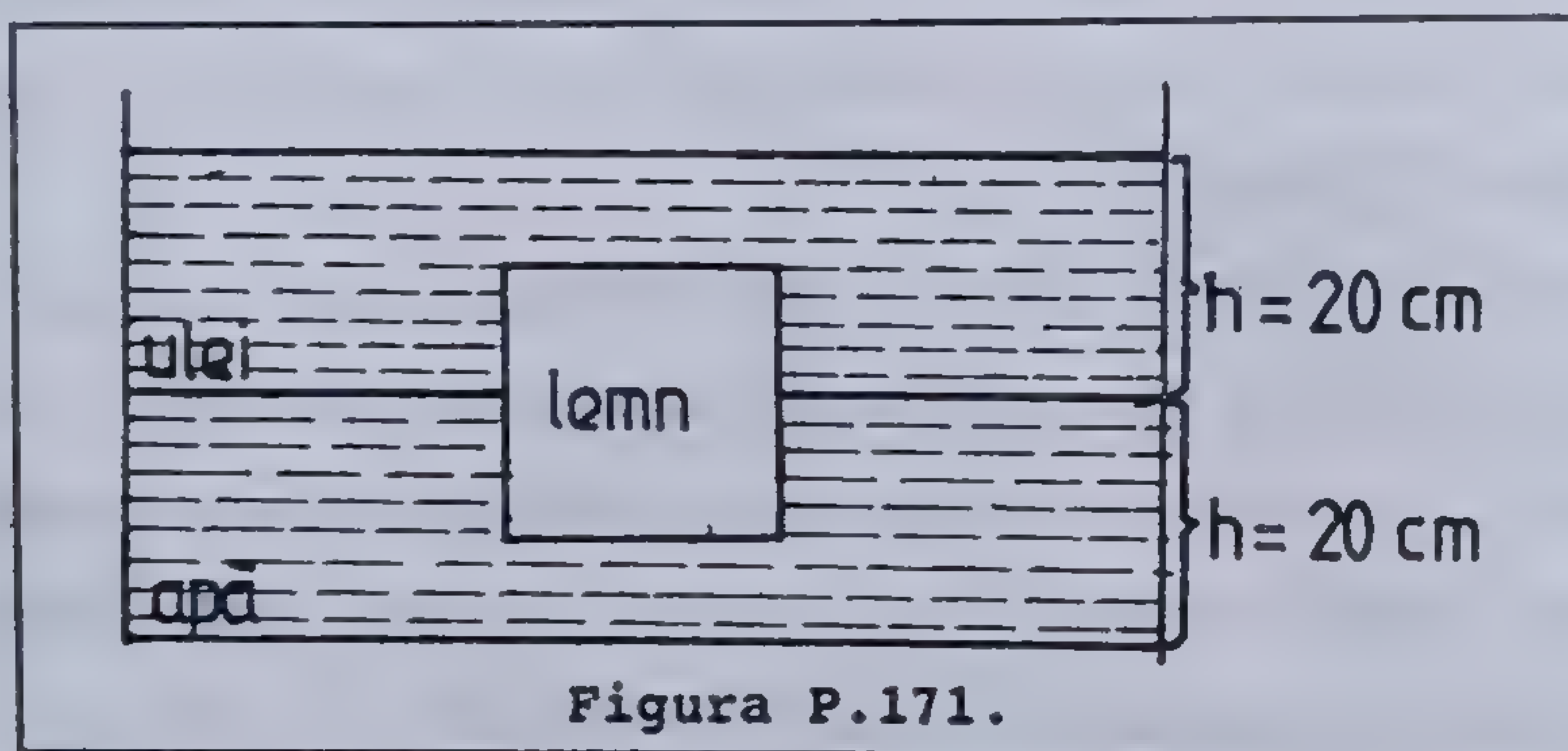


când corpul de masă  $m_1$ , cu densitatea  $\rho_1 = 7200 \text{ kg/m}^3$  este luat de pe cub și așezat pe fundul vasului.

Se consideră  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1990 - etapa națională)

171. Un bloc cubic de lemn cu muchia de  $10 \text{ cm}$  plutește la suprafața de separare ulei-apă, având baza la  $3 \text{ cm}$  sub suprafața de separare a celor două lichide. Cunoșcând  $\rho_{\text{ulei}} = 0,67 \text{ g/cm}^3$ ;  $\rho_{\text{apă}} = 1 \text{ g/cm}^3$  și  $g = 10 \text{ N/kg}$ , să se calculeze:



- a) masa blocului de lemn;
- b) diferența de presiune exercitată pe fața interioară și pe fața superioară a cubului;
- c) ce volum trebuie să aibă o bucată de plumb fixată sub blocul de lemn pentru a scufunda complet sub apă blocul ( $\rho_{\text{pb}} = 11,4 \text{ g/cm}^3$ ).

(Olimpiadă 1985 - etapa națională)

172. Un balon cu greutatea  $G_b = 10 \text{ N}$  (fără gazul din el) este umplut cu hidrogen la presiunea normală ocupând volumul de  $4 \text{ m}^3$ . Balonul ridică într-o mișcare uniformă cu  $v = 2 \text{ m/s}$

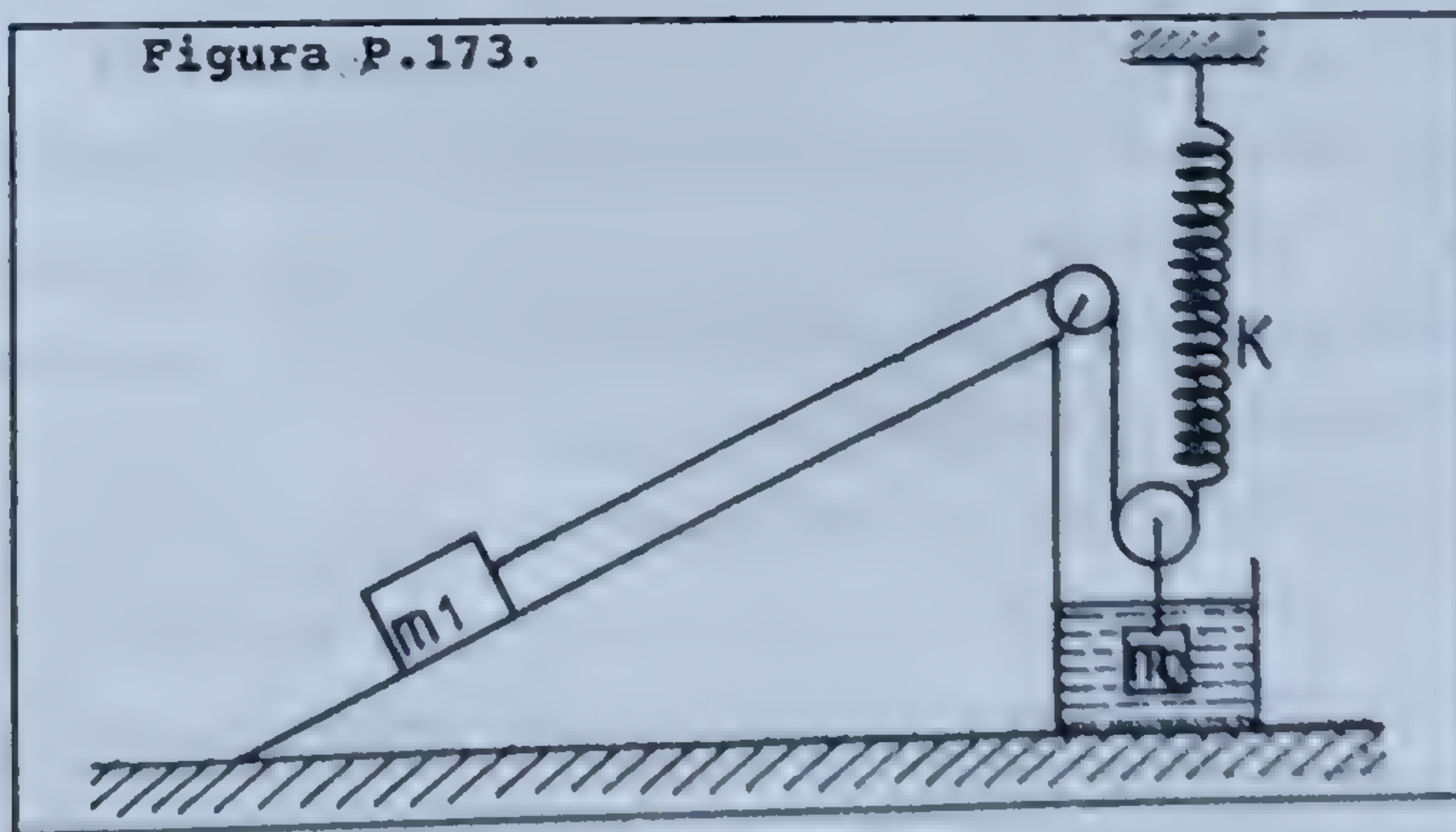


aparatura unei stații meteo având  $G_0 = 20\text{N}$  și volumul neglijabil. Știind că densitățile hidrogenului și aerului sunt  $\rho_H = 0,09\text{kg/m}^3$  și  $\rho_{\text{aer}} = 1,3\text{kg/m}^3$  și neținând seama de variația densității cu altitudinea, să se afle:

- la ce înălțime se află balonul după  $t = 5\text{minute}$ ;
- forța de rezistență (frecarea opusă de aer înaintării balonului);
- pe ce direcție se va deplasa balonul, dacă în timpul urcării bate un vânt lateral cu viteza  $v_1 = 4\text{m/s}$  (construcție grafică)?

(Olimpiadă 1980 - etapa națională)

173. Fie sistemul din figură, aflat în echilibru. Corpurile  $m_1$  și  $m_2$  au fost obținute dintr-un corp paralelipipedic omogen din aluminiu cu dimensiunile  $2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 10\text{cm}$  (având densitatea de  $3000\text{kg/m}^3$ ) prin tăiere transversală în două



părți inegale. Constanta de elasticitate a resortului este  $k = 30\text{N/m}$ , unghiul de inclinare al planului este de  $30^\circ$ ,



densitatea apei  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  și  $g = 10 \text{ N/kg}$ . Neglijând frecările și masa scripetelui mobil, să se calculeze:

- masa corpului din care s-au tăiat  $m_1$  și  $m_2$ ;
- lungimile acestor două corpuri;
- alungirea resortului;

(Olimpiadă 1987 - etapa națională)

174. Două cuburi de mase  $m_1 = 7,8 \text{ kg}$  și  $m_2 = 2,8 \text{ kg}$  și densități  $\rho_1 = 7800 \text{ kg/m}^3$  și respectiv  $\rho_2 = 2800 \text{ kg/m}^3$  sunt suspendate printr-o tijă rigidă de masă neglijabilă și lungime  $l = 5 \text{ cm}$  ca în figură. Bazinele A și B sunt cubice și au volumele  $V_A = V_B = 0,064 \text{ m}^3$ . Bazinul A este plin cu apă ( $\rho_{\text{apă}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) iar bazinul B conține pe jumătate apă și pe jumătate ulei ( $\rho_{\text{ulei}} = 600 \text{ kg/m}^3$ ). Considerând accelerația gravitațională  $g = 10 \text{ N/kg}$ , să se afle:

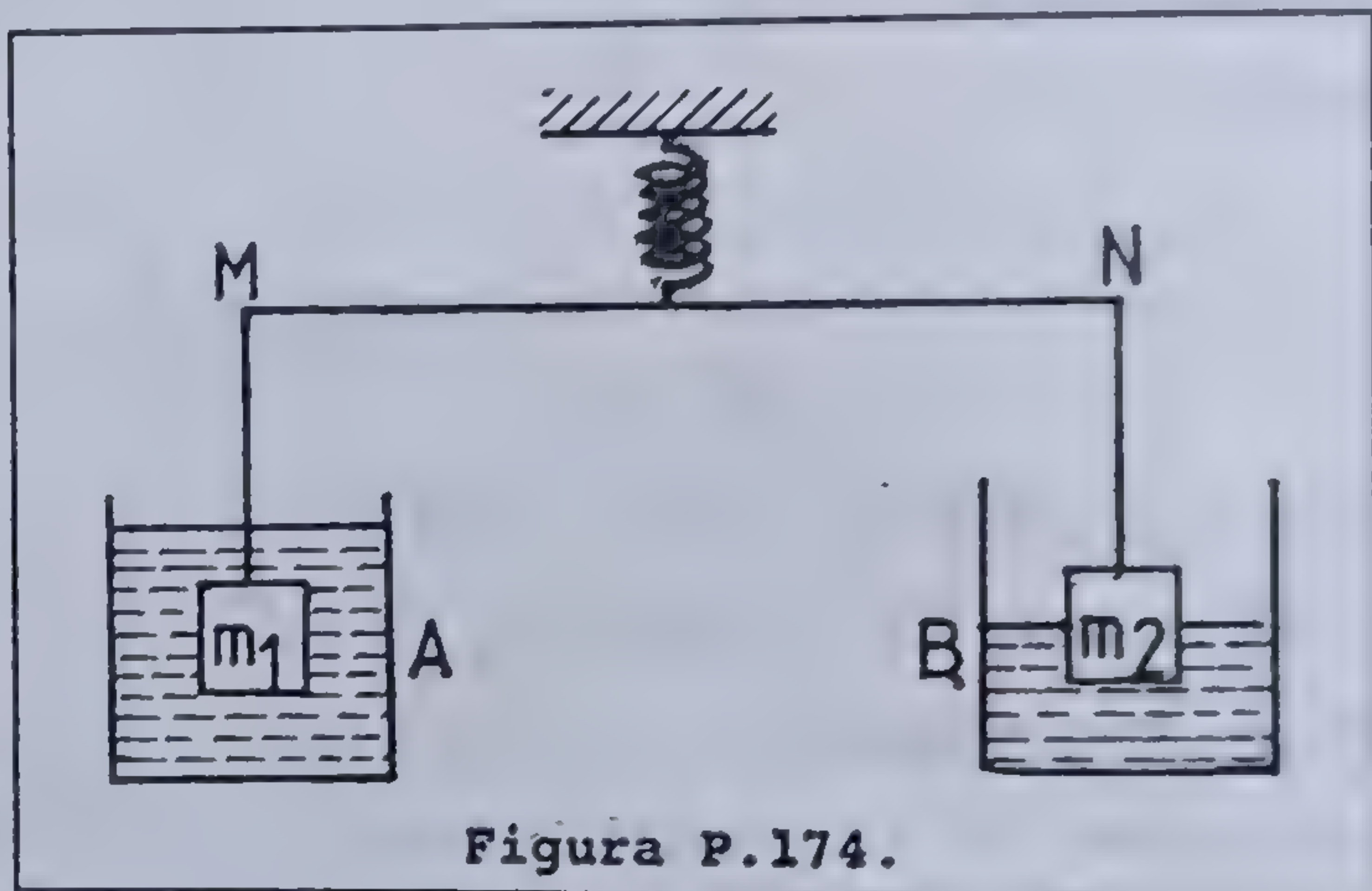


Figura P.174.

bilă și lungime  $l = 5 \text{ cm}$  ca în figură. Bazinele A și B sunt cubice și au volumele  $V_A = V_B = 0,064 \text{ m}^3$ . Bazinul A este plin cu apă ( $\rho_{\text{apă}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) iar bazinul B conține pe jumătate apă și pe jumătate ulei ( $\rho_{\text{ulei}} = 600 \text{ kg/m}^3$ ). Considerând accelerația gravitațională  $g = 10 \text{ N/kg}$ , să se afle:

a) la ce distanță de capătul M al barei trebuie fixat resortul din figură pentru ca bara să fie în echilibru pe orizontală, dacă corpul de masă  $m_2$  este jumătate în apă și jumătate în ulei;

b) presiunile pe fața superioară și pe cea inferioară a cubului de masă  $m_2$ ;



c) reacțiunea suprafeței orizontale pe care se află bazinul A, dacă greutatea bazinului gol este neglijabilă. Presiunea atmosferică este  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ .

(Olimpiadă 1988 - etapa națională)

175. O lumânare de formă cilindrică, având adăugat (lipit) la partea inferioară un cilindru cu aceeași secțiune, plutește vertical în apă. Lumânarea are lungimea  $L_0 = 16 \text{ cm}$ , densitatea  $\rho_1 = 400 \text{ kg/m}^3$  și porțiunea situată deasupra nivelului apei de lungime  $l = L_0/2$ . Lumânarea arde cu viteza  $v = 1,8 \text{ cm/h}$ . Densitatea cilindrului este  $\rho_2 = 3000 \text{ kg/m}^3$  iar densitatea apei este  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

a) Reprezentați toate forțele care acționează asupra ansamblului lumânare-cilindru și calculați înălțimea  $x$  a cilindrului adăugat la lumânare.

b) Cât timp  $t$  va arde lumânarea (se presupune că partea arsă din lumânare se vaporizează)?

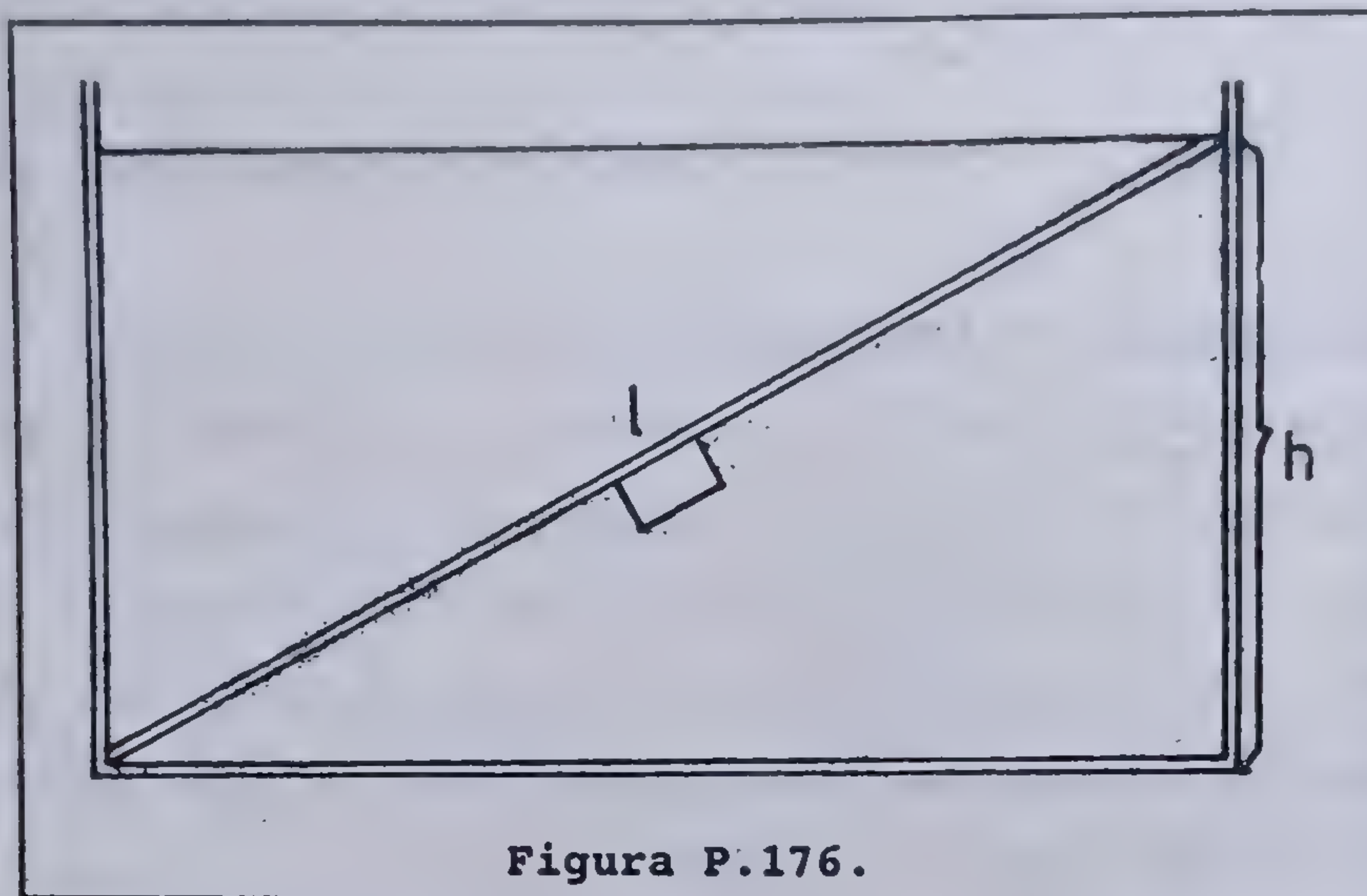
c) Să se precizeze dacă pînă la stingerea lumânării aceasta se răstoarnă. Justificați răspunsul prin calcul.

(Olimpiadă 1989 - etapa națională)

176. Într-un vas cu apă se află un plan înclinat (vezi figura). Sub planul înclinat este introdus un paralelipiped cu densitatea  $\rho < \rho_0$ , unde  $\rho_0$  este densitatea apei. Forța minimă, paralelă cu planul, necesară coborârii uniforme a paralelipipedului spre baza planului înclinat este  $F_1$ , iar forța minimă, paralelă cu planul, necesară urcării uniforme a paralelipipedului spre vârful planului înclinat este  $F_2$ .



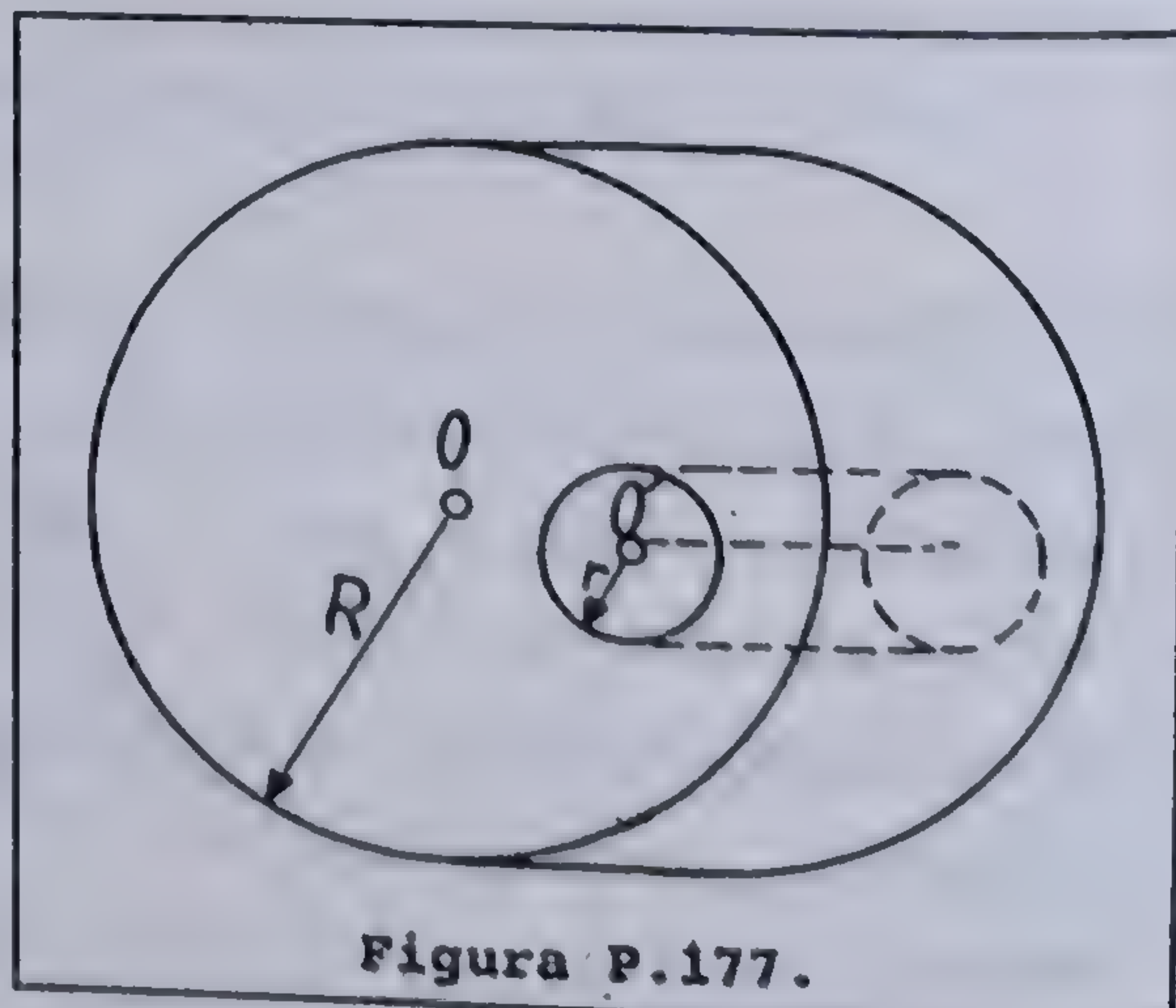
Cunoscând înălțimea planului înclinat  $h$ , lungimea lui  $l$  și accelerația gravitațională  $g$  să se determine:



- forța de frecare între paralelipiped și planul înclinat;
- greutatea paralelipipedului (se neglijează rezistența la înaintare din partea lichidului).

(Olimpiadă 1990 - etapa națională)

177. O roată de cașcaval (Schweitzer) sub formă cilindrică cu raza  $R = 0,1\text{m}$  are volumul  $V = 5\text{dm}^3$  și masa de  $6\text{kg}$ . Știind că golurile din cașcaval sunt identice între ele și uniform distribuite în roată,





iar volumul lor reprezintă  $1/5$  din volumul  $V$  al roții, să se calculeze:

a) densitatea aparentă a roții;

b) densitatea cașcavalului;

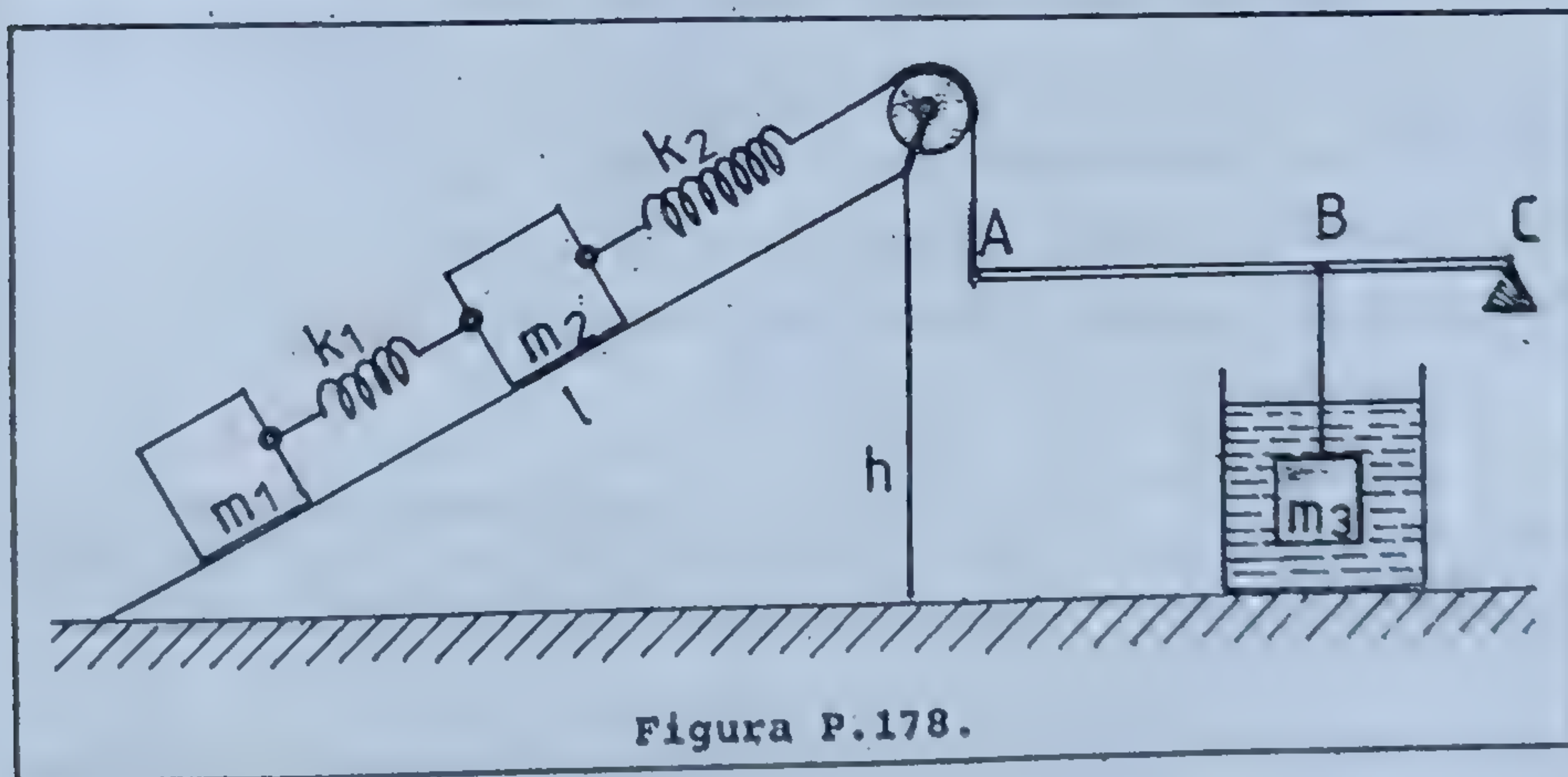
c) greutatea aparentă a roții de cașcaval scufundată sub apă, considerând că apa nu pătrunde în golurile din cașcaval; (densitatea apei este  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

d) Șoricelul Jerry, scăpat de sub supravegherea motanului Tom, roade în roata de cașcaval o gaură cilindrică, având axul paralel cu axul roții și raza  $r = R/4$  și centrul la  $R/2$  față de axul roții. Stabiliți poziția centrului de greutate al cașcavalului rămas.

Se știe că volumul cilindrului este egal cu aria bazei  $\times$  înălțimea, adică:  $V = (\pi \cdot R^2) \cdot h$ . Se va lua:  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

(Olimpiadă 1993 - etapa națională)

178. Sistemul din figură se află în stare de echilibru.





Se cunosc: înălțimea planului înclinat  $h = 1\text{m}$ ; lungimea lui  $l = 2\text{m}$ ; masele  $m_1 = 400\text{g}$  și  $m_2 = 1\text{kg}$ ; constanta elastică a resortului  $k = 100\text{N/m}$ ; accelerația gravitațională  $g = 10\text{N/kg}$ .

Frecarea pe planul înclinat se neglijează.

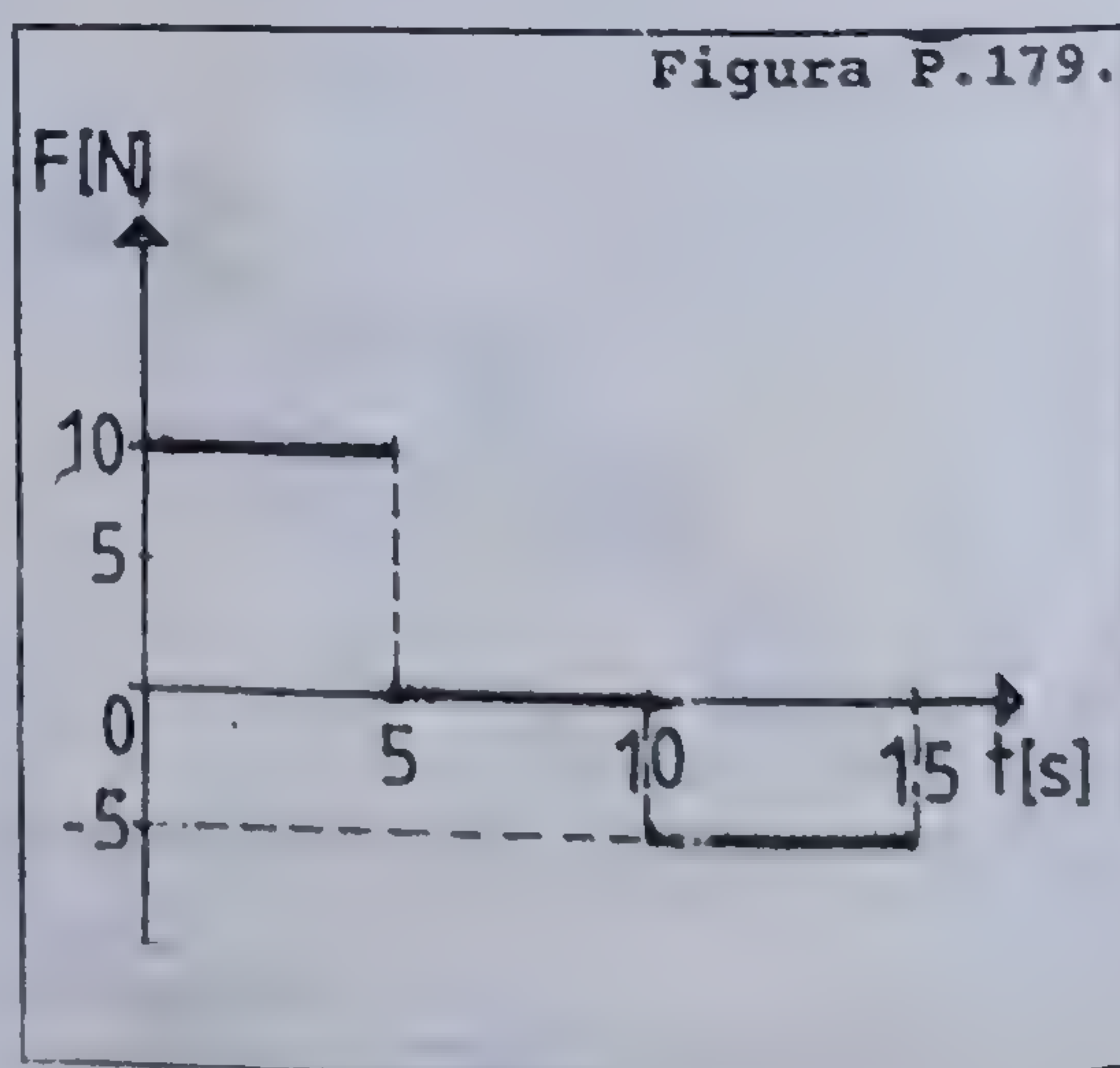
Corpul de masă  $m_3 = 5,5\text{kg}$  se află complet scufundat într-un lichid. Se cere:

- alungirea resortului de constantă elastică  $k_1$ ;
- constantă elastică  $k_2$  a celui de-al doilea resort cunoscând că alungirea lui este  $\Delta l_2 = 25\text{cm}$ .
- lungimea pârghiei AC dacă forța aplicată în punctul B are valoarea de  $35\text{N}$  și acest punct este la distanța  $a = 8\text{cm}$  de punctul A;
- valoarea forței arhimedice.

(Olimpiadă 1991 - Giurgiu)

Vă propunem un test format din 5 probleme:

P.179. Asupra unui corp aflat pe o suprafață orizontală acționează în decurs de 15 secunde o forță ce variază conform graficului de mai jos. Arătați care va fi efectul acestei forțe asupra stării corpului, în fiecare interval de timp.



(Olimpiadă 1993 - Sibiu)



P.180. Se dă sistemul din figură în care resortul elastic are constanta  $k = 400 \text{ N/m}$  și punctul B se găsește la o distanță egală cu a cincea parte din rază, față de punctul O, astfel încât OB să fie perpendicular pe firul de legătură cu sistemul de scripeți. Să se calculeze  $m$ , astfel ca sistemul să fie în echilibru când resortul este alungit cu 5mm. ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ).

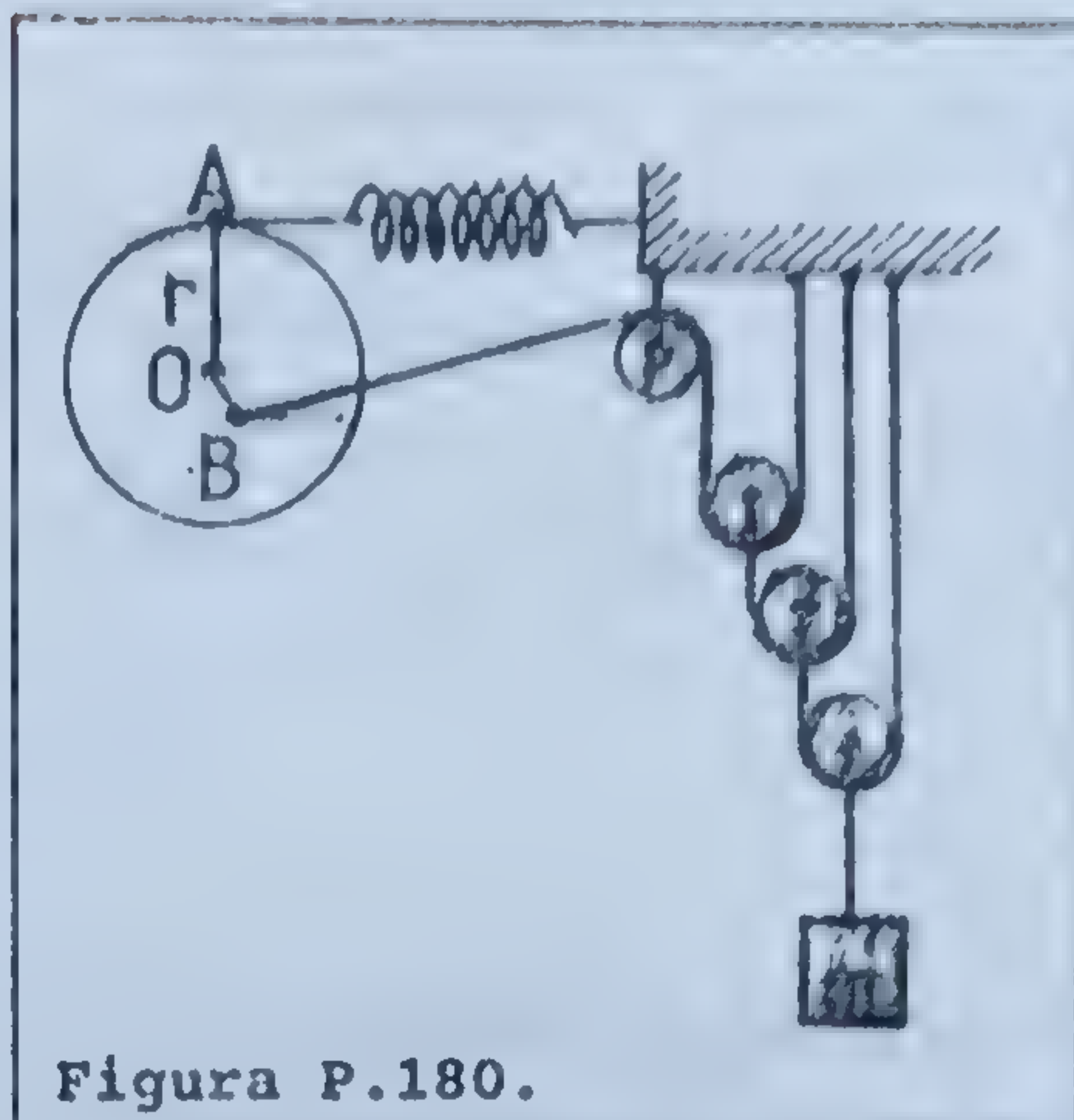


Figura P.180.

(Olimpiadă 1990 - Drobeta-Tr. Severin)

P.181. Un corp de masă  $m_1$ , suspendat de un resort elastic, îl alungește cu  $\Delta l_1$ . Alt corp, cu masă  $m_2$  ( $m_1 < m_2$ ) îl alungește cu  $\Delta l_2$ . Dacă suspendăm acum două corpuri, unul cu masă  $m_3 = m_1 + m_2$  și altul cu masă  $m_4 = m_2 - m_1$ , alungirile vor fi  $\Delta l_3$  și respectiv  $\Delta l_4$ , iar dacă suspendăm simultan  $m_3$  și  $m_4$ , alungirea totală este  $\Delta l_5$ .

Stabiliți o legătură între alungirile  $\Delta l_1$ , (respectiv  $\Delta l_4$  și  $\Delta l_5$ ) și alungirile inițiale  $\Delta l_1$  și  $\Delta l_2$ . Reprezentați pe un grafic (calitativ) cele cinci alungiri ca funcție de greutatea ce au fost atârinate pentru  $m_2 = 3m_1$ .

P.182. O piesă așezată în poziție verticală este formată din două cuburi cu latura de 10cm fiecare și masele 7,6kg și 2,4kg, lipite între ele prin una din fețe. Luând  $g = 10 \text{ N/kg}$  să se determine forța orizontală minimă necesară răsturnării corpului dacă:



- a) aceasta se exercită asupra muchiei superioare și cubul greu este deasupra;
- b) idem, cubul greu fiind dedesubt;
- c) direcția forței trece prin centrul de greutate, cubul greu fiind deasupra;
- d) idem, cubul greu fiind dedesubt.

(Olimpiadă 1991 - Drobeta-Tr. Severin)

P.183. Se dă sistemul din figura P.183. Când acesta este în echilibru, pârghiile AC și FD sunt paralele și orizontale, iar resortul (1) este alungit cu  $\Delta l_1 = 8\text{cm}$ . Resorturile (1) și (2) au aceeași constantă elastică  $k = 500\text{N/m}$ , iar  $BC = AC/4$  și  $EF = FD/2$ . Considerând  $g = 10\text{N/kg}$ , aflați:

- a) alungirea resortului (2);
- b) masa corpului suspendat de resortul (2).

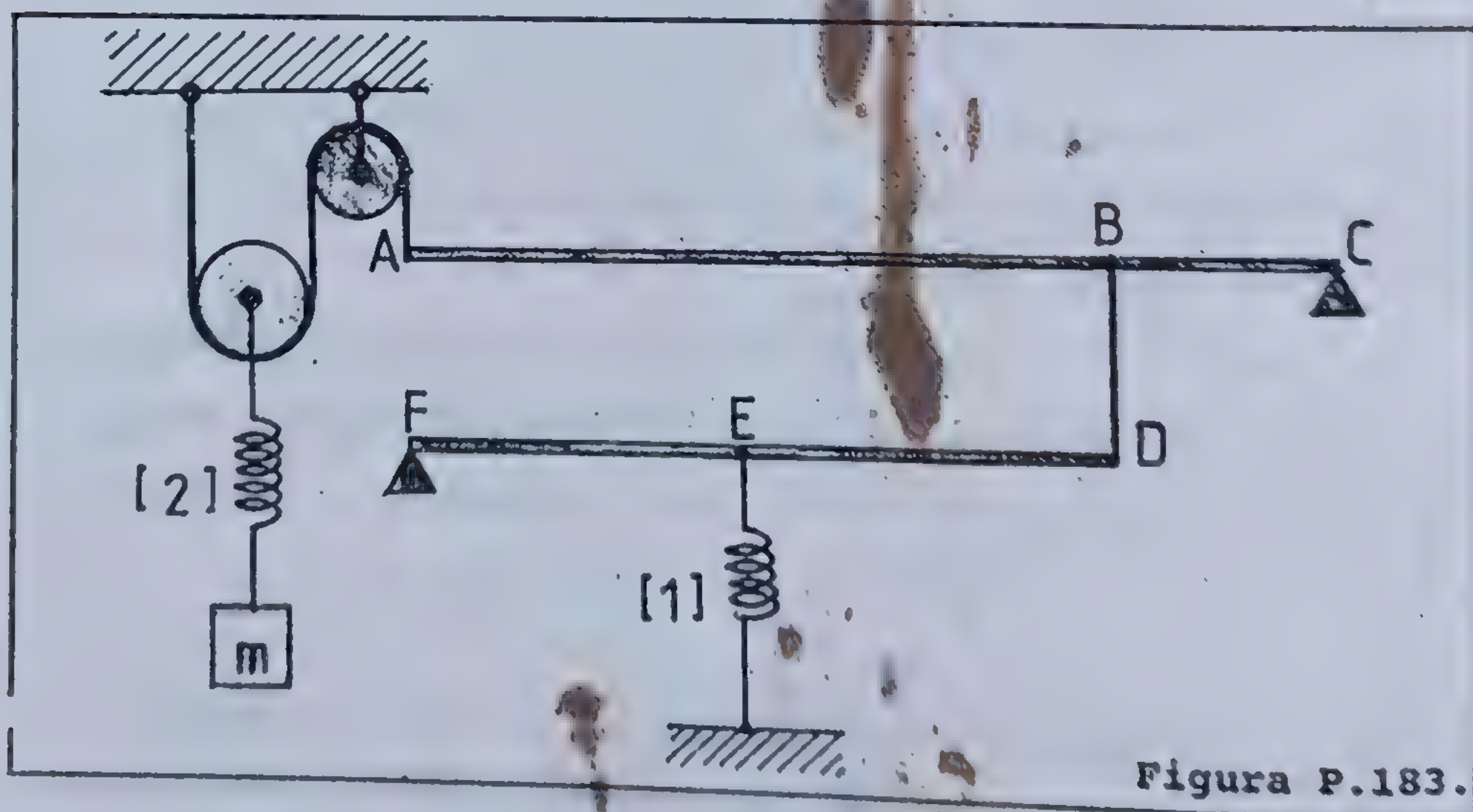


Figura P.183.

(Olimpiadă 1993 - Drobeta-Tr. Severin)



## RĂSPUNSURI, REZOLVĂRI, INDICAȚII

Forța - mărime vectorială. Compunerea forțelor. Principiile mecanicii.

1. Forțele sunt egale dacă au aceeași orientare (direcție și sens), același punct de aplicatie și același modul.
2. a) forțe coliniare de același sens; b) forțe coliniare de sens contrar; c) forțe perpendiculare.
3. Nu; se poate demonstra utilizând regula triunghiului.
4. Forțele trebuie reprezentate mai întâi la aceeași scară.
5.  $R_{\max} = F_1 + F_2 = 10\text{N}$  pentru unghi de  $0^\circ$  (forțe coliniare de același sens) și  $R_{\min} = F_2 - F_1 = 2\text{N}$  pentru unghi de  $180^\circ$  (forțe coliniare de sens contrar).
6. Rezultanta este aceeași (ea are aceeași scară ca și forțele componente).
7.  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  (Vezi figura R.7.) unde  $\vec{v}_1$  și  $\vec{v}_2$  sunt vectori perpendiculari. ( $v = 225 \text{ Km/h}$ )
8. a) Forțe coliniare, de sens contrar, egale în modul.  
b) Rezultanta a două forțe să fie coliniară, de sens contrar și egală în modul cu cea de-a treia forță.

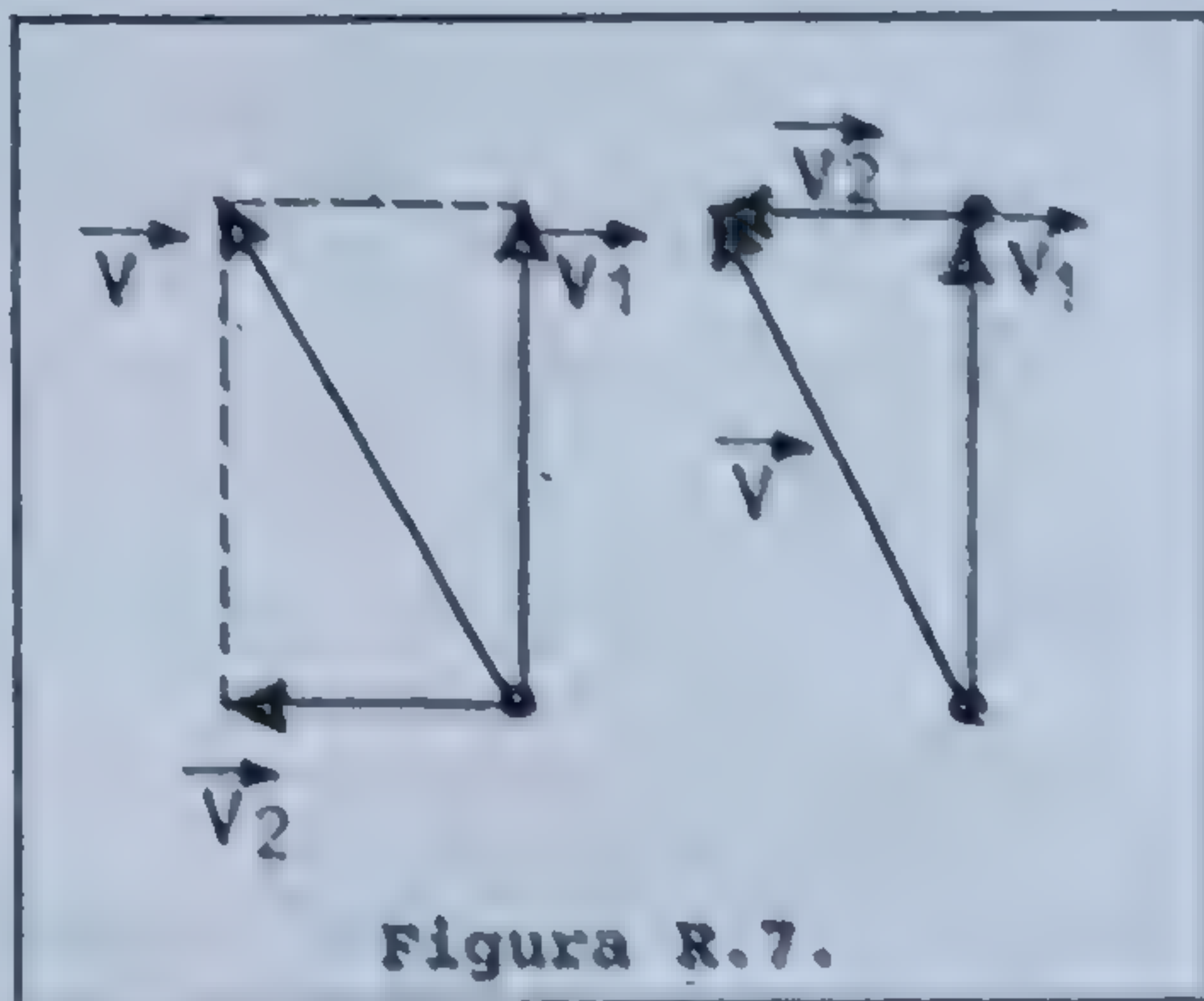


Figura R.7.



9. Cazul b).

10. a) 2N; b) 1N.

11. DA: b); c); d); e); f); g); h).

NU: a); i); j).

13. Putem compune  $\vec{F}_1$  cu  $\vec{F}_3$  și separat  $\vec{F}_2$  cu  $\vec{F}_4$ ; apoi se compun rezultantele între ele;  $R = 7N$ , orientată spre sud-vest.

14. Se compun  $\vec{F}_1$  cu  $\vec{F}_1'$  și separat  $\vec{F}_2$  cu  $\vec{F}_2'$  (vezi problema 9b). Apoi se compun cele două rezultante, care sunt coliniare și de sens contrar. Forța  $\vec{F}$  trebuie să echilibreze rezultanta celor 4 forțe. Rezultă:  $F = 10N$ , orientată după bisectoarea unghiului format de  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_1'$ .

15. a) Notăm cu  $\vec{R}_1$  și respectiv  $\vec{R}_2$  forțele rezultante ce acționează asupra bărcii în cele două situații (fig. R.15.a)

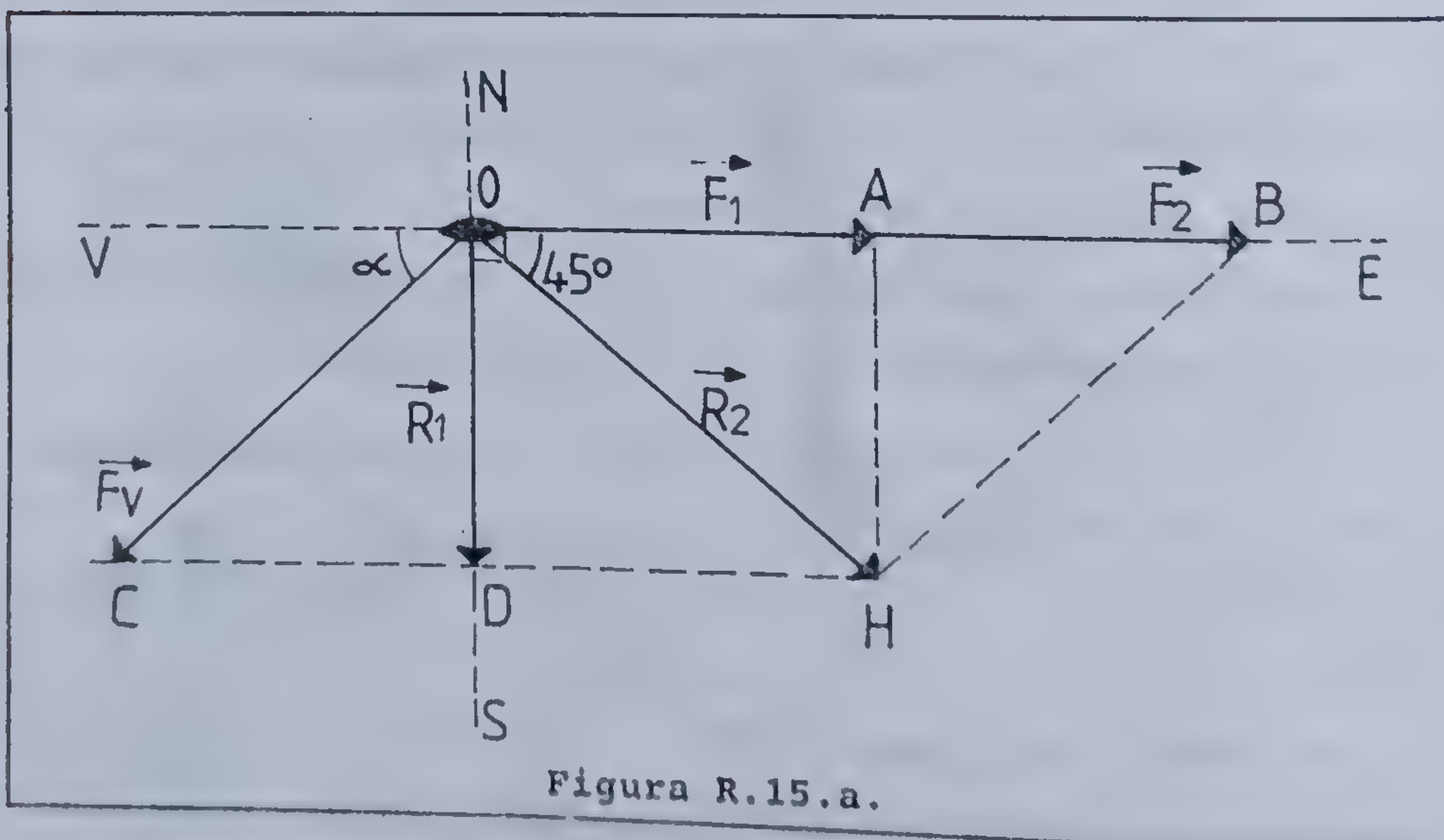


Figura R.15.a.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_v = \vec{R}_1; \vec{F}_2 + \vec{F}_v = \vec{R}_2 \text{ sau: } \vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}_v = \vec{R}_2$$



$\vec{R}_1 + \vec{F}_1 = \vec{R}_2$  ; din triunghiul OAD rezultă  $R_1 = F_1 = 250\text{N}$   
 și  $R_2 = F_1\sqrt{2} = 250\sqrt{2}\text{ N}$

În triunghiul dreptunghic isoscel OCD avem:

$$F_v^2 = R_1^2 + F_1^2 = 2 \cdot F_1^2$$

$$F_v = F_1\sqrt{2} = 352,5\text{N};$$

$$\alpha = 45^\circ$$

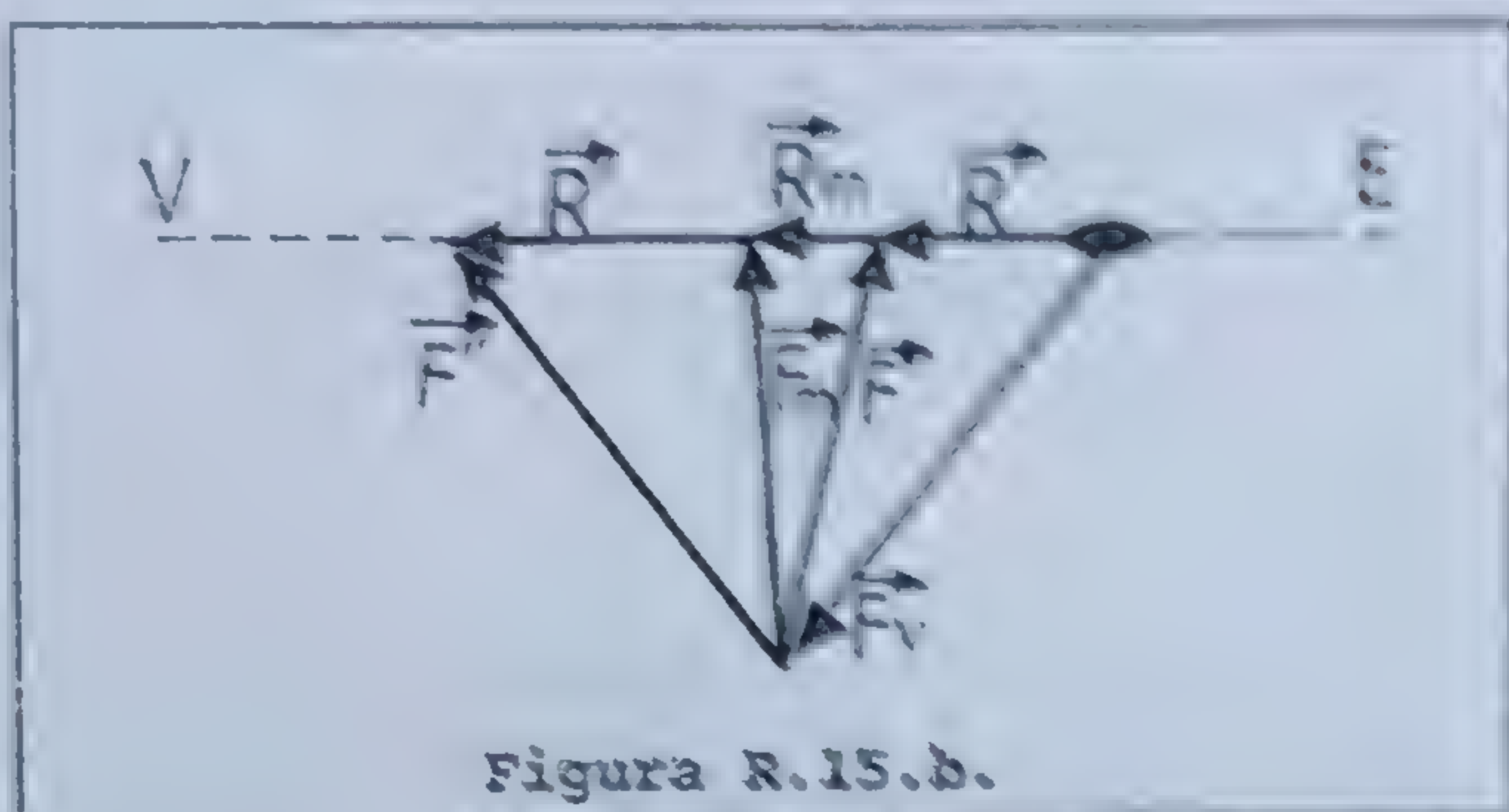


Figura R.15.b.

b) Barca se deplasează după bisectoarea unghiului format de cele două forțe.

c) Notând cu  $\vec{F}$  forța căutată, trebuie ca rezultanta  $\vec{R}$  a forțelor  $\vec{F}$  și  $\vec{F}_v$  să fie pe direcția vest (fig R.15.b.). Putem compune cele două forțe după regula triunghiului (începând cu  $\vec{F}_v$ , care este fixă). Vârful forței  $\vec{F}$  trebuie să fie pe dreapta VE (forțe posibile fiind  $\vec{F}'$ ,  $\vec{F}''$  etc.). Forța minimă  $\vec{F}_m$  este cea care corespunde distanței până la dreapta VE, deci are sensul spre nord. Descompunând  $\vec{F}_m$  în două componente, una spre sud și alta spre vest, se arată că  $F_m$  are același modul cu componenta spre sud a forței vântului:  
 $F_m = 250\text{N}$

16. În primul caz dinamometrul indică greutatea bilei  $G = 4\text{N}$ . În cazul al doilea, (figura R.16.) între bilă și perete apare un sistem de forțe acțiune-reacțiune  $\vec{N} = -\vec{N}'$ . Asupra bilei acționează forțele  $\vec{F}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{G}$ , care dau rezultantă nulă (bila este în echilibru). Rezultanta între  $\vec{N}$  și  $\vec{G}$  va fi deci egală și de sens contrar cu  $\vec{F}$ . Aplicând teorema lui Pitagora, putem scrie:



$$R^2 = N^2 + G^2 \text{ dar } R = F \text{ deci: } N^2 = F^2 - G^2;$$

De aici rezultă:

$$N = \sqrt{F^2 - G^2} = \sqrt{25N^2 - 16N^2} = \sqrt{9N^2} = 3N$$

și deci:  $N' = N = 3N$

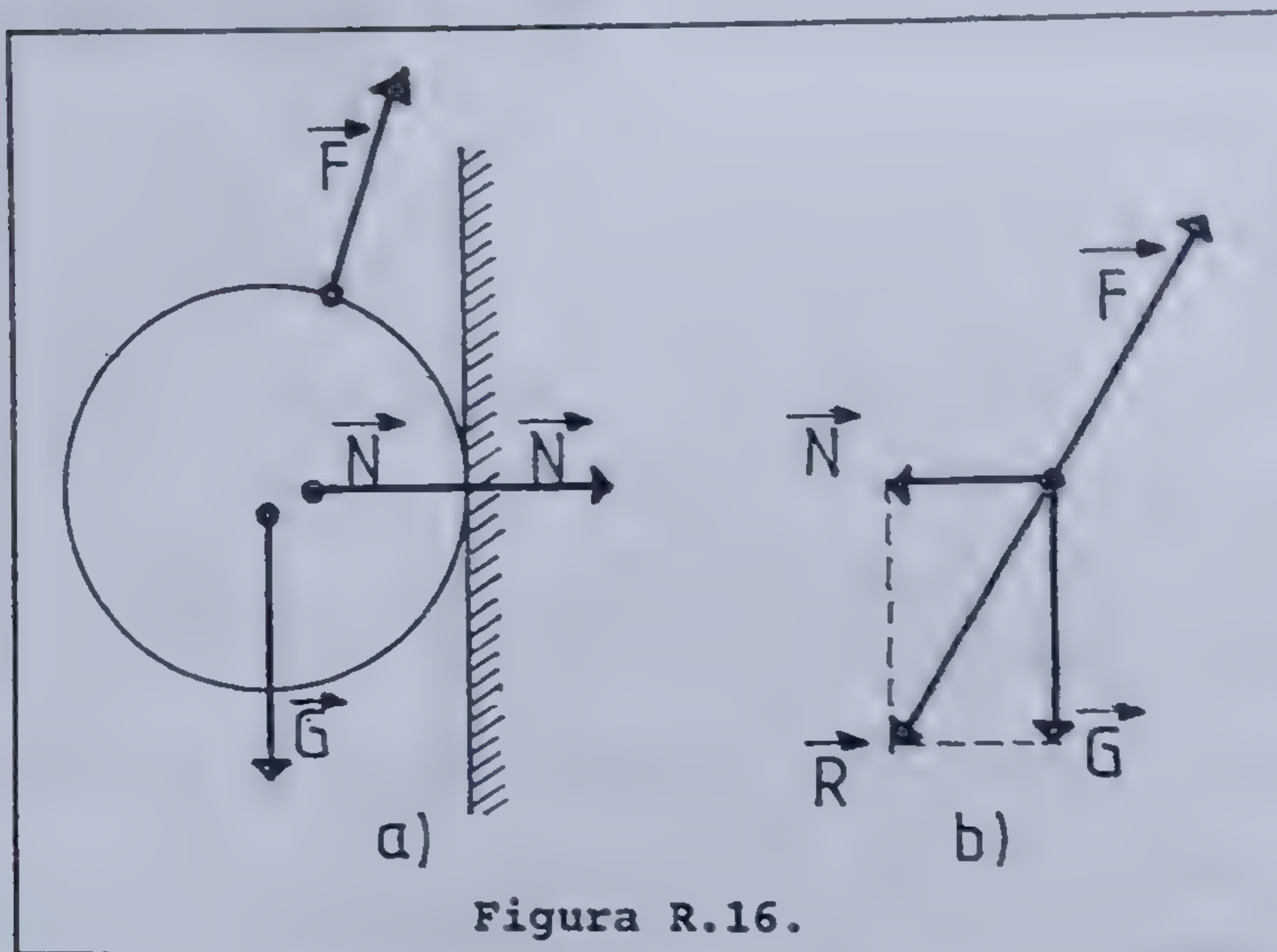


Figura R.16.

17. Fiecare corp interacționează cu celelalte 9, deci asupra fiecărui corp se vor aplica 9 forțe. În total avem 10 corpuri  $\times$  9 forțe = 90 forțe.

18. a) viteza este constantă, accelerația este nulă.

b) viteza crește (mișcare accelerată)

c) viteza scade (mișcare frânată).

19. A. Reacțiunea mesei asupra palmei are același modul ca și acțiunea.

B. Datorită forței de reacțiune (forței cu care sfoara acționează asupra noastră). Când această forță este mai mare decât greutatea proprie noi ne ridicăm de pe podea.



## Tipuri de forțe

20. Se descompune forța  $\vec{F}$  în două componente,  $\vec{F}_1$  normală pe suprafața de contact și  $\vec{F}_2$  paralelă cu această suprafață. Pe verticală avem:

$$F_1 + N = G$$

Corpul se desprinde când  $N = 0$ . Deci:  $F_1 = G$ .

Pentru  $\alpha = 30^\circ$  rezultă:  $F_1 = F/2$ ;  $F = 2G = 2mg = 100\text{N}$ .

21. Forța elastică se opune deformării;

a) ambele forțe elastice în jos;

b) poziția de echilibru este sub jumătatea distanței dintre cei doi pereți, deci ambele forțe vor fi în sus;

c) în sus, mai mari ca la punctul b.

22. Balanța indică corect masa corpului în timp ce cântarul cu arc nu.

23. a) Asupra corpului acționează  $\vec{G}$  și  $\vec{F}_2$

b)  $\vec{F}_1$  - forța cu care corpul acționează asupra resortului reprezintă acțiunea (cauza)

$\vec{F}_2$  - forța cu care resortul acționează asupra corpului reprezintă reacțiunea (efectul).

OBSERVAȚIE: Alegerea este

relativă (de la caz la caz); de exemplu, când dorim să

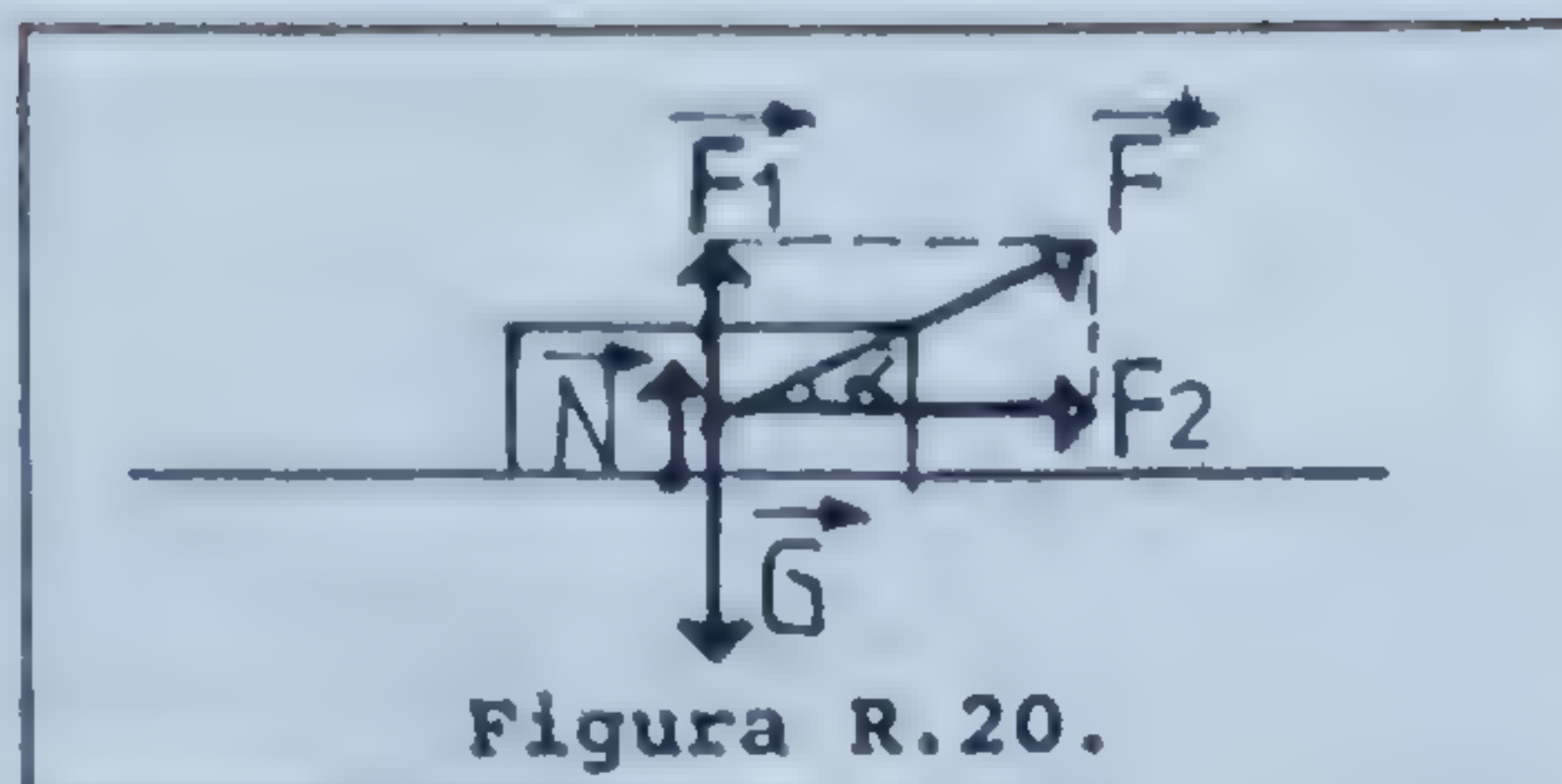


Figura R.20.

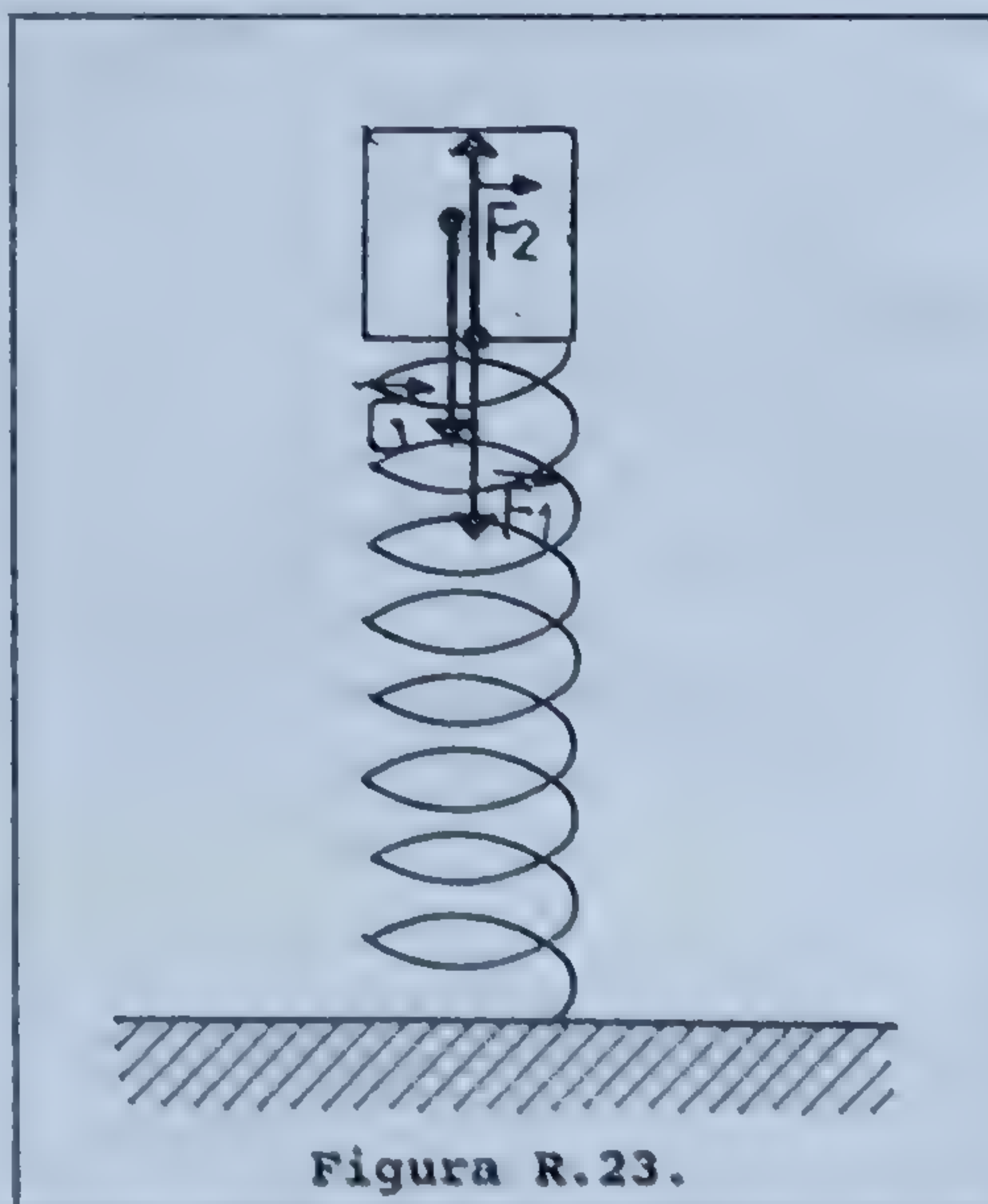


Figura R.23.



tragem un corp în sus prin intermediul unui resort vom considera cauză (acțiune) forța cu care resortul trage corpul (invers ca în răspunsul de mai sus).

$$c) G = F_2 = F_1 = F_0 = k \cdot \Delta l;$$

$$m = \frac{k \cdot \Delta l}{g} = \frac{2000 \text{ N/m} \cdot 0,2 \text{ m}}{10 \text{ N/kg}} = 40 \text{ kg}$$

$$24. \quad k = \frac{G_1}{\Delta l_1} = 150 \text{ N/m}; k = \frac{G_1 + G_2}{\Delta l_2}; \text{ rezulta: } m_2 = 600 \text{ g}$$

$$25. a) \quad \Delta l_A = \frac{F}{k_A} = \frac{2 \text{ N}}{100 \text{ N/m}} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$b) \quad \Delta l_B = \frac{\Delta l_A}{2} = 1 \text{ cm}; \quad k_B = \frac{F}{\Delta l_B} = \frac{2 \text{ N}}{0,01 \text{ m}} = 200 \text{ N/m}$$

c)  $R_{AB} = F$  (jumăta-tea paralelogramului este triunghi echilateral). Cum:

$$F_0 = R_{AB}.$$

Rezultă  $F_0 = 2 \text{ N}$ .

$$k_c = \frac{F_{\max}}{\Delta l_{\max}} = \frac{5 \text{ N}}{0,1 \text{ m}} = 50 \text{ N/m}$$

$$\Delta l_c = \frac{F_c}{k_c} = \frac{2 \text{ N}}{50 \text{ N/m}} = 4 \text{ cm}$$

26. Urmăriți figura R.26.

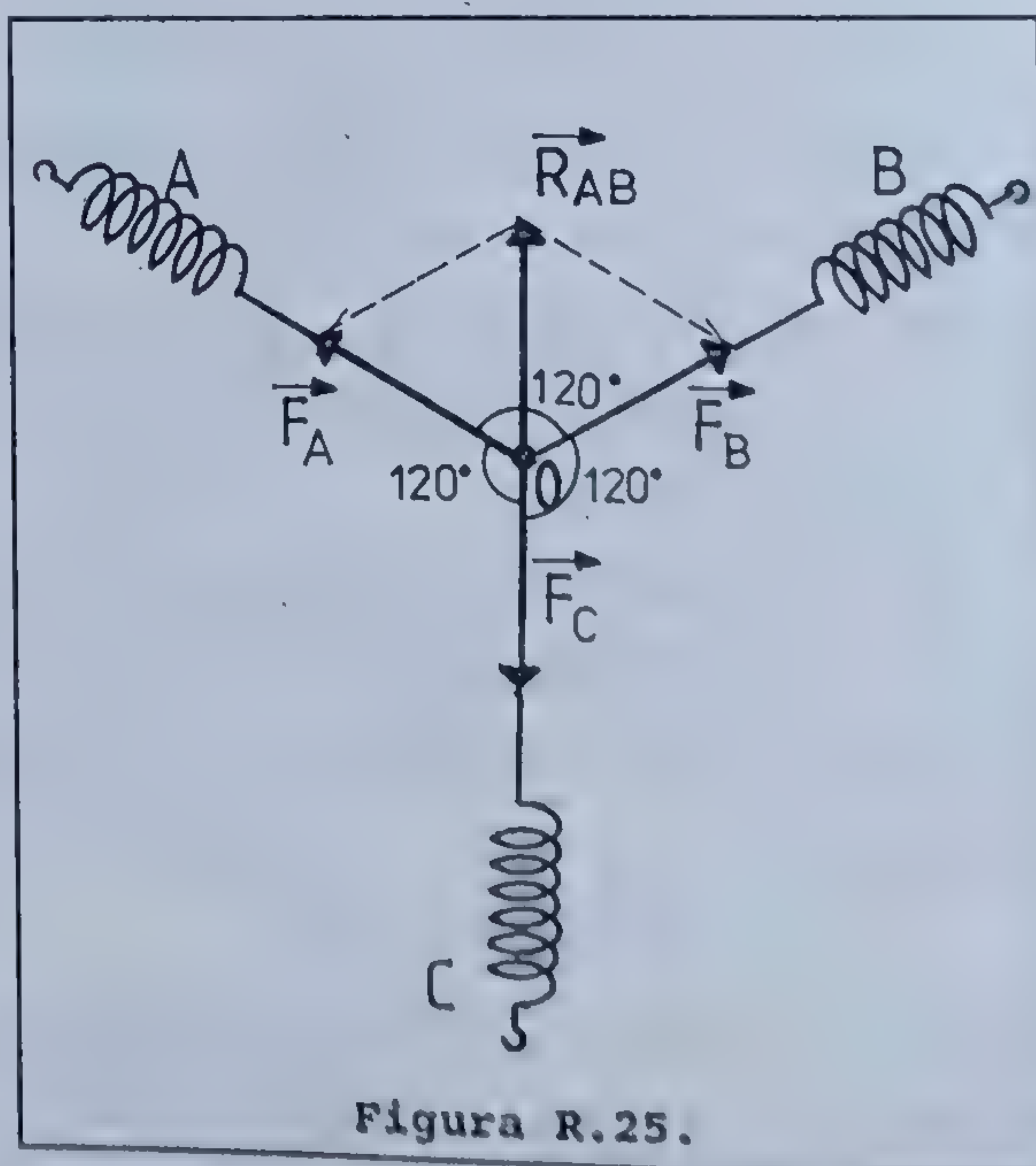


Figura R.25.

$$a) F_{01} = G_1 = 1 \text{ N}; F_{02} = G_2 + F_{01}' = 3 \text{ N};$$



$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{F_{e1}/k}{F_{e2}/k} = \frac{F_{e1}}{F_{e2}} = \frac{1}{3}$$

$$b) F_{e1} = F + G_1 =$$

$$= F + 1N; F_{e2} = G_2 + F_{e1}' =$$

$$= 3N + F$$

$$\frac{\Delta l_1'}{\Delta l_2} = \frac{F + 1N}{F + 3N} = \frac{1}{2}$$

Rezultă:  $F = 1N$

$$c) N_3 = G + F_{e2}' =$$

$$= 3N + 4N = 7N.$$

27. a) În momentul desprinderii  $F_e = G$ ;

$$\Delta l = v \cdot t = 10 \text{ cm}$$

$$k\Delta l = mg; \quad k =$$

$$= 1,5N/0,1m = 15 \text{ N/m}$$

$$b) \Delta l' = v \cdot t' = 6 \text{ cm}$$

$$F_e' = k\Delta l' = 0,9N$$

$$N = G - F_e' = 0,6N$$

$$c) F_e' = F_f$$

Rezultă  $F_f = k\Delta l' = 0,9N$ .

$$28. a) k_1 = \frac{F_1}{\Delta l} = \frac{20N}{6cm}; k_2 = \frac{F_2}{\Delta l} = \frac{40N}{6cm}; \text{Obținem: } k_2 = 2 \cdot k_1$$

b) Alungirile resorturilor, la aplicarea aceleiași forțe, sunt proporționale cu lungimile inițiale ale resorturilor:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{F/k_1}{F/k_2} = \frac{k_2}{k_1} = 2$$

29. Forța aplicată resortului întreg este aceeași cu forța care întinde fiecare jumătate.

$$\text{Pentru resortul întreg: } F = k\Delta l$$

$$\text{Pentru jumătate de resort: } F = k\Delta l = k_1 \Delta l/2. \text{ Rezultă: } k_1 = 2k$$

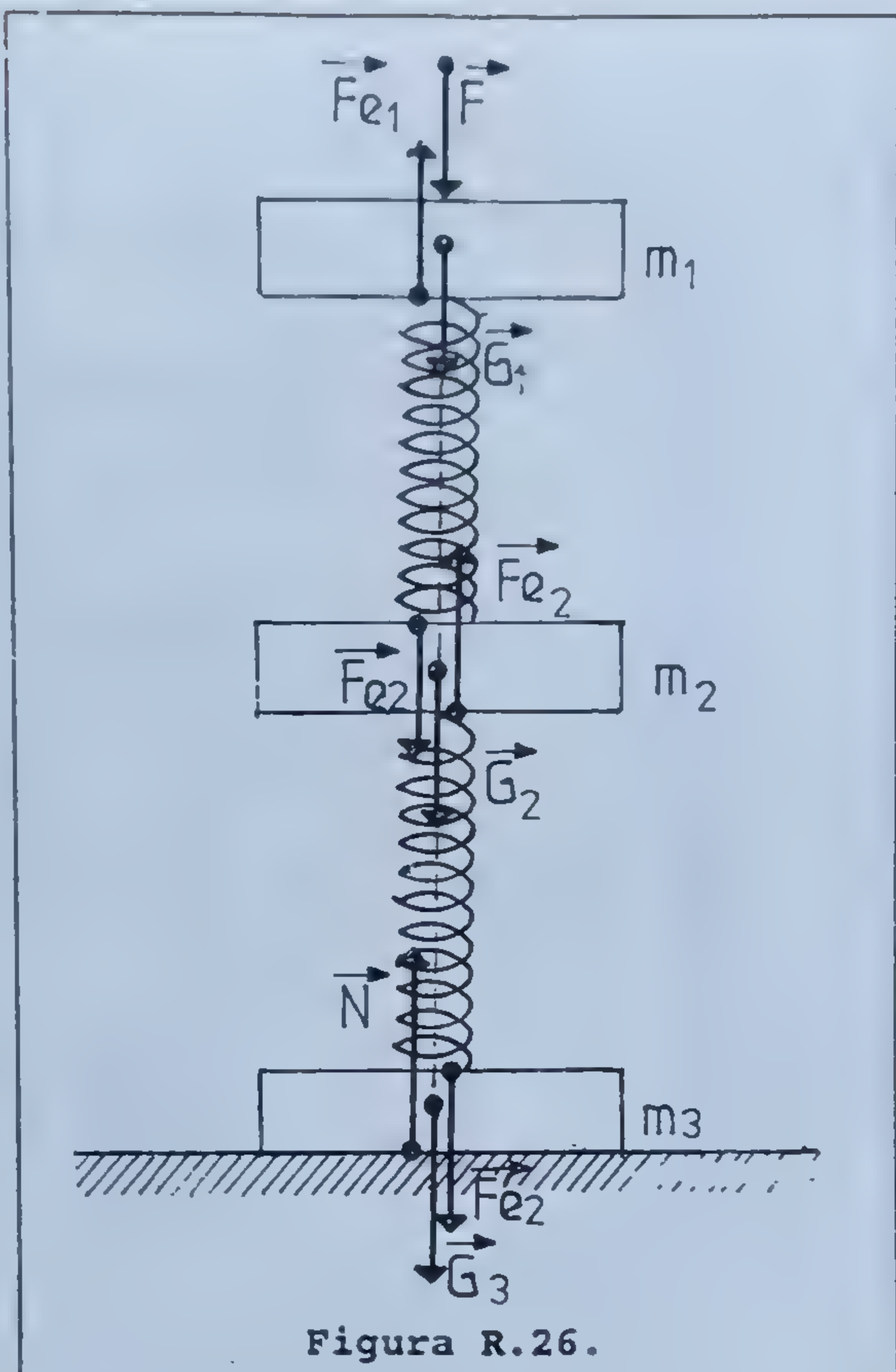


Figura R.26.



30. Cum fiecare spiră are o alungire bine precizată la aplicarea unei anumite forțe, rezultă că alungirea unei porțiuni de resort este proporțională cu lungimea ei:

$$\Delta l_1 / \Delta l = l_1 / l; \text{ de unde } \Delta l_1 = l_1 \Delta l / l.$$

Cum  $F = k \cdot \Delta l = k_1 \cdot \Delta l_1$  sau:  $k \Delta l = k_1 l_1 \Delta l / l$  rezultă:  $k_1 = k \cdot l / l_1$ .

Deci, în general, vom avea:  $k_n = k \cdot \Delta l / l_n$

$$31. \quad G_1 = 0,5N; \quad k_1 = \frac{G_1}{\Delta l_1} = \frac{0,5N}{0,02m} = 25N/m; \quad k_2 = \frac{G_1}{\Delta l_2} = 50N/m$$

$G_2 = 2N$ . Ambele resorturi sunt alungite de forțe egale cu  $G_2$

$$\Delta l_1' = \frac{G_2}{k_1} = 8cm; \quad \Delta l_2' = \frac{G_2}{k_2} = 4cm; \quad \Delta l' = \Delta l_1' + \Delta l_2' = 12cm$$

32. a)  $F = F_1 = F_2$ ;  $\Delta l_a = \Delta l_1 + \Delta l_2$ ; Deci:

$$\frac{F}{k_a} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}; \quad \frac{1}{k_a} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \text{ de unde: } k_a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

b)  $F = F_1 + F_2$ ;  $\Delta l = \Delta l_1 = \Delta l_2$  deci:

$$k_b \Delta l = k_1 \Delta l + k_2 \Delta l \text{ de unde obținem:}$$

$$k_b = k_1 + k_2$$

Încercați să generalizați soluțiile obținute pentru un număr oarecare de resorturi legate în serie, respectiv în paralel.

33. Resortul inițial se poate considera alcătuit din cele 6 părți legate în serie.

$$F_0 = k \cdot \Delta l = k_1 \cdot \Delta l_1' = k_1 \cdot \Delta l / 6; \text{ Rezultă: } k_1 = 6 \cdot k$$

Fiecare resort suportă 1/6 din greutatea plăcii:

$$F_0' = G/6 = m \cdot g/6 = k_1 \cdot \Delta l_2; \quad \Delta l_2 = m \cdot g/6k_1 = m \cdot g/36k = \\ = \frac{360N}{36 \cdot 1000N/m} = 1cm$$



34. În starea inițială  $F_{e1} = F_{e2}$ . Notând cu  $\Delta l_1$  comprimarea primului resort și cu  $\Delta l_2$  alungirea celui de al doilea, avem:

$$k_1 \cdot \Delta l_1 = k_2 \cdot \Delta l_2 \quad (1)$$

Presupunem acum că acționăm cu o forță  $\vec{F}$  asupra sistemului. Dacă alungirea acestuia  $\Delta l$  va fi proporțională cu forța deformatoare, atunci este posibil să echivalăm sistemul cu un singur resort.

Din figură se observă că:  $F + F_{e1} = F_{e2}$ ,

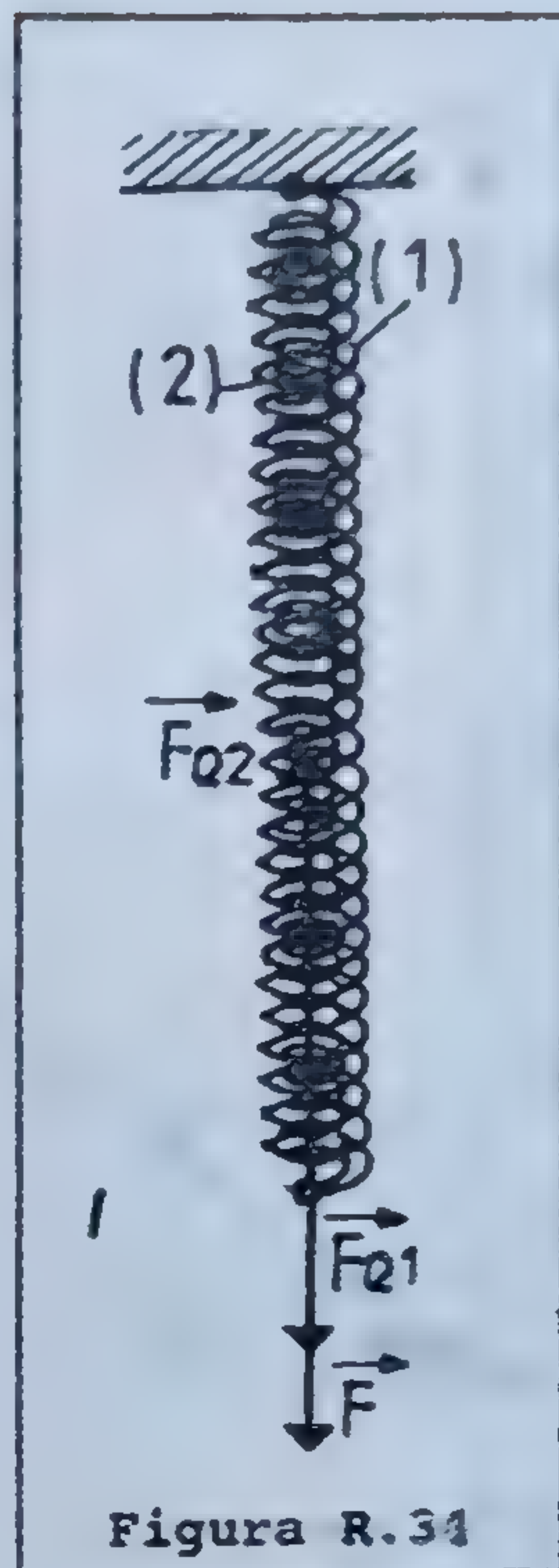
unde  $F_{e1} = k_1(\Delta l_1 - \Delta l)$  și  $F_{e2} = k_2(\Delta l_2 + \Delta l)$ .

Înlocuind obținem:

$$F = F_{e2} - F_{e1} = k_2 \Delta l_2 + k_2 \Delta l - k_1 \Delta l_1 + k_1 \Delta l$$

Utilizând relația (1) obținem:  $F = (k_1 + k_2) \Delta l$

de unde tragem concluzia că resortul echivalent are constanta elastică:  $k = k_1 + k_2$



35. Resortul al treilea are alungirea egală cu:

$\Delta l_3 = G_3 / k_3 = m_3 \cdot g / k_3$ ; Asupra corpului de masă  $m_2$  acționează în jos forțele  $\vec{F}_{e3}$  și  $\vec{G}_2$  iar în sus  $\vec{F}_{e2}$ . Deci putem scrie că:

$F_{e3} + G_2 = F_{e2}$ , de unde  $m_3 g + m_2 g = k_2 \Delta l_2$ ;

$\Delta l_2 = (m_2 + m_3) \cdot g / k_2$ . Analog avem:

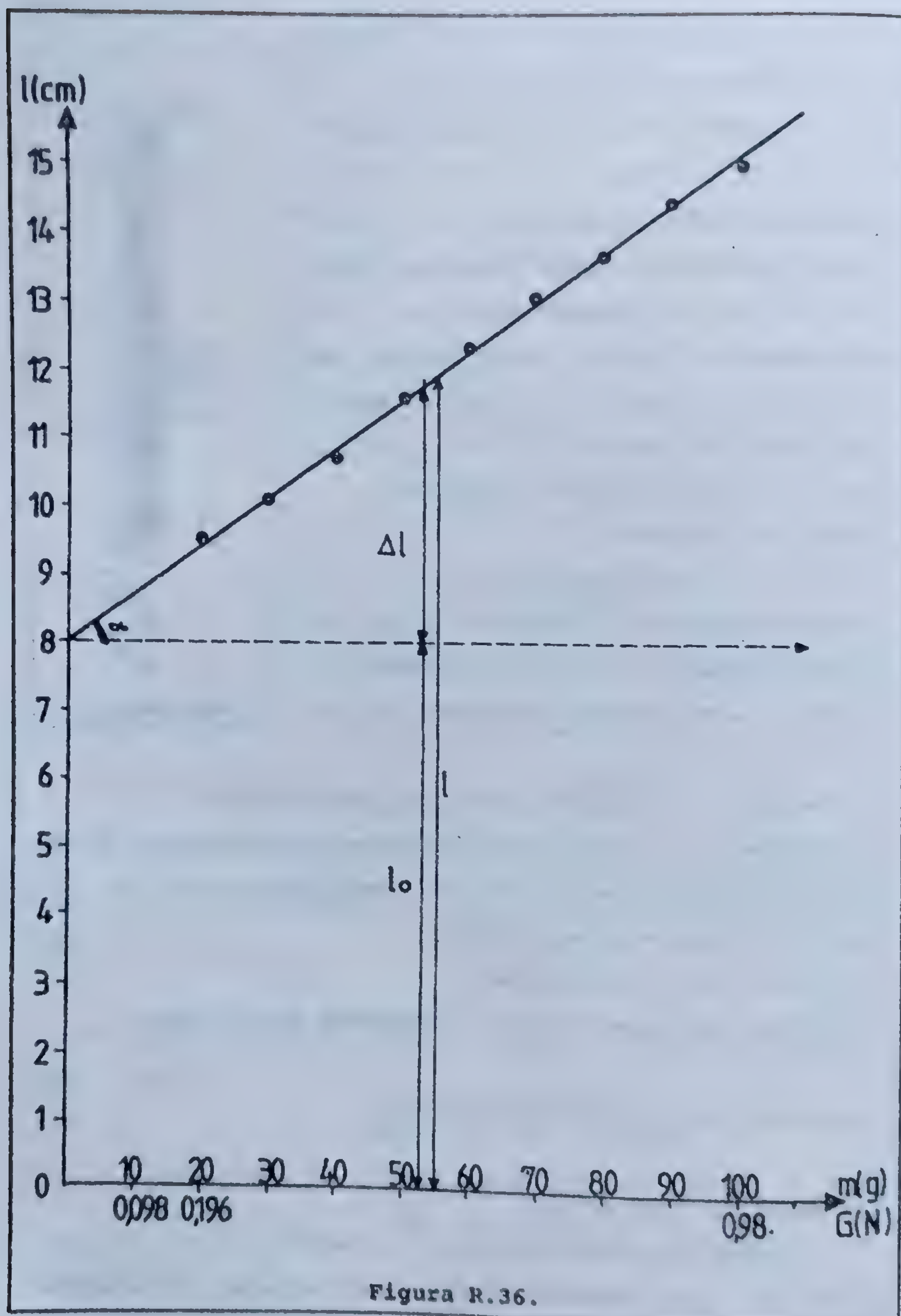
$F_{e1} = G_2 + F_{e2}$ ;  $\Delta l_1 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot g / k_1$ . Alungirea totală este:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = g \left( \frac{m_1 + m_2 + m_3}{k_1} + \frac{m_2 + m_3}{k_2} + \frac{m_3}{k_3} \right)$$

36. Urmăriți figura R.36

Textul problemei conține, în detaliu, toate explicațiile ce sunt necesare înțelegerii acestei interesante probleme.







37. a) Există, acționează asupra celuilalt corp.

b) Dăm un exemplu: lădița 1, așezată pe o platformă 2, este trasă cu ajutorul forței  $\vec{F}$ . La suprafața de contact (figura

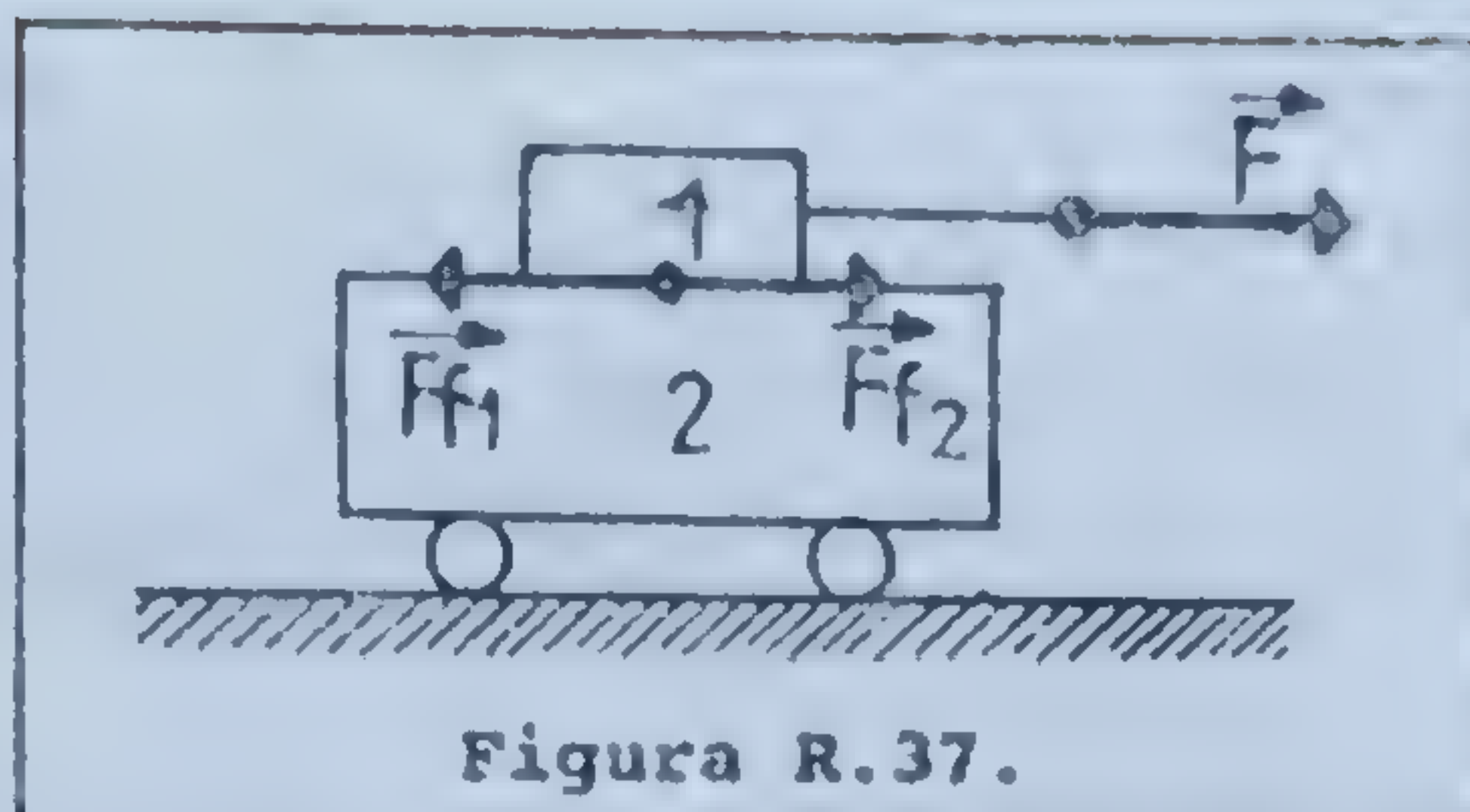


Figura R.37.

R.37) apar forțele de frecare  $\vec{F}_{f1}$  și  $\vec{F}_{f2}$  (de tip acțiune-reacțiune). Forța  $\vec{F}_{f2}$  acționează asupra platformei determinând deplasarea acesteia.

38. a)  $F_f > F$ ; b)  $\mu_{\text{fibra}} < \mu_{\text{cânpă}}$ ; c)  $\mu_{\text{radieră-hârtie}} > \mu_{\text{hârtie-masă}}$

$$39. F_{f1} = k\Delta l_1 = F_f; F_{f2} = k\Delta l_2 = G; N = G; \mu = \frac{F_f}{N} = \frac{k\Delta l_1}{k\Delta l_2} = \frac{1,6 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 0,2$$

40. Se deduc forțele necunoscute analizând fiecare din corpuri, dinspre ultimul spre primul tratat. Preci-

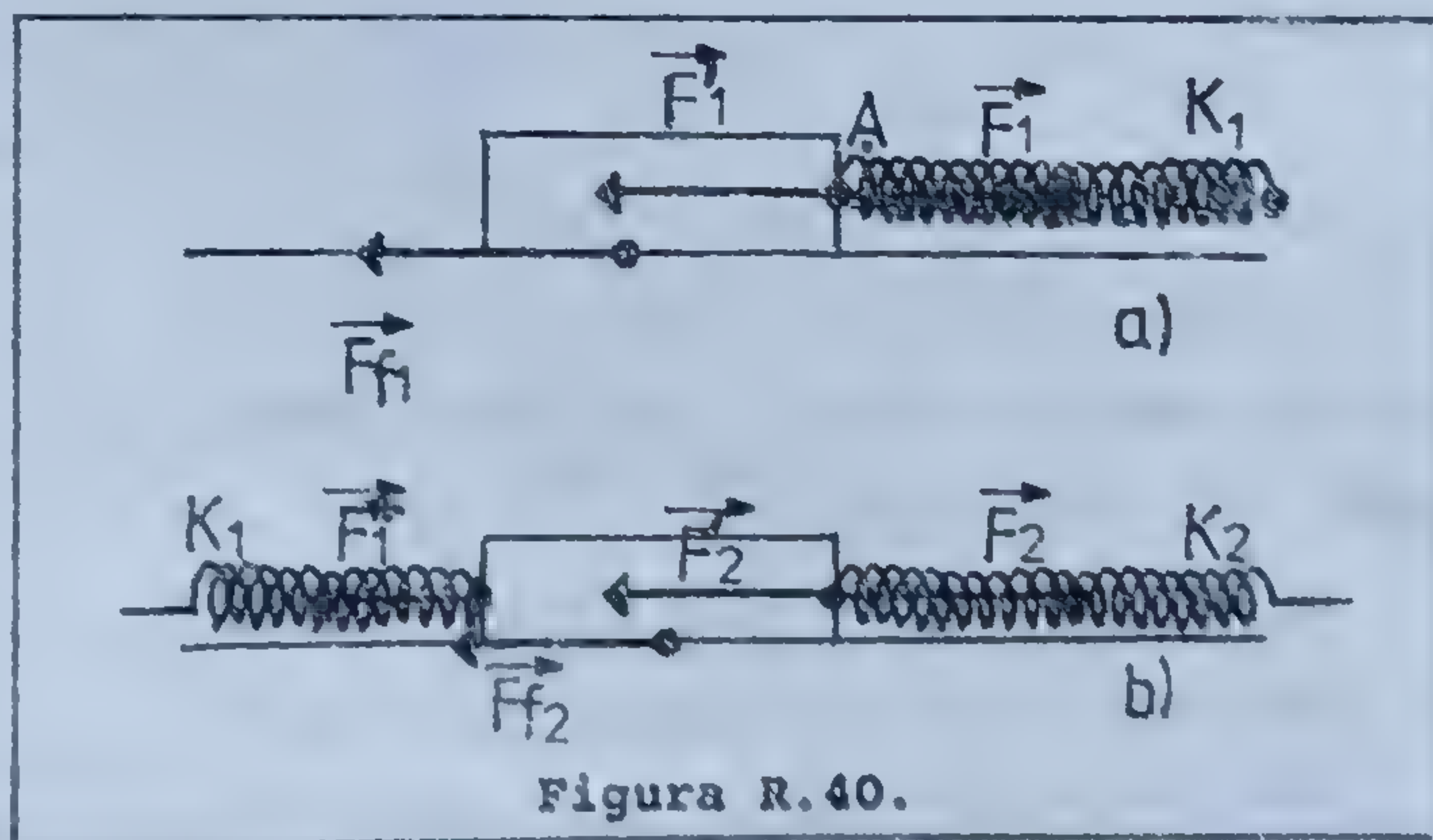


Figura R.40.

zăm că ne vom ocupa numai de forțele care acționează pe direcția deplasării.

Corpul de masă  $m_1$ : În punctul A apar două forțe acțiune-reacțiune  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_1'$ . Forța  $\vec{F}_1$  este forța cu care resortul acționează asupra corpului  $m_1$ . Mișcarea fiind uniformă,



rezultă că:  $F_1 = F_{11} = G_1/5 = 6\text{N}$ . Cum:  $F_{01} = F_1'$  și  $F_1' = F_1$  avem:  $F_{01} = 6\text{N}$ .

Alungirea resortului de constantă elastică  $k_1$  va fi:

$$\Delta l_1 = F_{01}/k_1 = 6\text{N}/(100\text{N/m}) = 0,06\text{m} = 6\text{cm}$$

Corpul de masă  $m_2$ : Asupra sa acționează forțele  $\vec{F}_2$  și  $\vec{F}_{02}$  cu aceeași semnificație ca și în cazul corpului  $m_1$  și forța  $\vec{F}_1''$  care reprezintă acțiunea resortului  $k_1$ . Cum  $F_1'' = F_{01} = 6\text{N}$  și mișcarea este uniformă, rezultă:  $F_2 = F_{02} + F_1'' = G_2/5 + F_{01} = 4\text{N} + 6\text{N} = 10\text{N}$ ;  $F_{02} = F_2 = k_2 \Delta l_2$ . Obținem alungirea resortului de constantă  $k_2$ :  $\Delta l_2 = \frac{F_{02}}{k_2} = \frac{10\text{N}}{200\text{N/m}} = 5\text{cm}$

Pentru corpul de masă  $m_3$  se tratează ca la cel cu masa  $m_2$ :

$$F_3 = F_2'' + F_{03} = F_2 + G_3/5 = 10\text{N} + 2\text{N} = 12\text{N}$$

$$\Delta l_3 = \frac{F_{03}}{k_3} = \frac{12\text{N}}{300\text{N/m}} = 0,04\text{m} = 4\text{cm}$$

Alungirea totală:  $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 6\text{cm} + 5\text{cm} + 4\text{cm} = 15\text{cm}$ .

41. a) Sistem tras spre dreapta:

$$F_e = k\Delta l_{dr}; F_e = F_{11} = \mu m_1 g; \Delta l_{dr} = \mu m_1 g/k$$

Analog pentru sistem tras spre stânga:  $\Delta l_{st} = \mu m_2 g/k$ ;

$$\text{Rezultă: } \Delta l_{dr}/\Delta l_{st} = m_1/m_2$$

b) Sistem împins uniform spre dreapta:

$$F_e' = k\Delta l_{dr}'; F_e' = F_{12} = \mu m_2 g; \Delta l_{dr}' = \mu m_2 g/k;$$

Pentru sistem împins spre stânga obținem:  $\Delta l_{st}' = \mu m_1 g/k$ ;

$$\text{Rezultă: } \Delta l_{dr}'/\Delta l_{st}' = m_2/m_1$$

$$\text{c) } \mu_1 m_1 g = \mu_2 m_2 g. \text{ Rezultă: } \mu_1/\mu_2 = m_2/m_1$$

42. a) Sistemul nu se deplasează spre dreapta dacă:

$$G_1 < F_1 + G_2 \text{ sau: } m_1 g < 0,01Ng + m_2 g \text{ de unde obținem: } m_1 < 0,01N + m_2$$

Sistemul nu se deplasează spre stânga dacă:  $G_1 < F + G_2$



sau:  $m_1 g < 0,01 N g + m_1 g$  deci când:  $m_1 > m_1 - 0,01 M$

Concluzionăm că sistemul este în echilibru dacă:

$$m_1 - 0,01 M < m_1 < m_1 + 0,01 M$$

b) Descompunem  $\vec{F}$  în componenta orizontală  $\vec{F}_1$  (care realizează tracțiunea) și componenta verticală  $\vec{F}_2$  (care micșorează apăsarea pe planul orizontal).

$$F_t = \mu N = \mu (G - F_2) = \mu (Mg - F \sin \alpha)$$

$$F_1 = F_t + G_1. \text{ Deci}$$

$$\text{avem: } F \cos \alpha =$$

$$= \mu (Mg - F \sin \alpha) + m_1 g$$

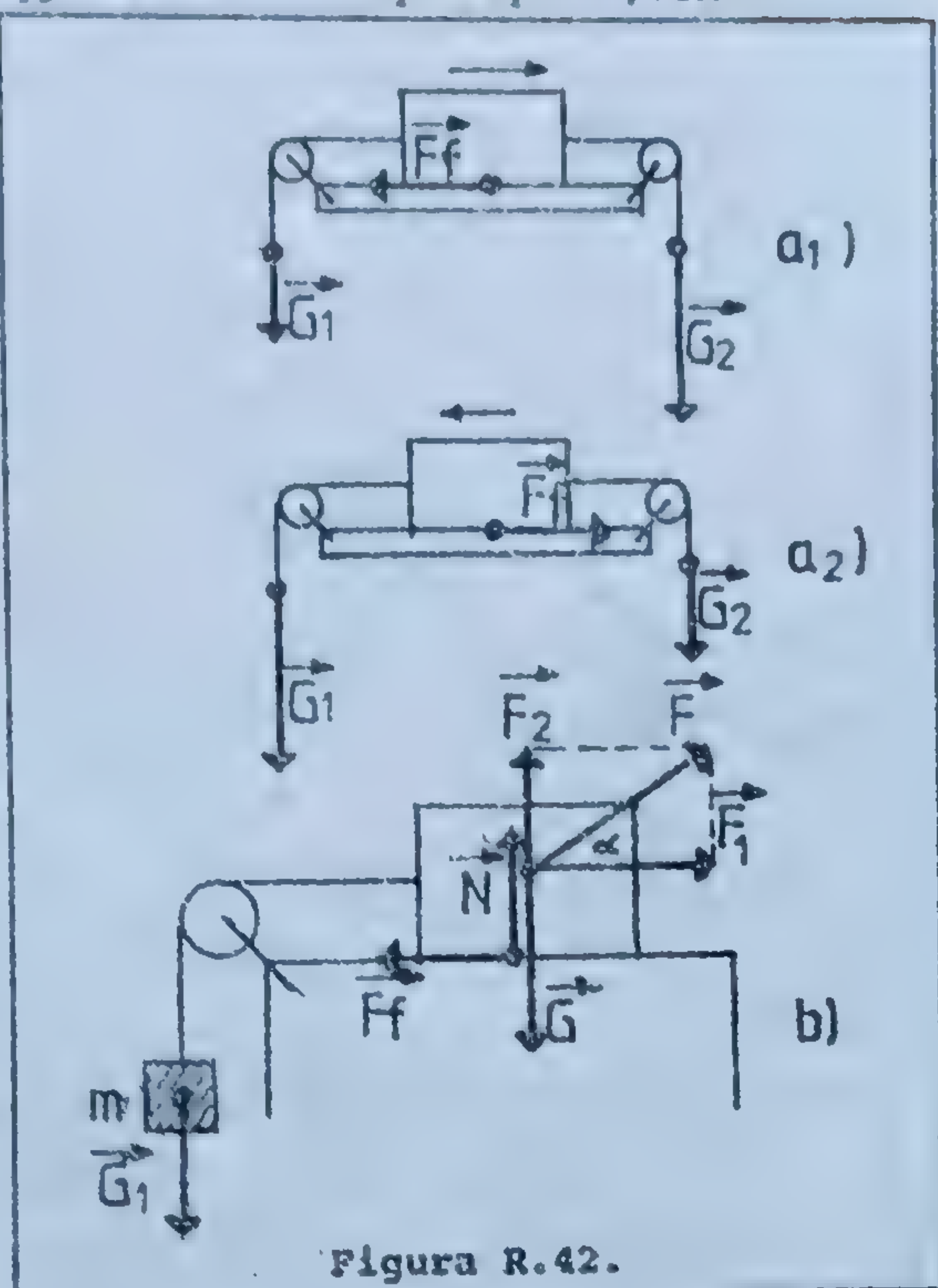


Figura R.42.

$$F = \frac{g(\mu M + m_1)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

43. În punctul B asupra corpului acționează forțele:  $\vec{F}_0$  (ca forța de tracțiune!),  $\vec{F}_1$  - din partea resortului,  $\vec{G}$  și  $\vec{N}$ . Descompunem  $\vec{F}_1$  în componentele  $F_{1v}$  (verticală) și  $F_{1h}$  (orizontală).

Pe orizontală:  $F_t = F_{1h}$  iar pe verticală:  $N + F_{1v} = G$

În triunghiul AOB, unghiul AOB =  $\alpha$ . Avem: OA =  $l_0 = 0,4m$ ;

$$AB = x = 0,3m.$$

Aplicând teorema lui Pitagora obținem: OB =  $l_1 = 0,5m$  astfel că rezultă:  $\sin \alpha = x/l_1 = 0,3m/0,5m = 0,6$ ;  $\cos \alpha = l_0/l_1 = 0,8$ .



Alungirea resortului este  $\Delta l = l_1 - l_0 = 0,5\text{m} - 0,4\text{m} = 0,1\text{m}$ .  
 Forța elastică din resort este:  $F_1 = k\Delta l = 100\text{N/m} \cdot 0,1\text{m} = 10\text{N}$   
 iar componentele ei sunt:  $F_{10} = F_1 \sin\alpha = 10\text{N} \cdot 0,6 = 6\text{N}$  și  
 $F_{1v} = F \cos\alpha = 8\text{N}$ . Rezultă:  $F_1 = F_{10} = 6\text{N}$ ;  
 $N = G - F_{1v} = 100\text{N} - 8\text{N} = 92\text{N}$ ;  $\mu = F_1/N = 6/92 = 0,065$

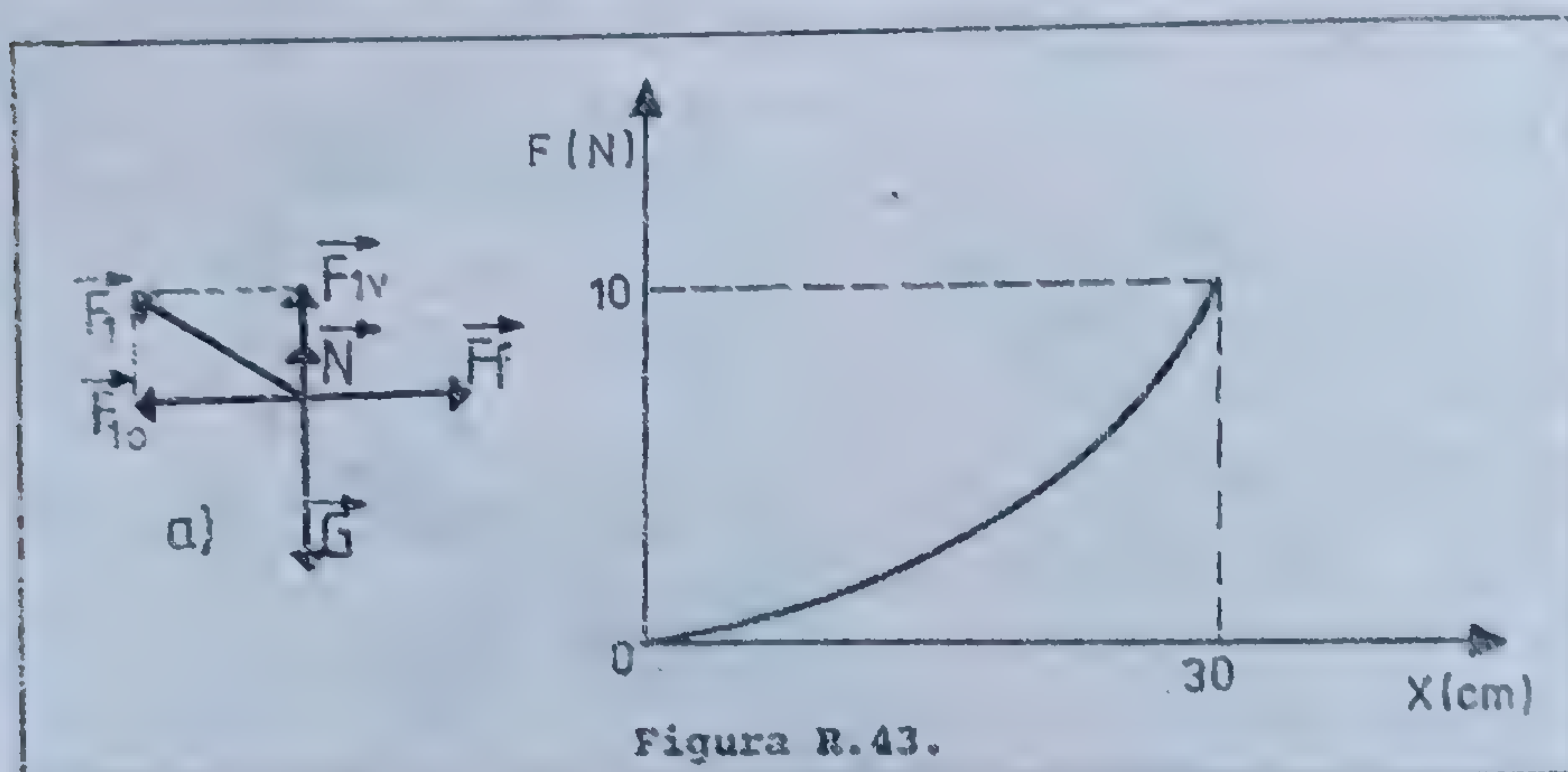


Figura R.43.

c)  $l_1' = \sqrt{l_0^2 + x^2}$ ;  $\Delta l = l_1' - l_0 = \sqrt{l_0^2 + x^2} - l_0$ ;

$F_e = k\Delta l = 100 \cdot (\sqrt{0,16 + x^2} - 0,4)\text{N}$  cu  $[x]_{SI} = \text{m}$

Dați lui  $x$  câteva valori convenabil alese (de exemplu 0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25 și 0,3m); obțineți astfel valorile forței  $F_e$  pe care le puteți folosi pentru alcătuirea graficului (figura R.43.c)

Lucru mecanic. Putere mecanică. Randament

44. Rezolvați singuri!

45. a) Notăm cu  $T_1$  și  $T_2$  tensiunile în cele două fire și cu  $R$  rezultanta lor. Avem:  $T_1 = R \cdot \cos 60 = 0,5R$  și  $T_2 = R \cdot \cos 30 = 0,86R$ ; Rezultă:  $T_2 > T_1$ , deci (2) este tatăl și (1) fiul.



b) Cu cât viteza apei este mai mare, cu atât forța cu care apa antrenează barca este mai mare. Viteza de curgere a râului crește dinspre maluri spre mijlocul său.

c) Deplasările tatălui și fiului sunt aceleași cu ale bărcii:

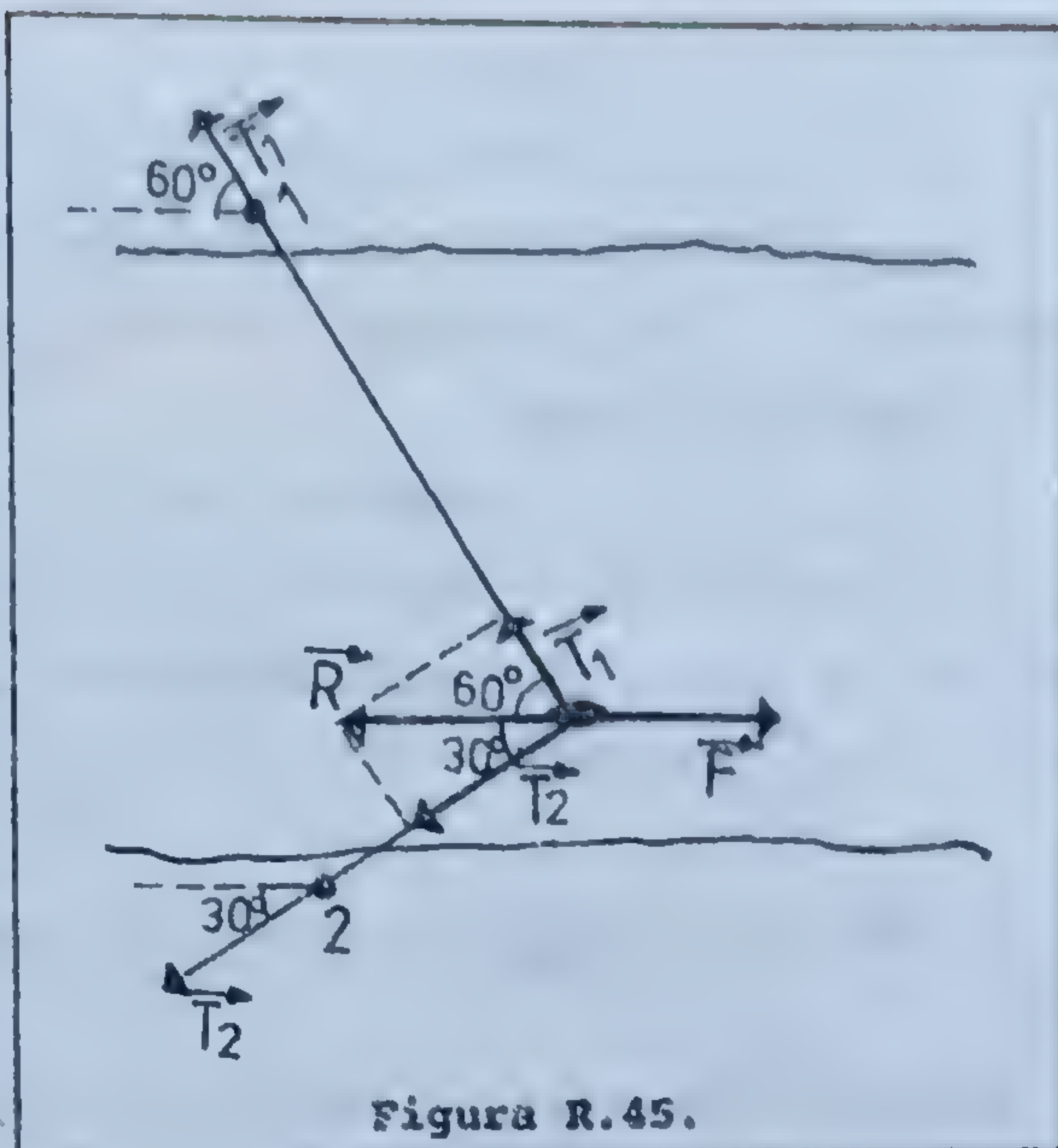


Figura R.45.

$$d = v_{\text{barcă}} \cdot t = 0,5 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ s} = 30 \text{ m}$$

$$L_{\text{tată}} = T_2 \cdot d \cdot \cos 30^\circ = R \cdot d \cdot \cos^2 30^\circ = F \cdot d \cdot \cos^2 30^\circ = 13500 \text{ J}$$

$$L_{\text{fiu}} = T_1 \cdot d \cdot \cos 60^\circ = R \cdot d \cdot \cos^2 60^\circ = F \cdot d \cdot \cos^2 60^\circ = 4500 \text{ J}$$

$$L_F = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -18000 \text{ J}$$

Observăm că:  $L_{\text{tată}} + L_{\text{fiu}} + L_F = 0$ ; Relația nu este întâmplătoare, căci rezultanta forțelor  $T_1$ ,  $T_2$  și  $F$  este nulă, iar lucrul mecanic al forței rezultante este egal cu suma lucrurilor forțelor componente.

$$46. a) v = \Delta x / \Delta t = 36 \text{ km} / 50 \text{ min} = 43,2 \text{ km/h}$$

$$b) G = 100 \text{ N}; F_t = \frac{15}{100} G = 150 \text{ N. Mișcarea fiind uniformă,$$

forța de tracțiune echilibrează forța de frecare:  $F_t = F_f = 150 \text{ N}$

$$L = F_t \cdot \Delta x = 150 \text{ N} \cdot 36000 \text{ m} = 5,4 \text{ MJ.}$$

$$c) P = \frac{L}{t} = \frac{5400000 \text{ J}}{50 \cdot 60 \text{ s}} = 1,8 \text{ kW}$$



47. a)  $F = G = 2000\text{N}$

b)  $L = G \cdot h = 2000\text{N} \cdot 60\text{m} = 120\text{kJ}$

c)  $t = L/t = 120\text{s}; \quad v = 60\text{m}/120\text{s} = 0,5\text{m/s}$

48.  $L_{G1} = 0$  și  $L_{N1} = 0$  pentru că forțele sunt perpendiculare pe direcția deplasării.

$L_{Ff} = - F_f \cdot h = - \mu m_1 g h = -0,6\text{J}$  (lucru mecanic rezistent)

$L_{G2} = G_2 h = m_2 g h = 20\text{N} \cdot 0,2\text{m} = 4\text{J}.$

49. a)  $L = G h = m g h = V \rho g h$ ; Rezultă:

$$V = \frac{L}{\rho g h} = 360\text{m}^3$$

b)  $\eta = \frac{L}{P t}; \quad t = \frac{L}{P \eta} = 7,5 \cdot 10^4 \text{s}.$  (în aceste relații

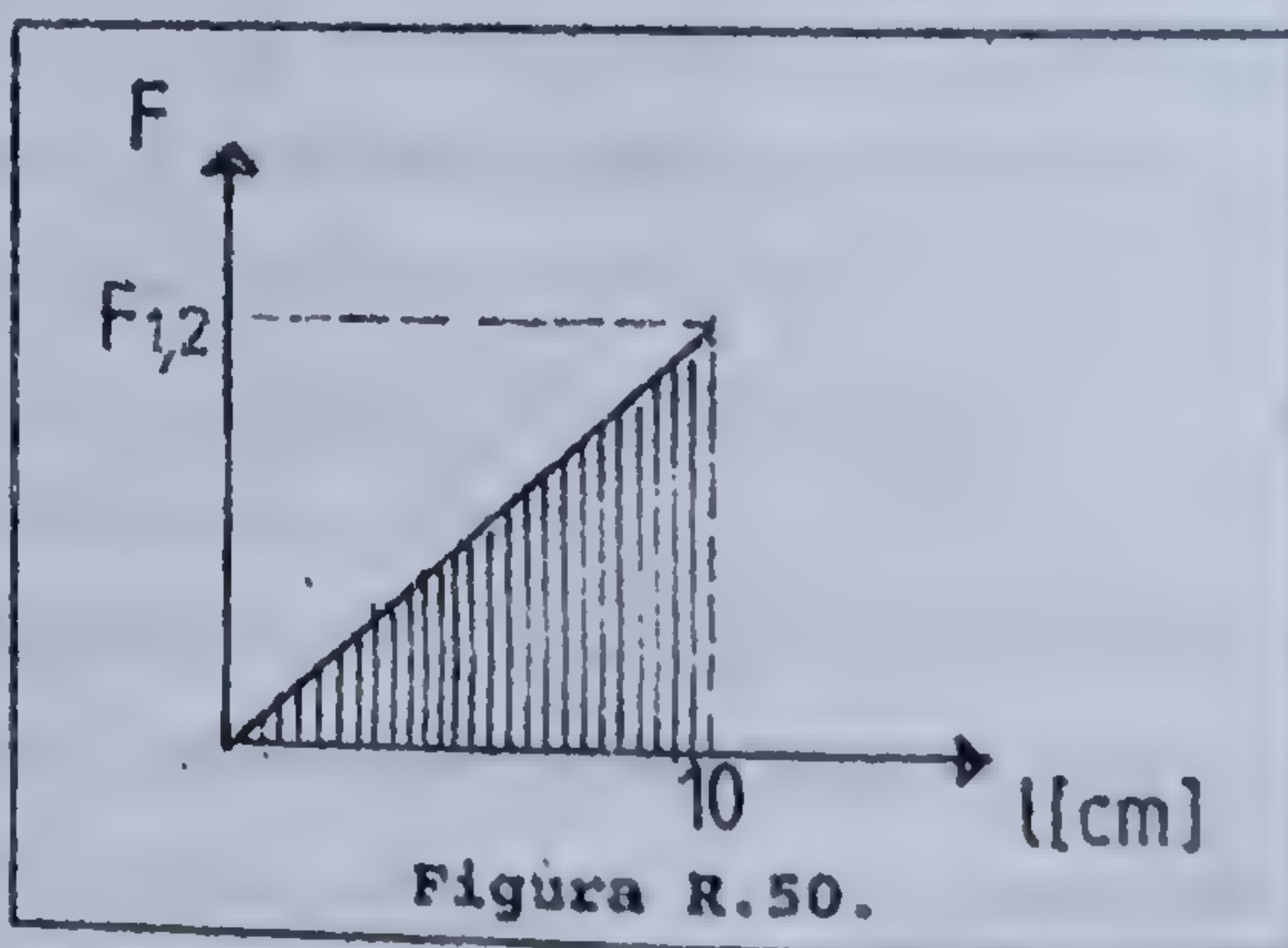
$P$  reprezintă puterea totală:  $P = 4 \cdot 150\text{W} = 600\text{W}$ )

50. Pentru  $\Delta l = 10\text{cm}$  cele două forțe elastice au valorile:

$F_1 = k_1 \Delta l = 33,3\text{N}$

$F_2 = k_2 \Delta l = 66,6\text{N}$

Lucrul mecanic este egal cu aria hașurată (atenție, forța nu este constantă!):



$$L_1 = \frac{F_1 \cdot \Delta l}{2} = \frac{33,3\text{J}}{2} = 1,66\text{J} \text{ și } L_2 = \frac{66,6}{2} = 3,33\text{J}$$

51. Lucrul mecanic corut este egal cu aria cuprinsă între grafic și axa absciselor. În urma calculului se obține:

$L = 1,05\text{J} = 2,9 \cdot 10^{-5}\text{ kWh}$



52. a)  $L_1 = P_o \cdot t = 48 \cdot 10^7 \text{ J}$  (unde  $t = 100\text{km}/90\text{km/h} = 4000\text{s}$ )

$$m = \frac{L_1}{L}, \quad V = \frac{m}{\rho} = 14,6 \text{ litri}$$

b)  $P_u = \eta \cdot P_o = 58\text{kW}$

c)  $F_t = \frac{P_u}{V} = 2320\text{N}$

53. a)  $L_{\text{corp}} = Mgl = 10^3\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} \cdot 20\text{m} = 2 \cdot 10^5\text{J}$

$$L_{\text{cablu}} = mgl/2 = m_o lgl/2 = m_o gl^2/2 = 4 \cdot 10^5\text{J}$$

$$L = L_{\text{corp}} + L_{\text{cablu}} = 24 \cdot 10^4\text{J}$$

b)  $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{L_{\text{corp}}}{L} = \frac{20 \cdot 10^4\text{J}}{24 \cdot 10^4\text{J}} = 0,83 = 83\%$

### Mecanisme simple

54.  $\eta = \frac{R \cdot d_R}{F \cdot d_F} = \frac{R \cdot b_R}{F \cdot b_F}; \quad F = R \frac{b_R}{b_F \cdot \eta} = \frac{G \cdot b_f}{\eta \cdot b_i}$

Pentru  $\eta = 100\% = 1$  avem:  $F = 225\text{N}$

Pentru  $\eta = 90\% = 0,9$  avem:  $F = 250\text{N}$ .

55. Să calculăm greutatea totală pusă pe fiecare taler :

$$V_1 = L_1 \cdot l_1 \cdot h_1 = 480\text{cm}^3; \quad m_{\text{apă}} = V_1 \rho_{\text{apă}} = 0,48\text{kg}; \quad G_{\text{apă}} = 4,8\text{N}$$

$$V_2 = L_2 \cdot l_2 \cdot h_2 = 600\text{cm}^3; \quad m_{\text{alcool}} = V_2 \rho_{\text{alcool}} = 0,48\text{kg}; \quad G_{\text{alcool}} = 4,8\text{N}$$

$$G_{1\text{total}} = G_1 + G_{\text{apă}} = 7,8\text{N}; \quad G_{2\text{total}} = G_2 + G_{\text{alcool}} = 8,8\text{N}$$

Brățele fiind egale, trebuie ca greutatea pusă pe talere să fie egale. Deci pe primul taler vom pune:

$$G = G_{2\text{total}} - G_{1\text{total}} = 1\text{N}; \quad \text{deci: } m = G/g = 100\text{g}$$

56. Rezolvarea propusă nu face apel la condiția de echilibru în raport cu mișcarea de rotație a corpului solid rigid.

a) Considerăm forța alcătuită din două forțe

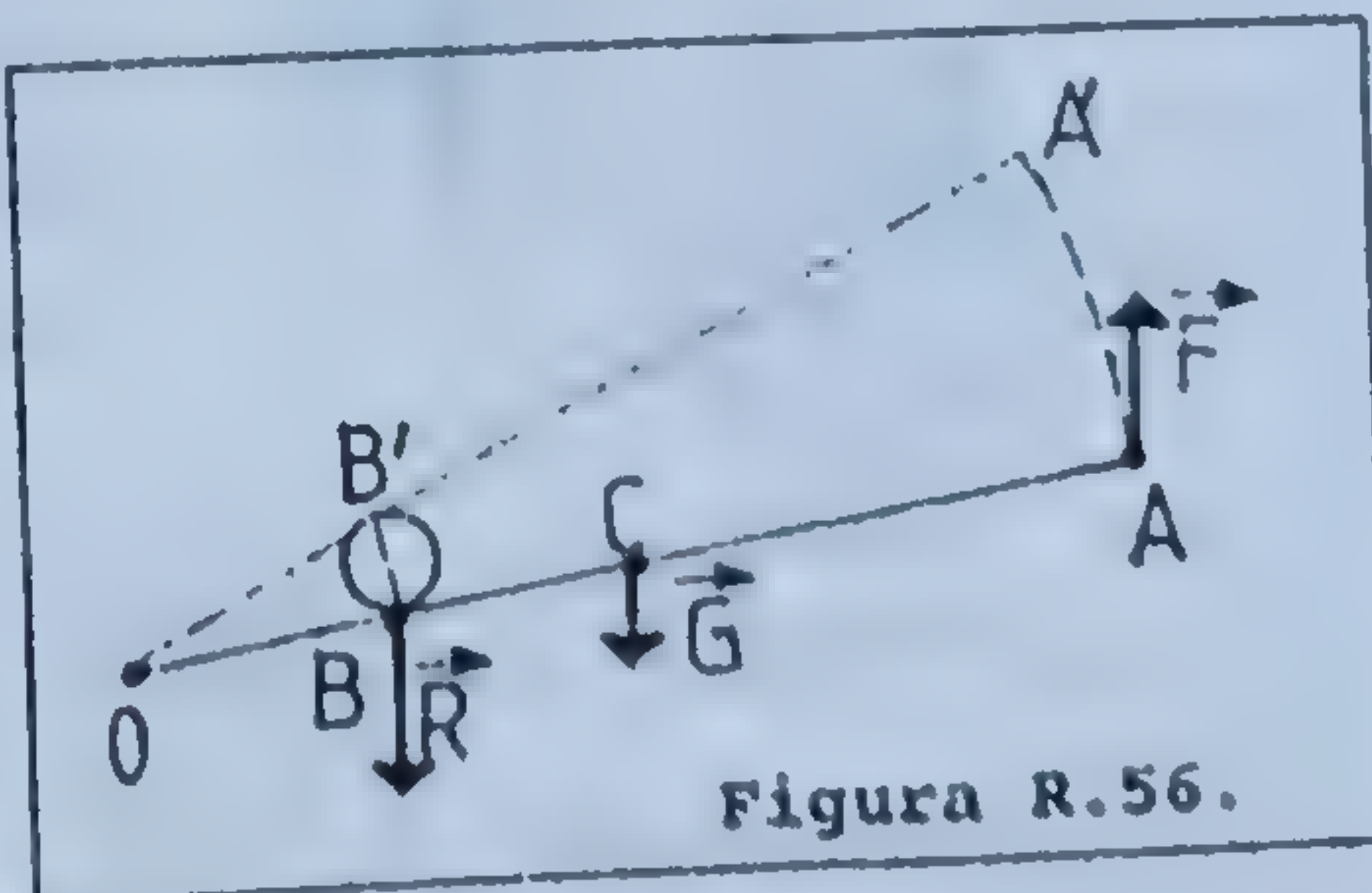


Figura R.56.



coliniare  $\vec{F}_1$  care echilibrează rezistența  $\vec{R}$  și  $\vec{F}_2$  care echilibrează greutatea pârghiei  $\vec{G}$ :  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .

Să calculăm valorile forțelor  $F_1$  și  $F_2$ .

Avem:  $R \cdot OB = F_1 \cdot OA$  și  $G \cdot OC = F_2 \cdot OA$ . Adunând ultimele relații membru cu membru, obținem:

$$R \cdot OB + G \cdot OC = (F_1 + F_2) \cdot OA; \text{ sau:}$$

$$R \cdot OB + G \cdot OC = F \cdot OA; \text{ de aici rezultă:}$$

$$F = \frac{R \cdot OB + G \cdot OC}{OA}; F = 343 \text{ N}$$

$$b) L_c = F \cdot h = 257 \text{ J}; P = L_c / t = 86 \text{ W}$$

$$c) \eta = L_u / L_c; L_u = R \cdot BB';$$

Din asemănarea  $\triangle OBB'$  cu  $\triangle OAA'$ , rezultă:

$$BB' = AA' (OB/OA) = 0,21 \text{ m}; L_u = 182,7 \text{ J}; \eta = 70,8\%.$$

57. Dacă brațele ar fi egale, cele două mase ar trebui să coincidă. Notând cu  $x$  și  $y$  cele două brațe, avem:

$m_1 g x = m_2 g y$  și  $m_2 g x = m_1 g y$ . Împărțind relațiile membru cu membru obținem:  $m/m_2 = m_1/m$

$$\text{Rezultă: } m = \sqrt{m_1 \cdot m_2} = 200 \text{ g}$$

58.  $b_1 = v_1 t$ ;  $b_2 = v_2 t$ ;  $G_1 b_1 = G_2 b_2$ . Rezultă:

$$G_1 v_1 = G_2 v_2, \text{ de unde: } v_2 = v_1 \cdot (G_1/G_2) = 80 \text{ cm/s.}$$

59. Începem cu scândura de masă  $m_4$  (figura R.59.a.)

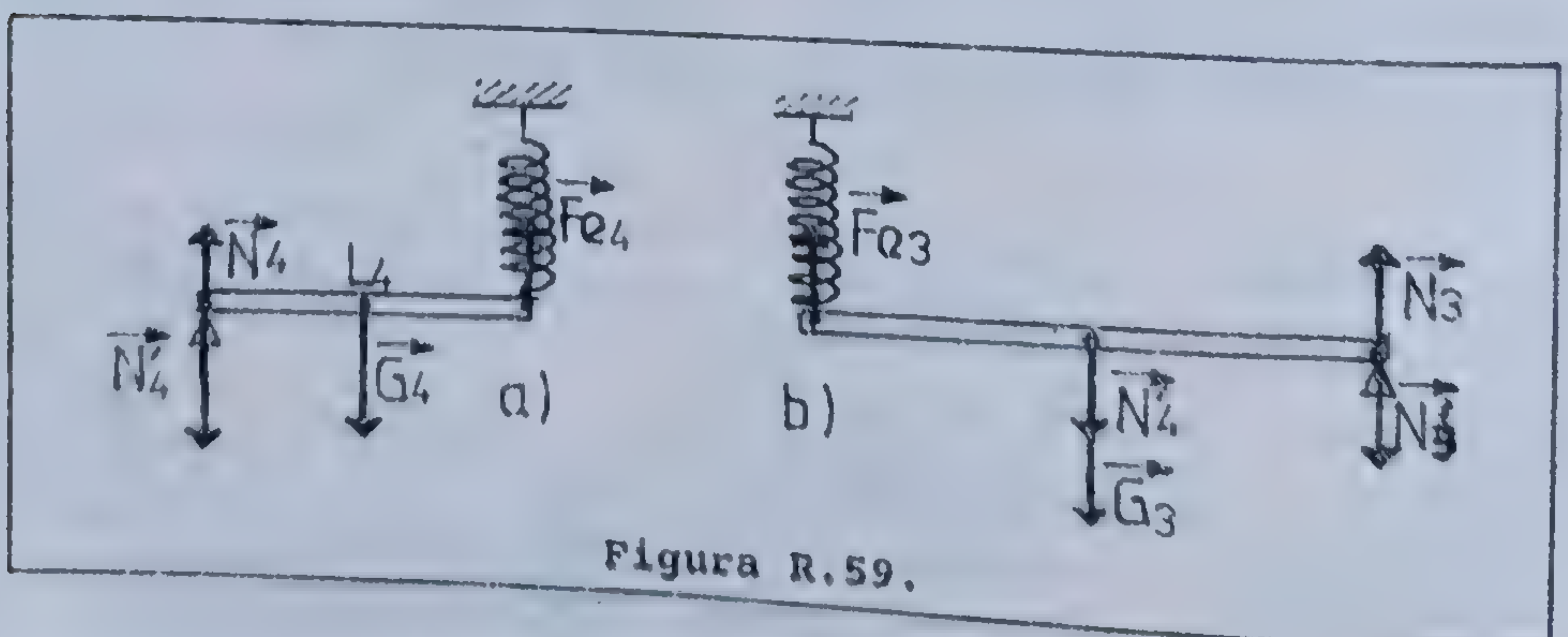


Figura R.59.

$$Fe_4 \cdot L_4 = G_4 \cdot L_4 / 2; Fe_4 = G_4 / 2; G_4 = Fe_4 + N_4 \text{ și deci:}$$



$$N_1 = G_1/2; \Delta l_1 = F_{e1}/k = m_1 g/2k = m_1 g/16k.$$

Pentru scândura de masă  $m$ , avem:

$$F_{e2} \cdot L_2 = (N_1' + G_2) L_2/2; F_{e2} = m_1 g/2 + m_2 g/4 = 5m_1 g/12. \text{ Rezultă:}$$

$$\Delta l_2 = F_{e2}/k = 5m_1 g/32k \text{ și } N_2 = N_1' = (G_1' + N_1') = F_{e2} = 5m_1 g/12.$$

Analog, pentru scândurile de masă  $m_2$  și  $m_1$ , se obține:

$$\Delta l_3 = 21m_1 g/64k \text{ și } \Delta l_4 = 85m_1 g/128k$$

60. Găleata plină are greutatea  $G = g(m + \rho V) = 110\text{N}$ .

Diametrul AOB se comportă ca o pârghie:  $G \cdot AO = F \cdot OB$ .

$$\text{Rezultă: } F = G \cdot (AO/OB) = 12,1\text{N}.$$

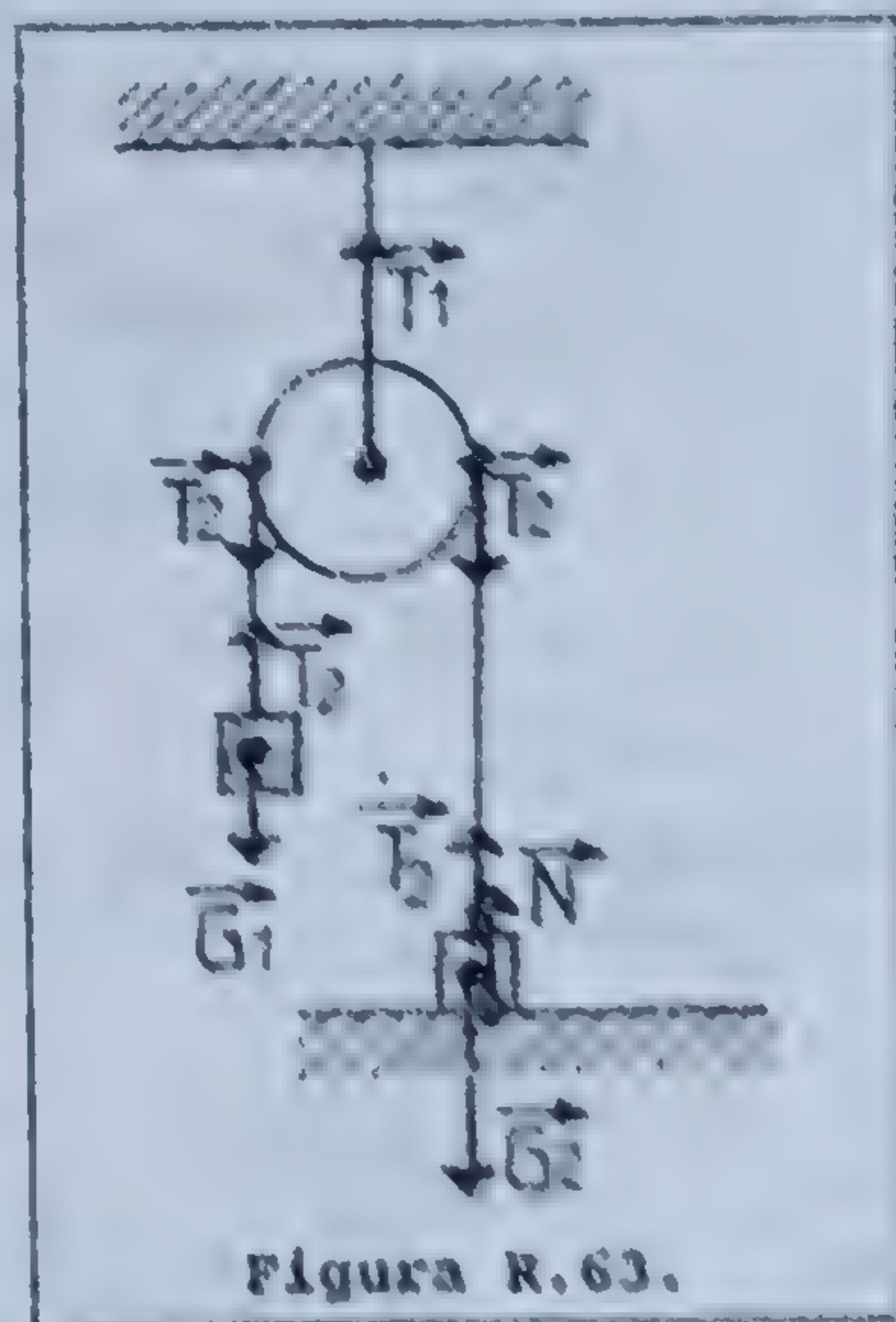
61.  $G = 2(2F)$ ;  $G/F = 4$ . Când corpul este ridicat pe o înălțime  $x$ , punctul de aplicație al forței  $F$  avansează cu  $4x$ . Deci:  $G \cdot x = F \cdot 4x$ , adică:  $L_0 = L_T$ .

$$62. \text{ a) } F = kx; x = F/k = 0,1\text{m}.$$

$$\text{ b) } F = R/2 = kx/2; x = 0,2\text{m};$$

$$x_1 = 2x = 0,4\text{m}.$$

63. Dinamometrele indică tensiunile din firele pe care sunt intercalate. Întrucât  $m_2 > m_1$ , echilibrul se poate stabili numai dacă corpul de masă  $m_2$  se așează pe suprafața orizontală, deci asupra acestui corp acționează o forță de reacțiune  $N$  din partea acestei suprafețe. Pentru corpul 1 avem:  $G_1 = T_1$ , iar pentru scripete:  $T_1 = 2T_2$ . Deci:  $T_2 = 20\text{N}$ ,  $T_1 = 40\text{N}$ . Ca aplicație putem calcula și





valoarea forței de reacțiune  $N+T_2+N=G$ , de unde rezultă:  
 $N=30\text{N}$ .

64. a)  $F_e=k \cdot \Delta l$ ;  $R=G-F_e$ ;  $F_e=R$ . Rezultă:  $F_e=0,5\text{N}$

b)  $N=G+F_e'$  ( $F_e'=F_e$  ca pereche acțiune-reacțiune);  $N=1,5\text{N}$

c)  $mg=F_e$ ;  $m=50\text{g}$

d) Forțele magnetice își schimbă sensul.

$$R=G+F_e=1,5\text{N}$$

$$F_e'=R=1,5\text{N}. \text{ Rezultă: } m'=150\text{g}$$

$$N=G-F_e'=0,5\text{N}$$

$$65. \eta_1 = \frac{G \cdot h}{F \cdot h} = \frac{G}{F}; \quad \eta_2 = \frac{G \cdot h}{F \cdot 2h} = \frac{G}{2F} \quad \text{Rezultă: } \eta_1 = 2\eta_2$$

66. a) Pentru corpul de masă  $m$ :  $N+F_{e1}=G$ ;

Pentru pârghie:  $N'd=F_{e3} \cdot l$  ( $N$  și  $N'$  apar la interacțiunea dintre corp și pârghie).

Pentru scripeți:  $F_{e1}=F_{e2}=F_{e3}/2$ ;

Rezultă:  $N+F_{e1}=G$ ;  $N=N'=F_{e3} \cdot l/d = 2 \cdot F_{e1} \cdot l/d$ ; deci:

$F_{e1}(2l/d + 1)=G$  de unde obținem:  $F_{e1}=30\text{N}$ ;  $F_{e2}=30\text{N}$ ;  $F_{e3}=60\text{N}$  și:  
 $\Delta l_1=F_{e1}/k_1=0,15\text{m}$ ;  $\Delta l_2=0,075\text{m}$ ;  $\Delta l_3=0,1\text{m}$ .

b)  $F_{e3}' \cdot l = Gl/2$ ;  $F_{e3}=G/2=60\text{N}$ ;  $F_{e1}'=F_{e2}'=30\text{N}$ ;  $G'=F_{e1}'$ ;  
 $m'=F_{e1}'/g=3\text{kg}$

c)  $\Delta l_1'=F_{e1}'/k_1=\Delta l_1=0,15\text{m}$ ;  $\Delta l_2'=\Delta l_2=0,075\text{m}$ ;  $\Delta l_3'=\Delta l_3=0,1\text{m}$

$$67. P = F \cdot v = (G_t + F_f) \cdot v = (mg \cdot \sin \alpha + 2/100 \cdot mg) \cdot v = 7,8\text{kW}.$$

$$68. a) F = G_t + F_f = G \cdot h/l + F_f; \quad F_f = F - G \cdot 4/l = 10\text{N}.$$

$$b) \eta = \frac{G \cdot h}{F \cdot l} = 0,83 = 83\%$$

$$c) F_{\text{echorâre}} = G_t - F_f = 40\text{N}.$$

Mișcarea fiind accelerată vom lua o viteză medie:

$$v_m = \frac{v+0}{2} = \sqrt{5} \text{ m/s}; \quad t = \frac{l}{v_m} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ s}$$

$$69. v = \frac{P}{F} = \frac{P}{G_t + F_f} = 1\text{m/s}; \quad l = v \cdot t = 80\text{m}$$

$$70. a) G_n = G \cos \alpha = 25\sqrt{3}\text{N};$$

$$b) G_t = 25\text{N}; \quad k = G_t/\Delta l = 1250 \text{ N/m}.$$



c)  $F = G_t$  ; corpul este în repaus pe plan; forța de frecare statică este nulă.

d) Forța care urcă uniform corpul pe plan este:

$$F' = G_t + F_f = 28\text{N}; \quad \eta = \frac{Gh}{Fl} = \frac{G \sin \alpha}{F} = \frac{25}{28} \approx 89\%$$

71. a)  $F_f = (30/100) mg = 6\text{N}$  ;  $F_s = F_f = k\Delta l$  ,  $k = 300 \text{ N/m}$ .

b)  $G_t = 10\text{N}$  ;  $\eta = \frac{Gh}{Fl} = \frac{G_t}{G_t + F_f}$  ;  $F_f = 2,5 \text{ N}$ ;

După cum corpul urcă sau coboară uniform avem:

$$F_{s1} = G_t + F_f = 12,5\text{N}; \quad \Delta l_1 = 4,16\text{cm}$$

$$F_{s2} = G_t - F_f = 7,5\text{N}; \quad \Delta l_2 = 2,5 \text{ cm}.$$

72. a) Observăm că:  $F_1 = G_t + F_f$  și  $F_2 = G_t - F_f$

Din cele două relații rezultă:

$$G_t = \frac{F_1 + F_2}{2} ; \quad mgsin\alpha = \frac{F_1 + F_2}{2}; \quad m = 14,7\text{kg}.$$

b)  $F_f = 24,5 \text{ N}$ .

$$c) \quad \eta = \frac{G_t}{F_1} = \frac{F_1 + F_2}{2F_1} = 75\%$$

73.  $F_2 = G_t + F_f$ ;  $G_t = 9\text{N}$ ;  $F_1 = G_t - F_f$ ;  $F_f = 1\text{N}$

Rezultatul este același întrucât, în practică, forța de frecare statică maximă se consideră egală cu forța de frecare de alunecare.

74. a)  $G = 20\text{N}$  ;  $G_t = G \cdot h/l = 12\text{N}$  ;  $G_n = G \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = 16\text{N}$

b)  $\eta = Gh/Fl = G_t/F$  rezultă:  $F = 16\text{N}$ ;  $v = P/F = 5\text{m/s}$ .

c)  $F_f = F - G_t = 4\text{N}$ ;  $F' = G_t - F_f = 8\text{N}$ ;  $v' = P/F' = 10\text{m/s}$ .

75. a)  $G_t = 50\text{N}$ ;  $\eta = G_t / F$ ; rezultă:  $F = 62,5\text{N}$ ;  $F_f = F - G_t = 12,5\text{N}$ .

b)  $F_{\max} = 62,5\text{N}$  ;  $\Delta l_{\max} = F_{\max}/k = 50 \text{ cm}$

$$F_{\min} = G_t - F_f = 37,5\text{N} ; \quad \Delta l_{\min} = F_{\min}/k = 30\text{cm};$$

c) Resortul se alungește de la  $\Delta l_{\min}$  la  $\Delta l_{\max}$ , ceea ce corespunde unei deplasări:  $\Delta d = \Delta l_{\max} - \Delta l_{\min} = 20\text{cm}$ ;  $\Delta t = \Delta d/v = 0,4\text{s}$ .

76. a)  $\eta = \frac{G_t}{G_t + F_f}$ ;  $F' = mg/2$  ;  $F' = G_n - F_f$  .

Înlocuind valoarea randamentului, obținem:

$$3/4 = \eta = \frac{G_t}{G_t + F_f}; \text{ rezultă: } G_t = 3 \cdot F_f; \quad 0,5\text{N} = 2F_f; \quad F_f = 0,25\text{N}$$

b)  $F = G_t + F_f = 1\text{N}$ ;  $R = 2\text{N}$ ;  $M = 200\text{g}$ ;  $\Delta m = M - m = 100\text{g}$ .



77.  $G = 40\text{N}$ ;  $G_t = 8\text{N}$ ;  $\eta = G_t/F$ ;  $F = 10\text{N}$ ;  $F_f = 2\text{N}$ .

a) la urcare :  $G_b = 10\text{N}$ ;  $m_b = 1\text{kg}$ ;

la coborâre :  $G_b' = G_t - F_f = 6\text{N}$ ;  $m_b' = 0,6\text{kg}$ .

b)  $10\text{N}$ ;  $6\text{N}$ .

78. Când  $m_2$  este maximă, sistemul are tendința să pornească uniform spre dreapta:  $G_{t2} = F_{f2} + F_{f1} + G_{t1}$  - unde fiecare forță de frecare este egală cu  $F_f = (10/100)\text{N} = (10/100)G_n = 0,1G_n$ .  
Rezultă :  $m_{2\max}g \cdot \sin\alpha_2 = 0,1(m_{2\max}g \cdot \cos\alpha_2 + m_1g \cdot \cos\alpha_1) + m_1g \cdot \sin\alpha_1$   
 $m_{2\max}(\sin\alpha_2 - 0,1\cos\alpha_2) = m_1(\sin\alpha_1 - 0,1\cos\alpha_1)$ ;  $m_{2\max} = 0,46\text{kg}$ .  
Pentru  $m_{2\min}$  sistemul are tendința să pornească uniform spre stânga:  $G_{t1} = F_{f1} + F_{f2} + G_{t2}$ ; rezultă:  $m_{2\min} = 0,26\text{kg}$ .

79. a)  $G_1 = 10\text{N}$ ;  $G_{1t} = G \cdot h/l = 8\text{N}$ ;

$$G_{1n} = G \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = 6\text{N}; \quad \eta = \frac{G_t}{G_t + F_f}$$

rezultă:  $F_f = 3\text{N}$ ;  $\mu = F_f/N = F_f/G_n = 0,5$

b) Echilibrul

forțelor ce acționează perpendicular pe plan, pentru fiecare din corpuri, conduce la ecuațiile:

$$G_{2n} = N_{12} = N_{21} \text{ și}$$

$$N = N_{21} + G_{1n};$$

Deci:  $N = G_{2n} + G_{1n}$

$$N = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot$$

$$\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = 9\text{N};$$

$$F_f' = \mu N = 4,5\text{N};$$

$$F = G_{1t} + F_f' + F_{f21} / F = P/v = 20\text{N}$$

$$F_{f21} = F - G_{1t} - F_f' = 20\text{N} - 8\text{N} - 4,5\text{N} = 7,5\text{N}$$

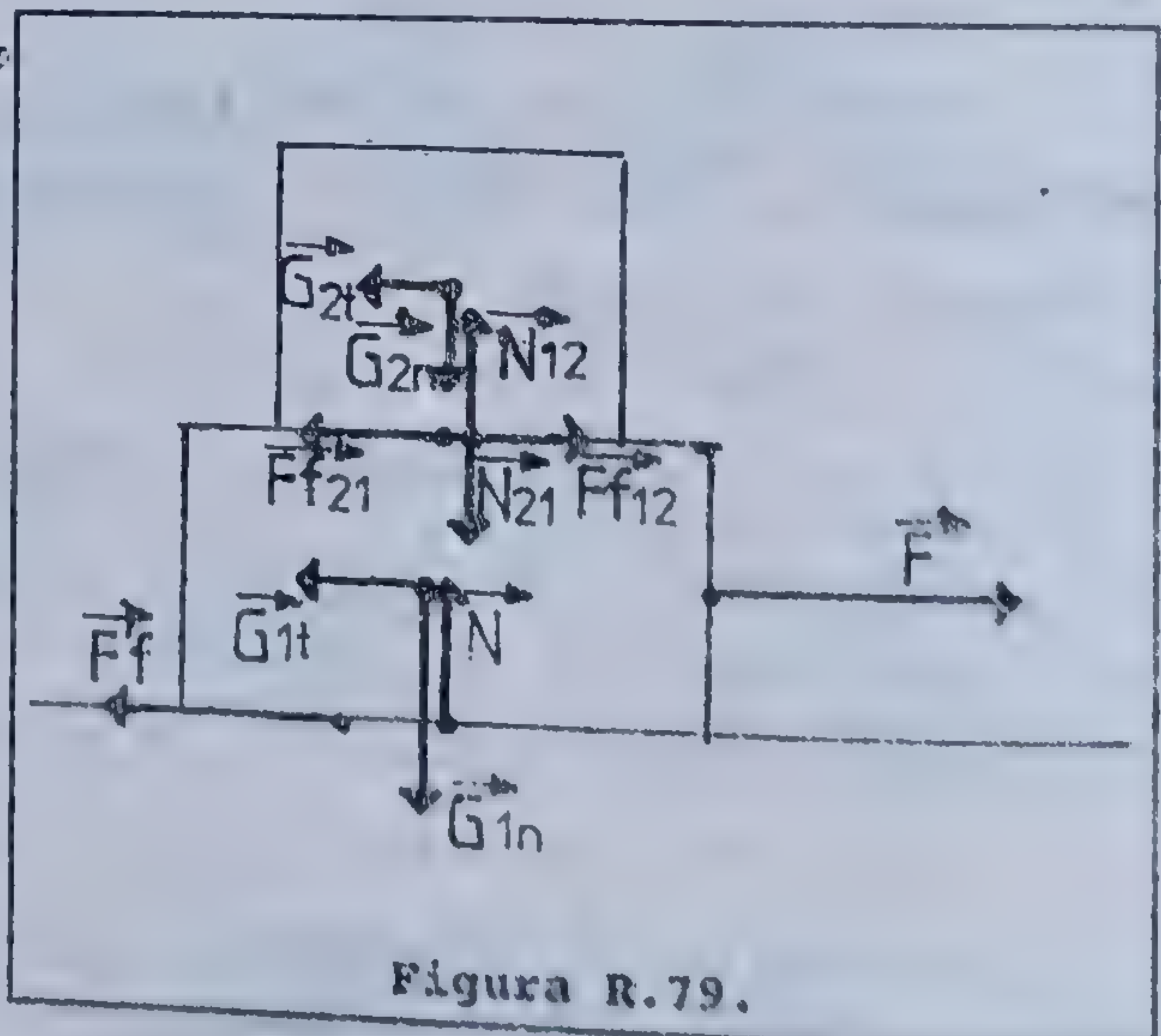


Figura R.79.



80. 1)  $G = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \rho \cdot g = 9750\text{N}$ .

$L = G \cdot h/2 = 4875\text{J}$  (centrul de greutate se ridică cu  $h/2$ ).

2) a)  $S = 4\text{dm}^2$

$$G_n = mg \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = 9000\text{N} \frac{\sqrt{24}}{5} = 3600\sqrt{6}\text{N}$$

$$p = G_n/S = 9\sqrt{6} \cdot 10^5\text{Pa}$$

b) La coborâre:  $F_o = G_t - F_f$ ;  $F_f = G_t - F_o = 1300\text{N}$

La urcare :  $F_u = G_t + F_f = 1800\text{N} + 1300\text{N} = 3100\text{N}$

$$\eta = G_t/F_u = 58\%$$

81.  $P = v_1(F_f + G_t)$ ;  $P = v_2(F_f - G_t)$ ;  $P = vF_f' = v \frac{2\sqrt{3}}{3} F_f$ .

Din primele două ecuații rezultă:

$F_f + G_t = P/v_1$  și  $F_f - G_t = P/v_2$ ; aceste relații adunate membru cu membru conduc la:  $F_f = \frac{P}{2} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$ . Înlocuind în cea de-a treia ecuație obținem:

$$P = v \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{P}{2} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right); v = \sqrt{3} \cdot \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 4,15\text{m/s}$$

82. Notăm cu  $\vec{N}_{12}$  rezultanta celor două forțe de apăsare normală :

$$N_{12} = 2N_1 \sin(\alpha/2)$$

Notăm cu  $\vec{F}_f$  rezultanta forțelor de frecare:

$$F_f = 2 \cdot F_{f1} \cos(\alpha/2) = 2\mu_{\min} N_1 \cos(\alpha/2); F_f = N_{12}.$$

$$\text{Rezultă: } \mu_{\min} = \tan(\alpha/2)$$

83. a)  $F_B = G_t = 20\text{N}(1/2) = 10\text{N}$

$$F_B \cdot l = G_t x; x = 0,2\text{m}$$

(mijlocul barei). Echilibrul forțelor ce acționează asupra barei cere ca:

librul forțelor ce acționează asupra barei cere ca:

$$N_A + F_B = G_t; \text{ rezultă } N_A = 10\text{N}$$

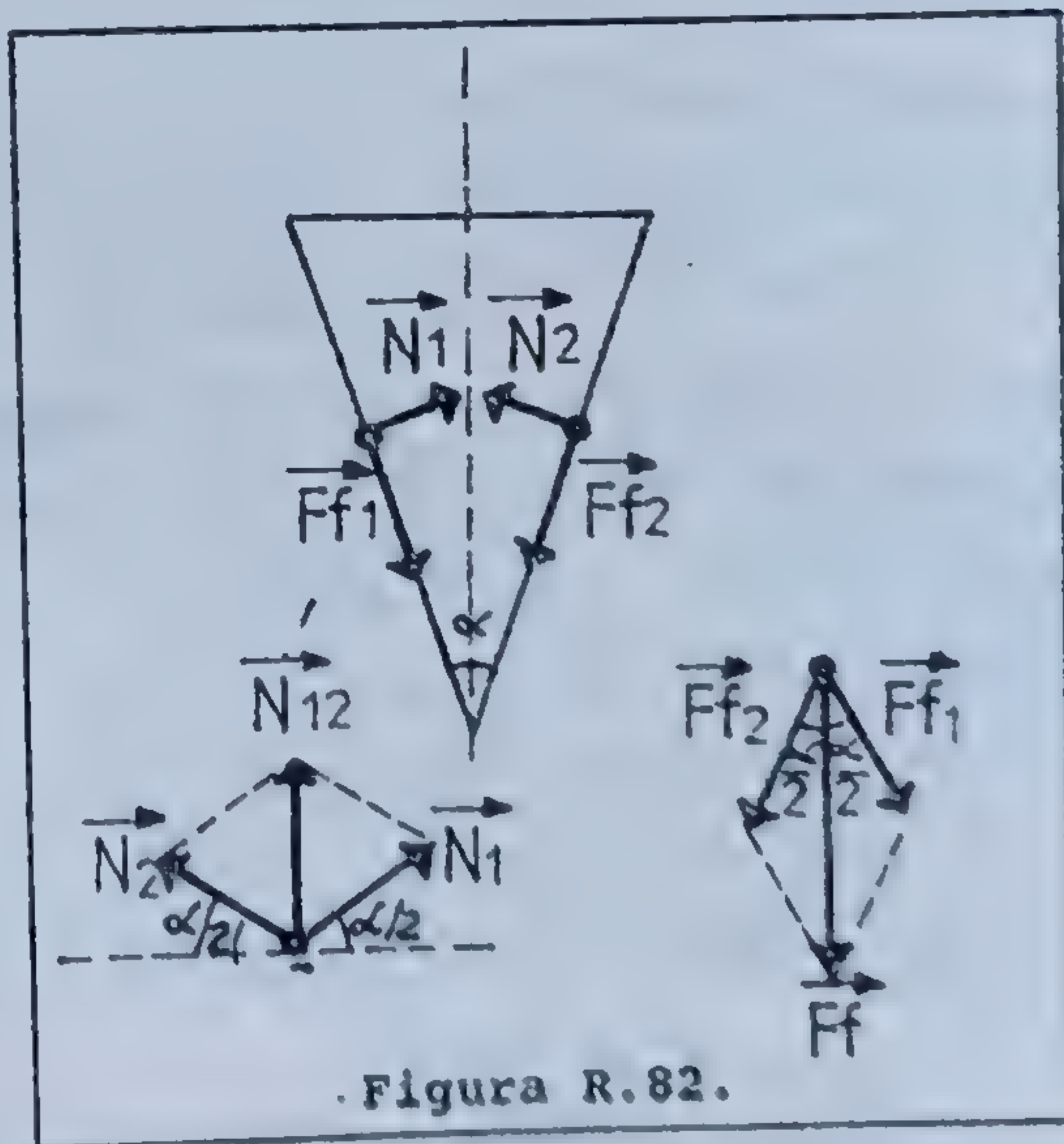


Figura R.82.



$$b) F_{\max} = G_c + F_f;$$

$$F_{\min} = G_c - F_f;$$

$$\mu = \frac{G_c}{G_c + F_f} \text{ rezultă:}$$

$$F_f = 5N; F_{\max} = 15N;$$

$$F_{\min} = 5N$$

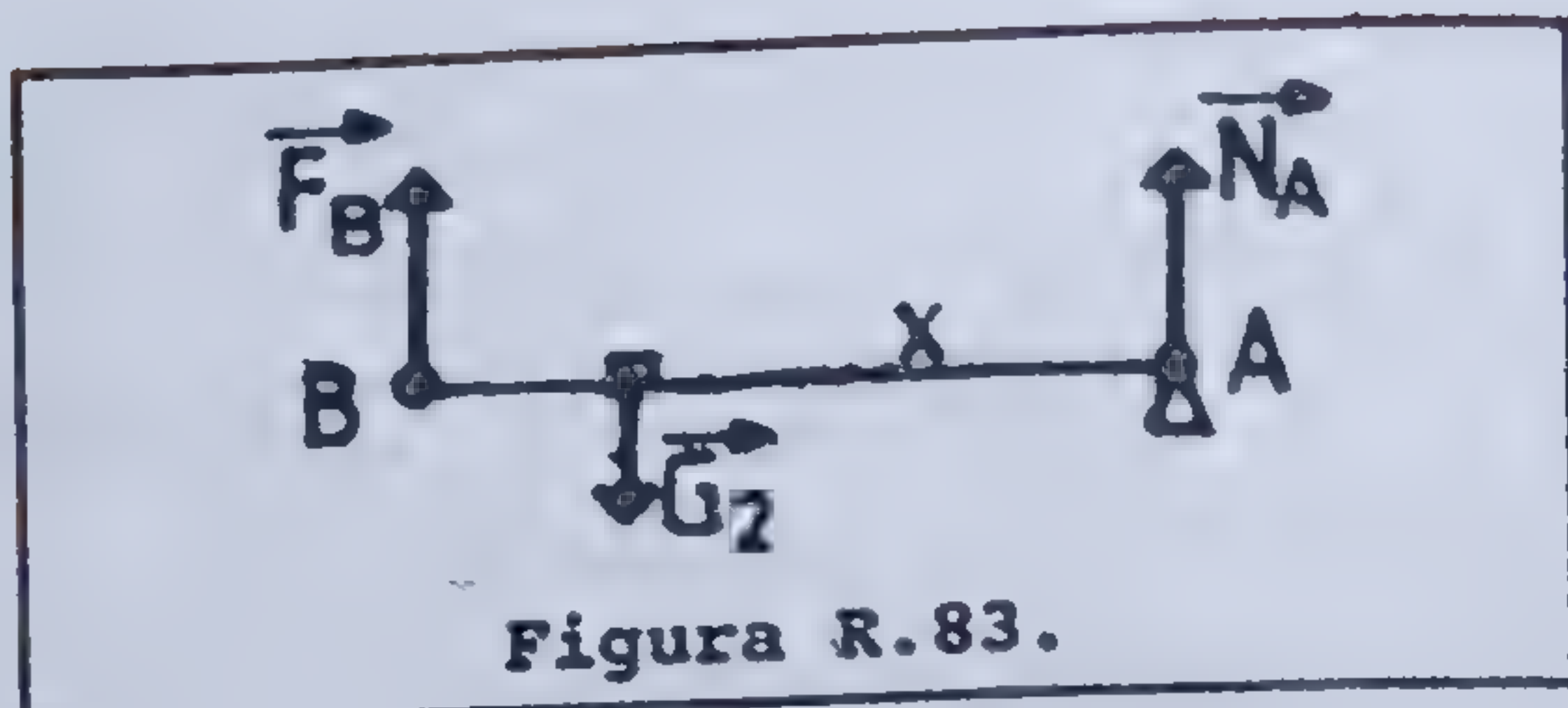


Figura R.83.

$$F_{\max} l = G_2 x_{\max}; x_{\max} = 0,3m$$

$$\text{și } F_{\min} l = G_2 x_{\min}; x_{\min} = 0,1m.$$

$$84. a) F_a = G/5 = 2N$$

$$F_A = F_e/2 = 1N$$

$$F_e = G_t m g h / l = 5N$$

$$F_A \cdot AO = F_B (L - AO);$$

$$\text{Rezultă : } AO = 41,8cm.$$

$$b) \Delta l = F_e / k = 0,002m = 2mm$$

$$c) \eta = \frac{G_t}{G_c + F_f};$$

$F_f = 1,25N$ . Rezultă:  $3,75N < F_B < 6,25N$ . Cum  $F_A = F_B$  (OB/OA) rezultă că:  $0,75N < F_A < 1,25N$ . Forța elastică este dublul forței  $F_A$ , deci  $1,5N < F_e < 2,5N$ . De aceea alungirea resortului va fi cuprinsă în intervalul:

$$0,0015m < \Delta l < 0,0025m \text{ sau } 1,5mm < \Delta l < 2,5mm.$$

85. a) Pârghia în echilibru îndeplinește condiția:

$F_A \cdot AO = G_3 \cdot OB$ . Rezultă  $F_A = 15N$ . Pentru planul înclinat putem scrie:  $F_A = G_{1t} + F_f = m_1 g h / l + F_f$ .

$$\text{Rezultă: } F_f = 3N. \text{ Deci } \mu = \frac{G_{1t}}{G_{1t} + F_f} = 12N / 15N = 4/5 = 80\%$$

$$b) m_2' g = 2F_A' = 2(G_c - F_f) = 18N \quad m_2' = 1,8 \text{ kg}$$

$$c) F_A' \cdot AO = m_3 g \cdot OD; OD = 0,36m; N_o = F_A' + G_3 = 14N.$$

$$86. a) F_1 = F_2 = mg = 10\sqrt{2}N$$

$$R_{12} = F_1 \sqrt{2} = 20N$$

$$b) F_A = F/3 = 40N$$

$$F_3 = F_A/2 = 20N$$

c) Cum  $R_{12} = F_3$ , rezultă că sistemul este în echilibru.

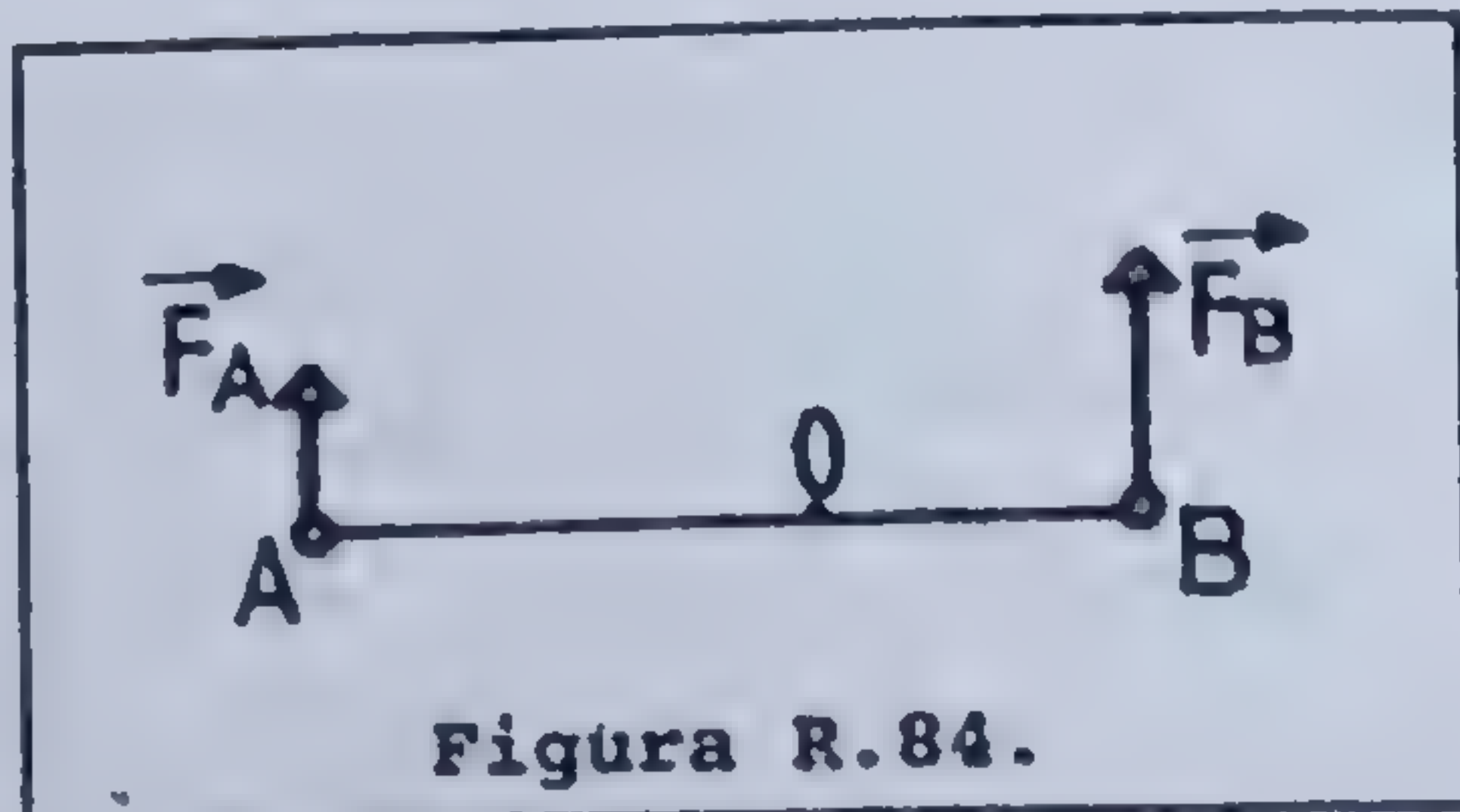


Figura R.84.



87. Greutatea paharului cu apă este  $G_p = V\rho g = 0,4\text{N}$ . Pârghia trage de firul scripetelui compus cu o forță egală în modul și de sens contrar cu  $\vec{F}$ ; deci avem:  $F = mg/2 = 0,25\text{N}$ . Aplicând relația pârghiilor, obținem:  $F \cdot AO = G_p \cdot BO$ ; de aici rezultă:  $BO = 0,25\text{m}$ .

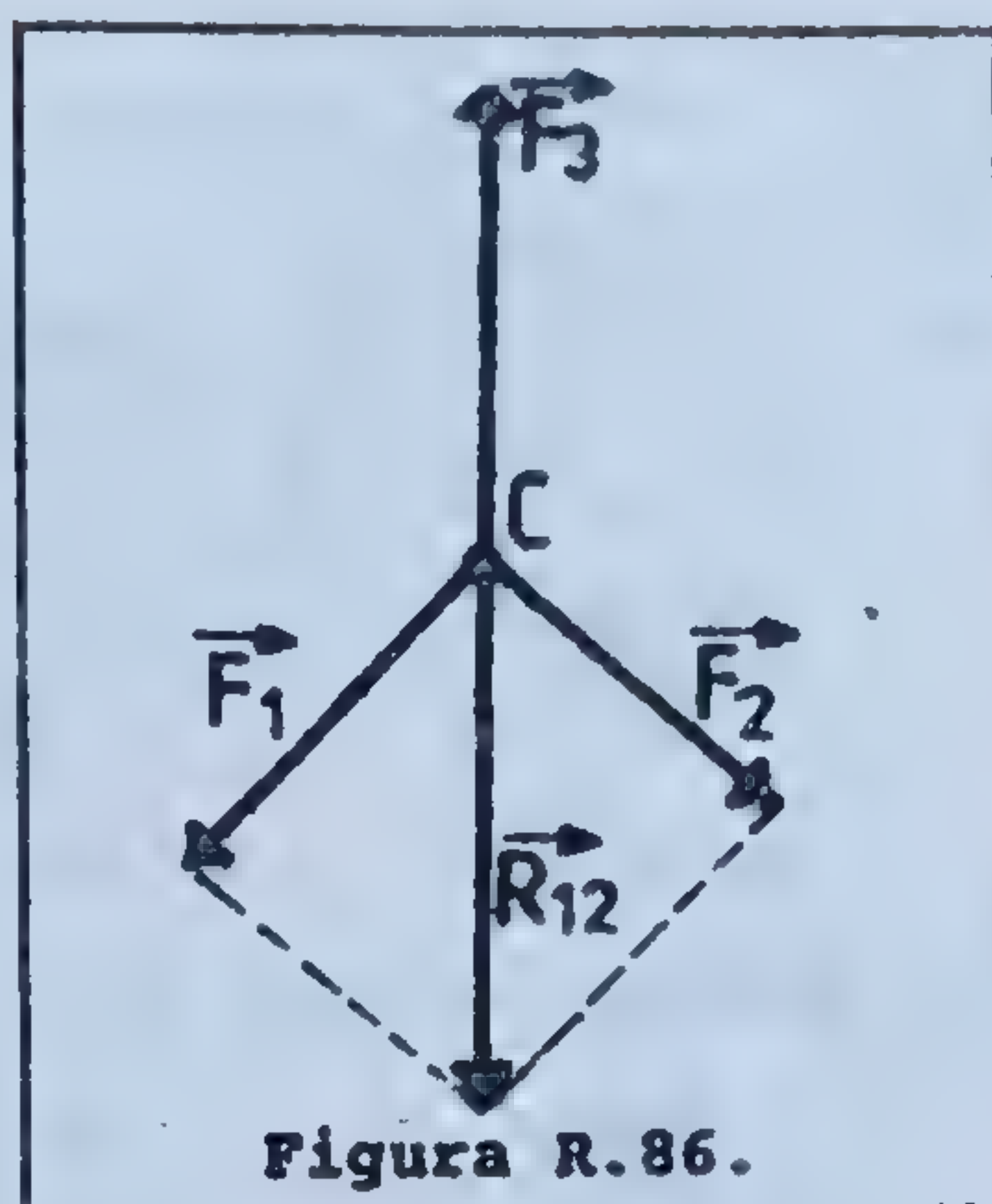


Figura R.86.

Dacă paharul, de greutate  $\vec{G}_p$ , este la jumătatea lui  $AO$ , atunci  $F' = G_p/2 = 0,2\text{N}$  iar greutatea corpului atârnat de scripetele mobil va fi de două ori mai mare ca forța  $F'$ ; obținem: deci  $G' = 0,4\text{N}$ ;  $m' = 40\text{g}$ .

88. a) Greutatea totală ridicată este:  $G = G + G_0 = 150\text{N}$ . În punctul A se introduce un sistem de forțe acțiune-reacțiune  $\vec{F}_1$  (asupra pârghiei - în sus) și  $\vec{F}_1'$  (asupra firului - în jos). Din relația pârghiilor rezultă:  $F_1 = G/2 = 75\text{N}$ ; apoi  $F_1' = F_1 = 75\text{N}$ , iar din cea a scripetelui compus ideal avem:  $F_1' = F/2$ . Deci  $F = 150\text{N}$ .

b) Când începe alunecarea  $G_c = F_c$ . Deci:  $F_c = G \cdot h/l = 25\text{N}$ .

c)  $L = F_1 \cdot h = 75\text{J}$  (pentru ridicarea barei și a corpului)

$L' = G_0 \cdot h/2 = 25\text{J}$  (pentru ridicarea barei fără corp).

89. a) Ca și în problema precedentă, se introduce un sistem de forțe acțiune-reacțiune în punctul A:  $\vec{F}_1$  în sus acționând asupra pârghiei și  $\vec{F}_1'$  în jos, acționând asupra firului. Din legea pârghiei:  $F_1 = G_0/2 = 10\text{N}$ ;  $F_1' = F_1$ ;  $F_1' = F_0$ ; deci:

$\Delta l = F_0/k = 10\text{N}/20(\text{N/cm}) = 0,5\text{cm}$ ;  $l = l_0 + \Delta l = 5,5\text{cm}$ .

b) Greutatea totală aplicată în punctul C se dublează. Deci se dublează  $F_1$ ,  $F_1'$ ,  $F_0$ ,  $\Delta l$ . Creșterea alungirii cu încă



0,5cm trebuie realizată deplasând capătul N în jos cu această distanță.

90. a)  $\eta = \frac{R \cdot h}{F \cdot h} = \frac{R}{F} = \frac{L \Delta p g}{F}, F = \frac{L \Delta p g}{\eta} = 125N$

b)  $L_f = F \cdot h = G \cdot h = 1250J$

$L_G = -G \cdot h = -1000J$

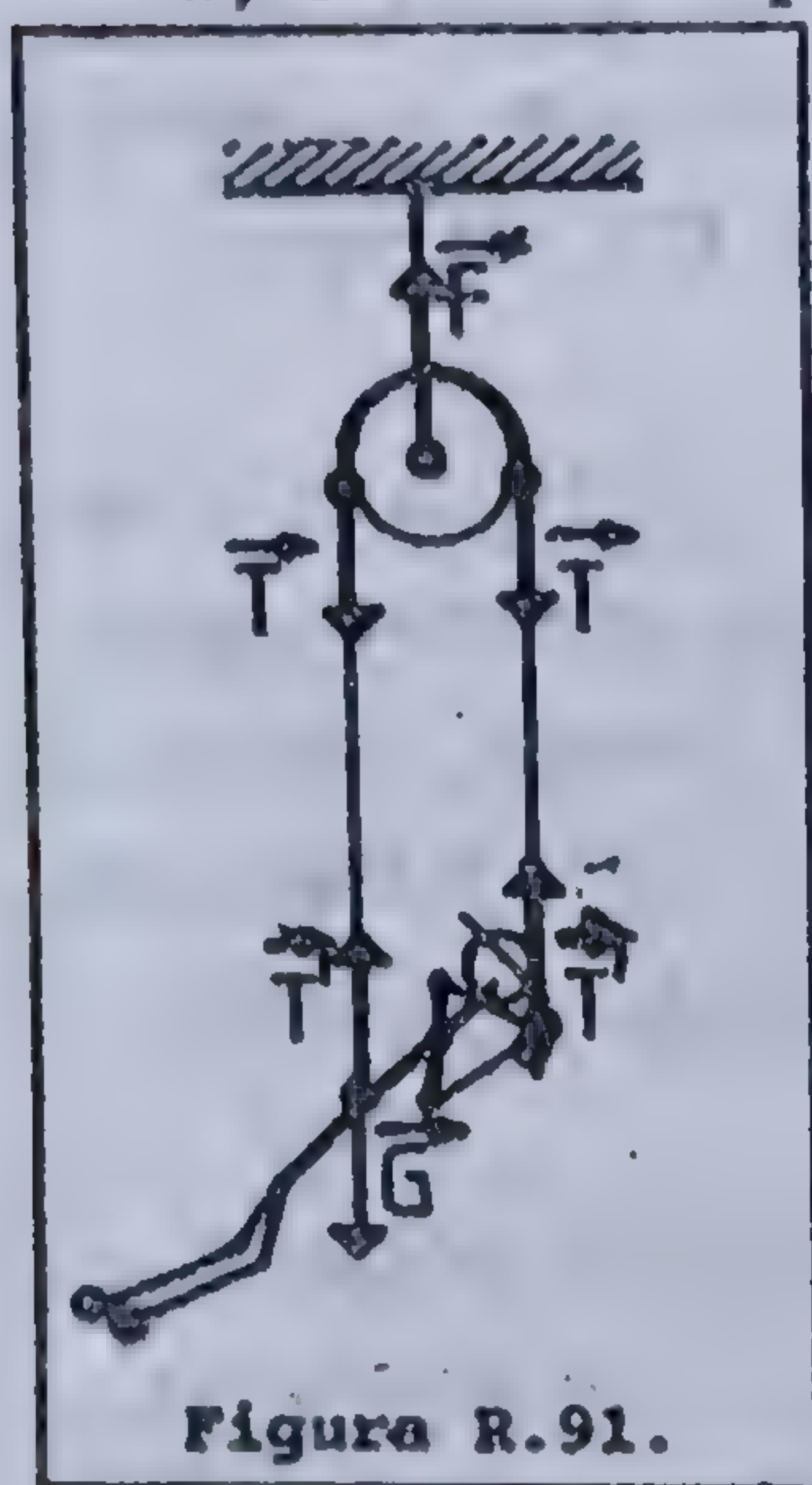
$L_r = L_f - L_G = 250J$

c)  $P = F \cdot v = 125N \cdot 0,5m/s = 62,5W.$

91. Urmărind figura R.91. avem:

a) Pentru copil :  $2T = G; T = G/2$

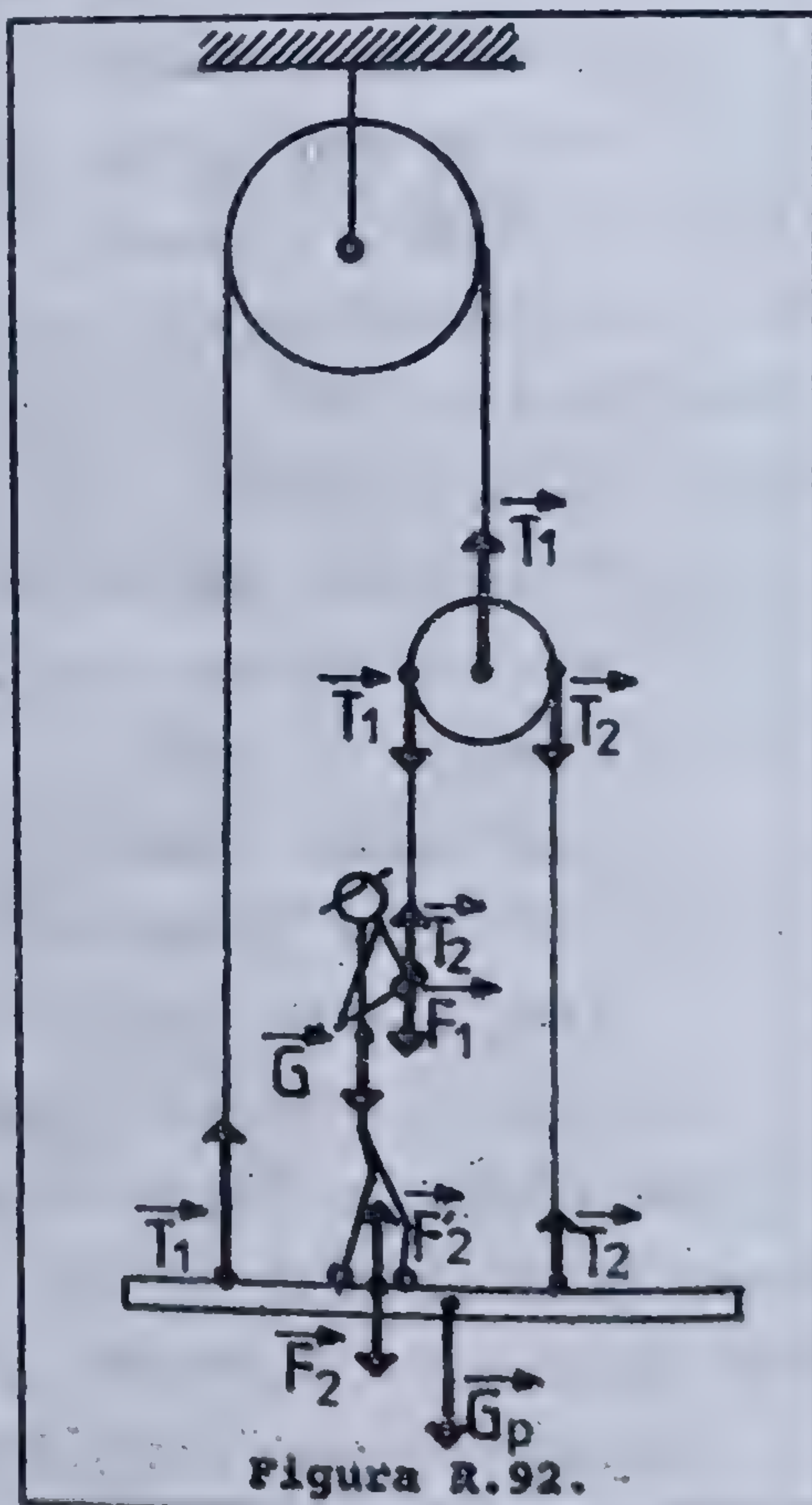
b) Pentru scripete :  $F = 2T = G$



92. a) Forța  $\vec{F}_1$  este chiar tensiunea în fir:  $F_1 = T_2$ .

Pentru scripetele de jos avem:  $T_1 = 2T_2$

Pentru platformă putem scrie:  $T_1 + T_2 = F_2 + G_p$ .





Pentru om:  $T_2 + F_2' = G$ . Cum  $F_2' = F_2$ , rezultă:

b)  $F_2 = 3G - G_p = 375N$  și  $F_1 = T_2 = G - F_2 = 225N$

c) Pentru  $M_{max}$ ,  $F_2$  este foarte mic, aproape zero.

Luând în expresia găsită la b)  $F_2 = 0$ , obținem:

$$G_p = 3G; \text{ de unde găsim că: } m_p = 3m = 180kg.$$

93.  $G = R = 10N$ ;  $F_e = F_b = G/2 = 5N$ ;  $\Delta l = F_e/k = 0,1m$ ;

$$F_b \cdot OB = F \cdot OA; \quad F = F_b \cdot OB/OA = 2N.$$

94. Scriem condiția de echilibru față de mișcarea de rotație, în raport cu punctul O:

$$F_3 \cdot R_1 = F_2 \cdot R_1/2 + F_1 \cdot R_1$$

de unde rezultă:

$$F_3 = F_1 + F_2/2 = 3mg/2; \quad F_3 = F_e;$$

$$\Delta l = 3mg/2k$$

Echilibrul scripetelui dublu față de mișcarea de translație impune ca:  $F_e = F_1 + F_2 + F_3 = mg \cdot 7/2$ ;

Cum:  $F_e' = F_e$  rezultă:

$$\Delta l' = 7mg/2k.$$

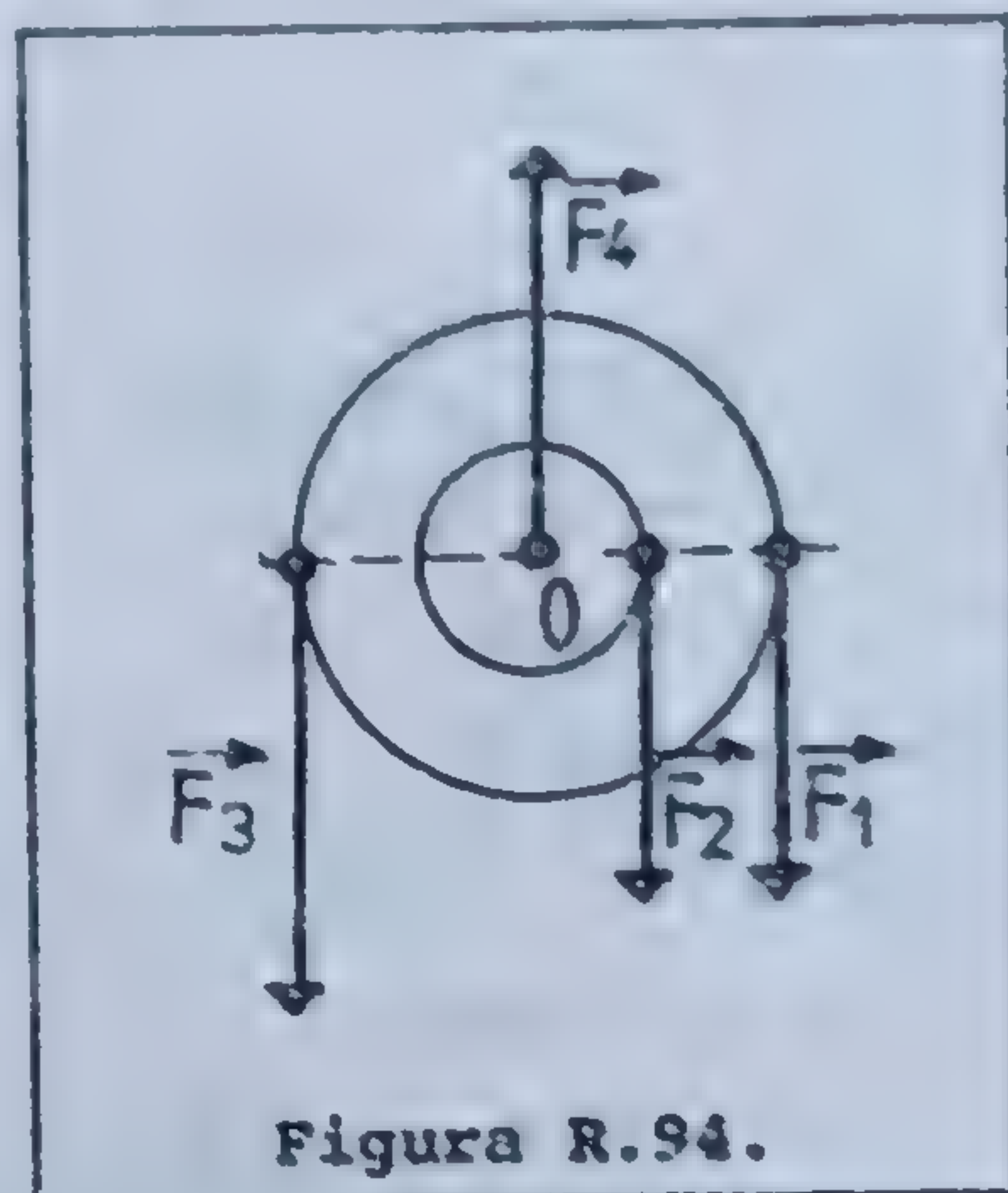


Figura R.94.

## Energia mecanică

95. a) - Lucrul mecanic efectuat asupra arcului contribuie la creșterea energiei potențiale elastice;

- Arcul efectuează un lucru mecanic prin scăderea energiei sale potențiale elastice.

b) Energia cinetică a sportivului se transformă în energie potențială elastică a prăjinii iar aceasta din urmă se transformă în energie potențială gravitațională. În



timpul căderii energia potențială gravitațională se transformă în energie cinetică.

$$96. L_u = 10 \text{ MJ}; L_c = 6000000 \text{ cal} \cdot 4,18 \text{ J/cal} = 25 \text{ MJ}; \eta = L_u/L_c = 40\%;$$

$$m = 6000 \text{ kcal} / 2200 (\text{kcal/kg}) = 2,72 \text{ kg}.$$

$$97. \Delta E_c = L_r; 0 - E_{c1} = -F \cdot d; E_{c1} = Fd_1; E_{c2} = Fd_2; E_{c1}/E_{c2} = d_1/d_2;$$

$$\text{de unde rezultă: } \frac{m_1 v^2}{2} \cdot \frac{2}{m_2 v^2} = \frac{d_1}{d_2}; \frac{m_1}{m_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

98. a) Văzute de sus, cele două forțe arată ca în figura

R.98. Se observă că  $\vec{R}$  închide un triunghi echilateral, de aceea:

$$R = F_1 = F_2 = 100 \text{ N}.$$

Cum viteza nu este constantă, vom lua în considerație o viteză medie:

$$v = (0 + 15 \text{ m/s}) / 2 = 7,5 \text{ m/s}.$$

Deplasarea corespunzătoare intervalului  $t = 2 \text{ s}$

$$\text{este: } d = v \cdot t = 15 \text{ m}.$$

$$\text{Rezultă: } L = R \cdot d = 1500 \text{ J}.$$

$$b) L_{rf} = -F_f \cdot d = -mgd \cdot 25/100 = -375 \text{ J}.$$

$$c) E_c = m \cdot v^2 / 2 = 1125 \text{ J sau:}$$

$$\Delta E_c = E_c = L_R + L_{rf} + L_N + L_G = L_R + L_{rf} = 1125 \text{ J}$$

$$99. \Delta E_c = L_{rf}; m(v_2^2 - v_1^2) / 2 = -F_f \cdot d; F_f = 28800 \text{ N}.$$

$$a) \text{ Horizontal: } \Delta E_c = L_R = L_{rf} \quad (G \perp \text{ pe deplasare})$$

$$0 - mv_1^2 / 2 = -F_f \cdot d_a; d_a = 25,5208 \text{ cm}.$$

$$b) \text{ Vertical, în sus: } \Delta E_c = L_R = L_{rf} + L_G$$

$$-mv_1^2 / 2 = -(F_f + G) \cdot d_b; d_b = 25,5205 \text{ cm}.$$

$$c) \text{ Vertical, în jos: } \Delta E_c = L_R = L_{rf} + L_G$$

$$-mv_1^2 / 2 = -F_f \cdot d_c + G \cdot d_c; d_c = 25,5211 \text{ cm}.$$

În concluzie diferențele între  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $d_c$  sunt mici, de ordinul milimilor de milimetru (practic nu pot fi sesizate). Cauza: greutatea glonțului (0,3N) este cu totul neglijabilă față de forța de frecare (28800N).

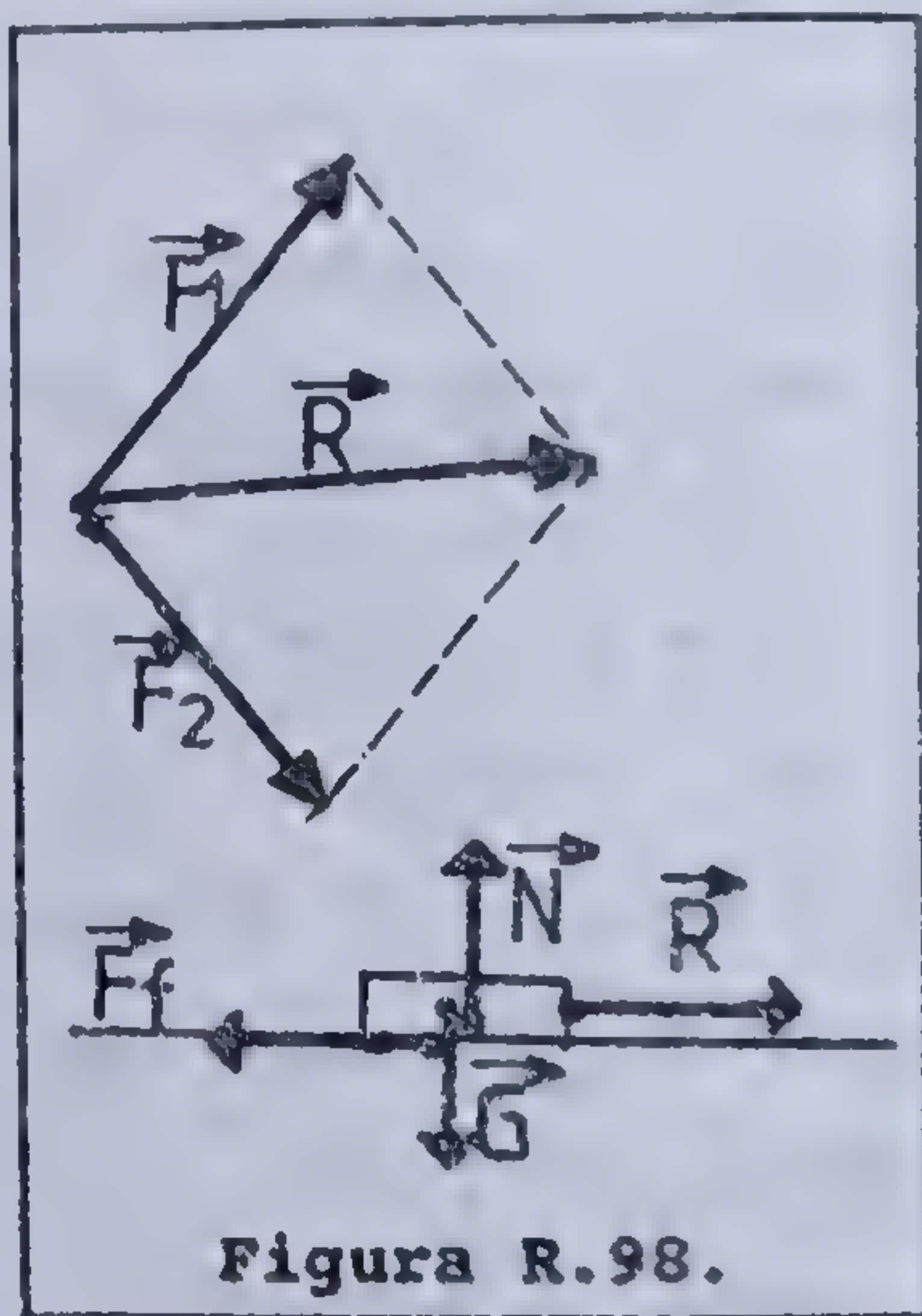


Figura R.98.



100. a)  $\Delta E_c = L_x = L_{rx} + L_{rx} = F_t \cdot d_1 - F_t \cdot d_1$

$$mv_1^2/2 - 0 = (F_t - mg \cdot 10/100) \cdot d_1; F_t = 1000N.$$

b)  $\Delta E_c = L_{rx} + L_{rx}; mv_2^2/2 = (2F_t - F_t) \cdot d_1; v_2 = 17,3m/s^2.$

c)  $\Delta E_c = L_{rx}; 0 - mv_1^2/2 = -F_t \cdot d_1; d_1 = 120m.$

101. a)  $L_T = F \cdot d \cdot \cos \alpha = 10J$

b)  $\Delta E_c = L_x + L_y + L_{rx} + L_x + L_y = L_T + L_{rx}$

$$F_f = \mu N = \mu (G - F_2) = 0,1(20N - 10N) = 1N$$

$$L_{rx} = -F_f \cdot d = -1J; E_c - 0 = 10J - 1J = 9J$$

$$E_c = mv^2/2; v = 3m/s.$$

c)  $v_m = (0+3)/2 = 1,5m/s;$

Puterea motorului corespunde  
forței de tracțiune:

$$P = L_T/t = F_t \cdot v_m = 15W.$$

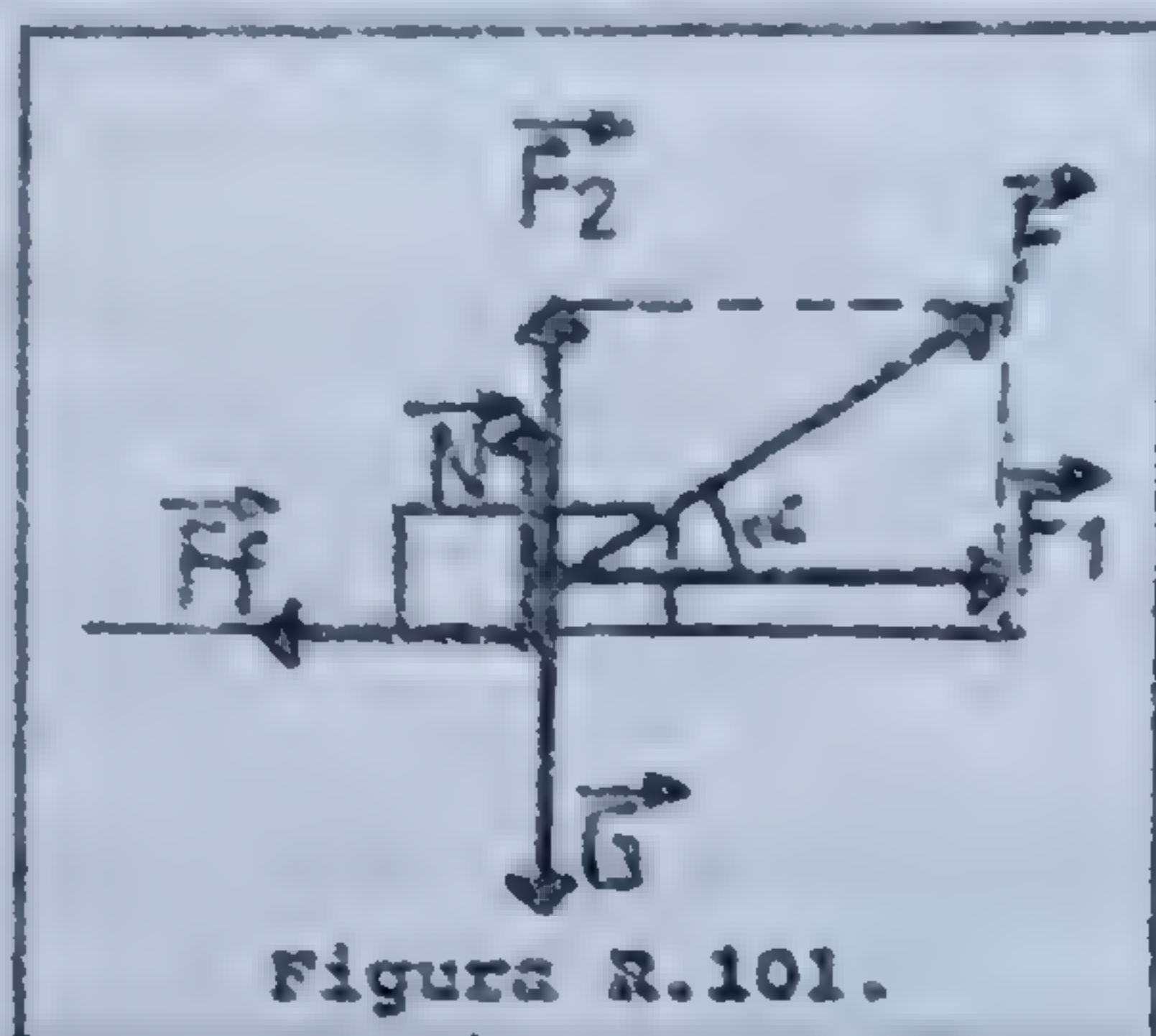


Figura R.101.

102. Aplicăm teorema de variație a energiei cinetice pentru cele două deplasări:  $mv^2/2 - 0 = (F - F_f) d_1; 0 - mv^2/2 = -F_f \cdot d_2.$

Din ecuația a doua rezultă:  $F_f = mv^2/2d_2;$   
înlocuim forța de frecare în prima ecuație. În  
final se obține :

$$\frac{mv^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) = F; v = \sqrt{\frac{2 \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot F}{m(d_1 + d_2)}} = 1,14m/s$$

103.  $F_t = P/v = 3000N; F_2 = F_t = 3000N; \Delta E_c = -F_t \cdot d_1;$

$$d_1 = mv^2/2F_t = 37,5m; \Delta E_c = -(F_t + F')d; F' = 2000N.$$

104.  $E_L = E_M; E_{cL} = E_{cM} + E_{pm} = 2E_{pm} = 2mgh$

$$mv_L^2/2 = 2mgh; v_L^2 = 4gh; v_L = 28,2m/s$$

$$E_M = E_M; mgh_M = 2mgh; h_M = 2h = 40m.$$



Figura  
R.104.



b)  $L_{rf} = -F_f \cdot l_0 = -5J$ .

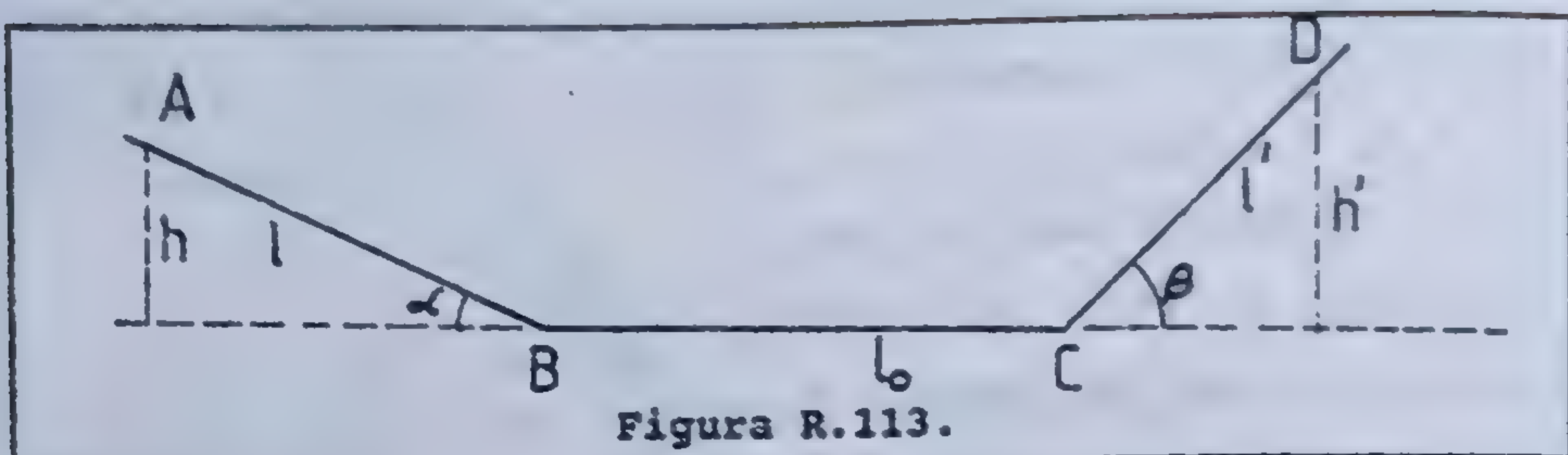


Figura R.113.

114. a)  $E_{cc} - E_{ca} = L_c + L_{rf} = mgh - F_f(1 + d)$ ;  $E_{cc} = 0$ ;  $E_{ca} = 0$   
 Rezultă :  $mgh = F_f(1 + d)$ . Exprimăm  $F_f$  din relația de calcul a randamentului:  $\eta = G_c / (G_c + F_f)$ . Rezultă:

$$F_f = G_c \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) = \frac{mgh}{l} \left( \frac{1-\eta}{\eta} \right); \quad \text{Înlocuind obținem:}$$

$$mgh = \frac{mgh}{l} \left( \frac{1-\eta}{\eta} \right) \cdot (1+d) \text{ deci: } \eta \cdot l = (1-\eta)(1+d)$$

$$d = \frac{(2\eta-1) \cdot l}{1-\eta} = 30m$$

b) Notăm cu M punctul corespunzător bazei suprafeței înclinate.  $E_{cm} = E_{po} = mgh'$

$$E_{cm} - E_{ca} = mgh + L_{rf} = mgh - F_f(1 + x)$$

$$mg(h - h') = F_f(1 + x); \quad x = 6m$$

c) în absența frecării nu se poate opri.

115. a) Considerăm corpul de masă  $m_1$ . Resortul trage de corp cu forța  $\vec{F}_2$ . Din expresia randamentului avem:  $\eta = \frac{G_c}{G_c + F_f} = \frac{G \cdot h}{G \cdot h + F_f \cdot l}$ ;

$$F_f = 10N; \quad F = G_c + F_f = 40N;$$

$$\Delta l = F/k = 2cm; \quad l_1 = l_0 + \Delta l = 10cm$$

b)  $E_p = E_{p1} + E_{p2} = mgh_1 + mgh_2 = mg(h_1 + h_2)$ ;  $h_2 = h_1 - \Delta h$ ;

$$\Delta h = l_1 \sin \alpha = 5cm; \quad E_p = 60N \cdot 9.95m = 597J$$

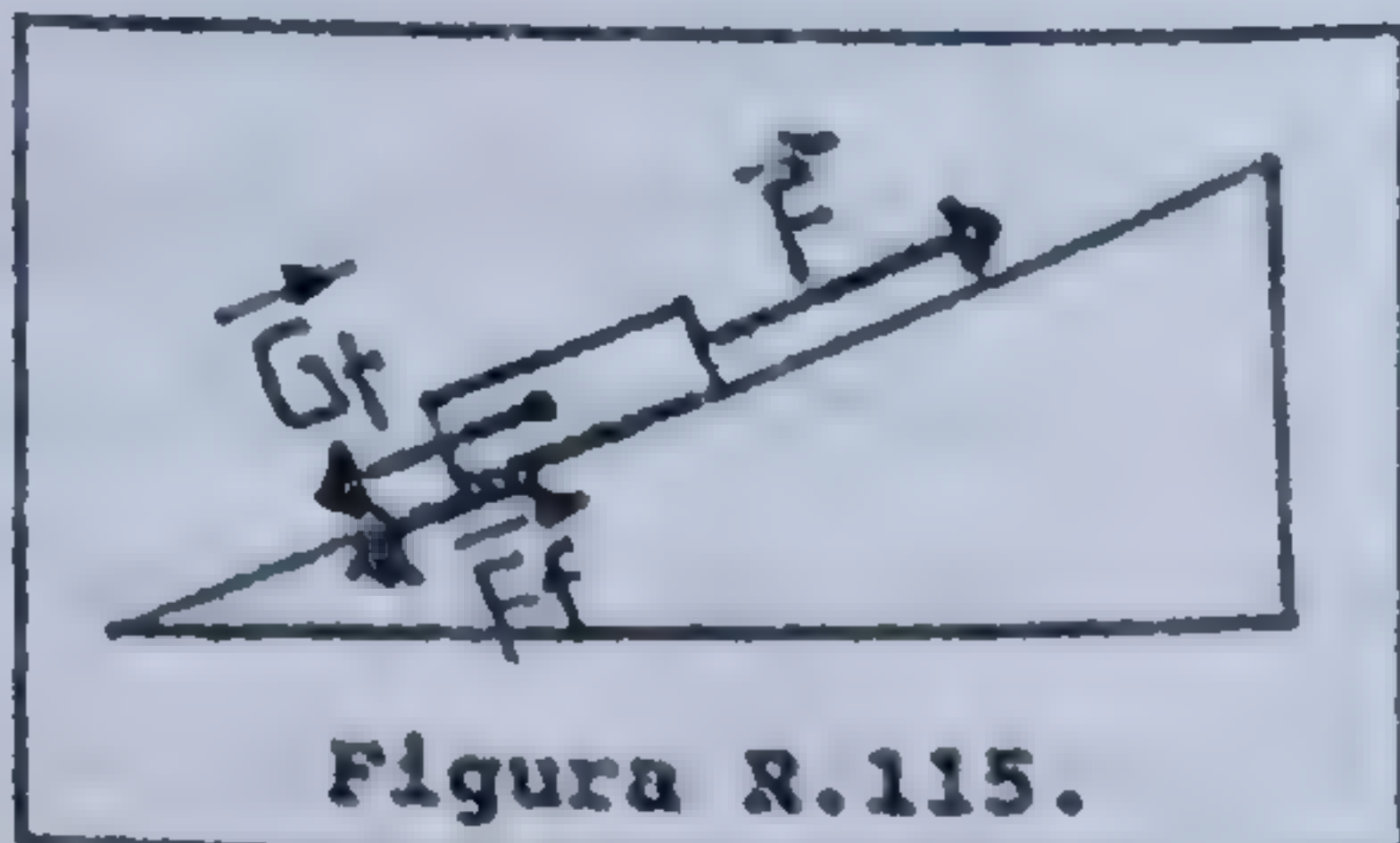


Figura R.115.



c) Sistemul coboară deoarece  $2G_t > 2F_t$

116. a)  $L_G = G_t \cdot l = mgh = 30 \text{ J}$

b) Cum  $v = \text{constant}$  rezultă:  $G_t = F_t$ ;  $L_{rt} = -30 \text{ J}$

c)  $F = G_t + F_t = 2G_t$ ;  $L_F = 60 \text{ J}$

d)  $\Delta E_p = mgh = 30 \text{ J}$

117. a)  $G_n = G \cdot \cos \alpha = 8,65 \text{ N}$ ;  $G_t = G \cdot \sin \alpha = 5 \text{ N}$

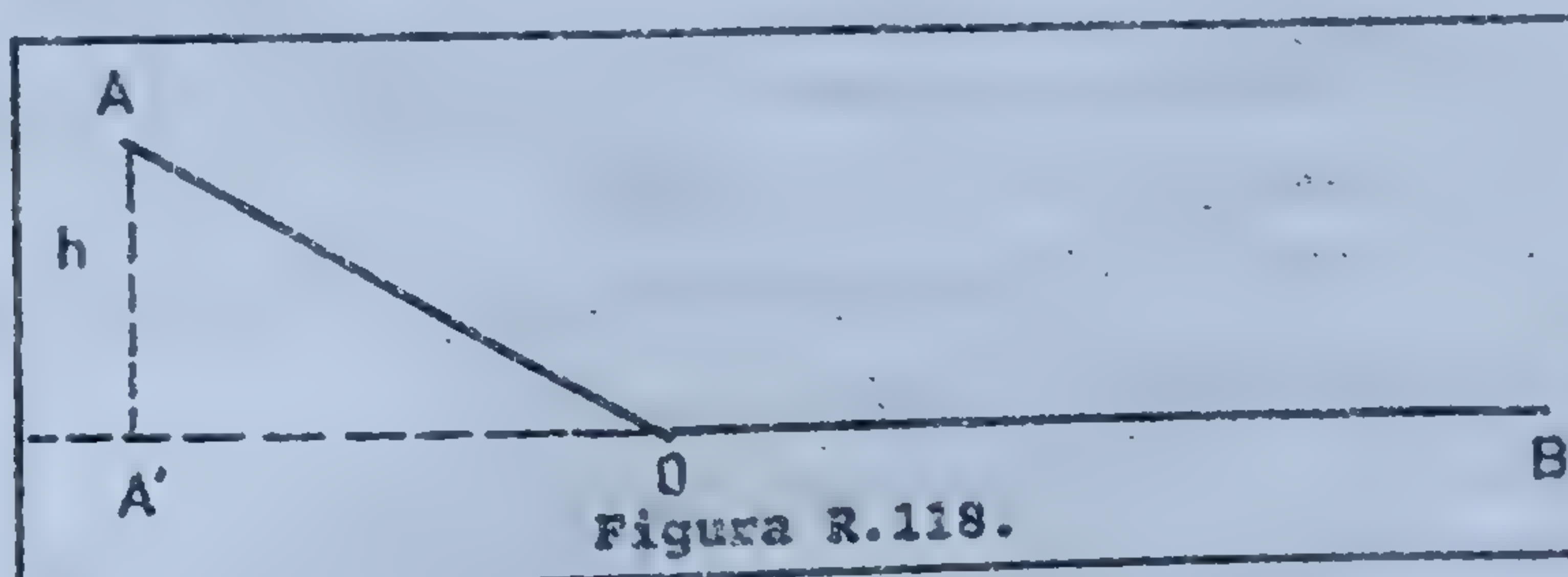
b)  $E_A = E_C$ ;  $E_{cA} + E_{pA} = E_{cC} + E_{pC}$ ;  $0 + mgl \cdot \sin \alpha = E_{cC} + mg \cdot 2x$   
 $E_{cC} = 30 \text{ J}$

c)  $E_{cB} = mgl \cdot \sin \alpha = 50 \text{ J}$ ;  $E_{cC}/E_{cB} = 0,6$

d)  $E_{cD} - E_{cB} = -F_t \cdot d$ ;  $F_t = G \cdot 25/100 = 2,5 \text{ N}$

$50 \text{ J} = 2,5 \text{ N} \cdot d$ ;  $d = 20 \text{ m}$ .

118. a) Notăm cu O punctul de la baza planului înclinat. Aplicăm teorema de variație a energiei cinetice pentru porțiunile AO și OB:



$$E_{cO} - E_{cA} = L_R = L_{G,AO} + L_{Ft,AO} + L_{N,AO} = L_{G,AO} + L_{Ft,AO}$$

$$E_{cB} - E_{cO} = L_{G,OB} + L_{N,OB} + L_{Ft,OB} = L_{Ft,OB}$$

Adunând relațiile membru cu membru, obținem:

$$0 = L_{Ft,AOB} + L_{G,AO}; L_{Ft,AOB} = -L_{G,AO} = -mgh = -7000 \text{ J}$$

b) Viteza fiind constantă avem pe traseul BOA:  $\Delta E_c = 0$ .

Deci:  $0 = L_R = L_{rt} + L_N + L_G + L_{Ft}$  unde  $\vec{R}$  este forța rezultantă și  $\vec{F}_t$  este forța de tracțiune. Rezultă:

$$L_{rt} = -L_G - L_{Ft} = -(-Gh - mgh) = 2mgh. \text{ Deci: } L_{rt} = 14000 \text{ J}.$$



Pe porțiunea BOA lucrul mecanic al forței de frecare este tot negativ pentru că  $\vec{F}_f$  își schimbă sensul.

$$c) P = L_{fr}/t = 280W$$

$$119. a) \eta = Gh/Pt;$$

$$h = \eta Pt/G = 4m$$

$$b) l = h/\sin\alpha = 8m;$$

$$E_p = E_c = F_f \cdot x; x=40m$$

$$d = h+l+x = 52m$$

$$c) p = N/S = G_n/S = G \cdot \cos\alpha/S = 8,65 \cdot 10^7 N/m^2$$

$$120. a) E_{co} = mgl = 200J;$$

$$E_{cb} = mg \cdot (2l) = 400J.$$

$$b) E_c = E_{cb} \cdot 75/100 = 300J$$

$$\Delta E_c = -F_R \cdot x; x = 3mm$$

$$c) L = L_{corp} + L_{clijă} = 600J$$

(Observați că centrul de greutate al tijei urcă o distanță 1 și nu 2l cât urcă corpul de masă m).

121. a) La echilibru apare forța de frecare statică; pentru cazurile extreme putem scrie:

$$m_2 g = G_{c1} \pm F_f + F_e = m_1 g \cdot \sin\alpha \pm mg \cdot 10/100 + F_e$$

$$F_e = g(m_2 - m_1 \sin\alpha \pm 0.1m_1) = 8N; F_{e1} = 8N; F_{e2} = 12N$$

$$\Delta l_1 = F_{e1}/k = 4cm; \Delta l_2 = F_{e2}/k = 6cm; \Delta l \in [4cm, 6cm]$$

$$b) L_{r1} = -F_f \cdot h = -1.6J; \Delta E_{p2} = 0 - m_2 gh = -16J$$

$$\Delta E_{p1} = m_1 g \Delta h = m_1 gh \cdot \sin\alpha = 8J$$

c) Când corpul (2) atinge solul, corpul (1) va avea o anumită viteză. De aceea (1) va mai urca o porțiune x până la oprire. Energia cinetică a sistemului, în momentul în care corpul (2) atinge solul, este:

$$\Delta E_c = E_{c1} + E_{c2} = L_{c1} + L_{c2} + L_{rf} = -\Delta E_{p1} - \Delta E_{p2} + L_{rf};$$

$$(m_1 + m_2) \cdot v^2 / 2 = 6,4J; E_{c1} = 3,2J$$

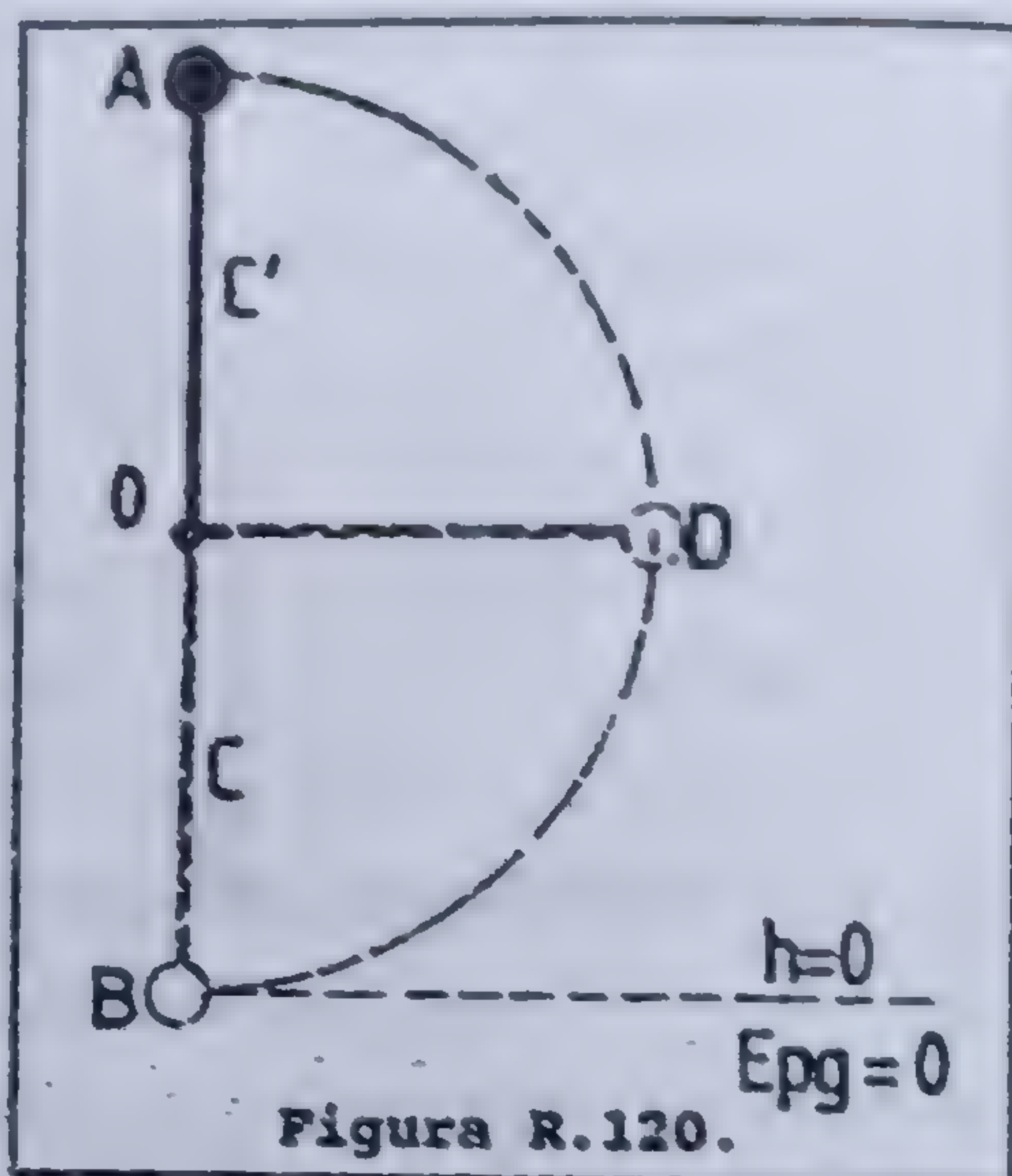


Figura R.120.



$$\Delta E_{oi} = L_{oi} + L_{rf} = -G_c \cdot x - F_f \cdot x; E_{oi} = x \cdot (G_c + F_f)$$

Rezultă:  $x = 26,6\text{cm}$ ;  $d = h + x = 106,6\text{cm}$ .

122. a)  $L = F_f \cdot d = 0,1 \cdot mgd = 50\text{J}$ .

b) Numărul de rostogoliri este  $N = d/l$ . La o rostogolire centrul de greutate urcă de la  $l/2$  la  $l\sqrt{2}/2$ , deci lucrul mecanic al forței care învinge greutatea este:

$$L_1 = mg \left( \frac{l\sqrt{2}}{2} - \frac{l}{2} \right) = \frac{mgl}{2} (\sqrt{2} - 1)$$

$$L_2 = NL_1 = mgd \cdot (\sqrt{2} - 1)/2 = 102,5 \text{ J}$$

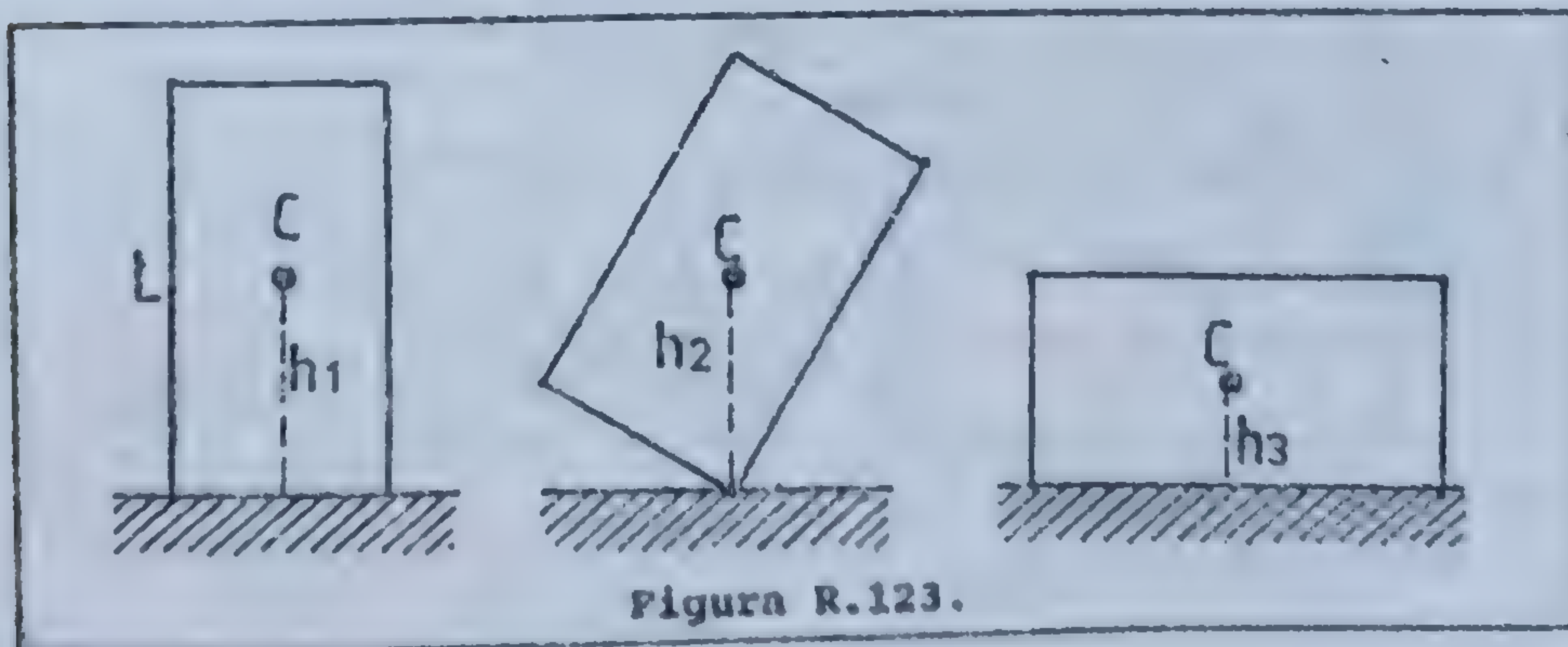
c) Dacă frecarea reprezintă o fracțiune  $k$  din greutate, avem :

$$kmgd = mgd \cdot (\sqrt{2} - 1)/2; k = 0,205; F_f = 0,205 mg = 10,25\text{N}$$

123. Urmăriți semnificația mărimilor în figura R.123.

$$L_1 = mg(h_2 - h_1) = mg \left( \frac{\sqrt{L^2 + l^2}}{2} - \frac{L}{2} \right) = \rho L l l' g \left( \frac{\sqrt{L^2 + l^2}}{2} - \frac{L}{2} \right) = 1,2\text{J}$$

$$L_1 = mg(h_2 - h_3) = mg \left( \frac{\sqrt{L^2 + l^2}}{2} - \frac{l}{2} \right) = \rho L l l' g \left( \frac{\sqrt{L^2 + l^2}}{2} - \frac{l}{2} \right) = 6,2\text{J}$$





## Echilibrul corpurilor

124.  $R_{BC} = G_B \sqrt{2}$ ;  $R_{BC} = G_A$

din cele două relații rezultă:

$$m_A = m_B \sqrt{2} \text{ sau:}$$

$$\rho_{Fe} \cdot V_{Fe} = \rho_{Al} \cdot V_{Al} \cdot \sqrt{2}; \text{ de unde:}$$

$$V_{Fe}/V_{Al} = (\rho_{Al} \cdot \sqrt{2})/\rho_{Fe} = 0,48$$

125.  $F_t = G_t$ ;  $F \cos \alpha = mg \cdot \sin \alpha$ ;

$$F = mg \cdot \tan \alpha = 11,4 \text{ N}$$

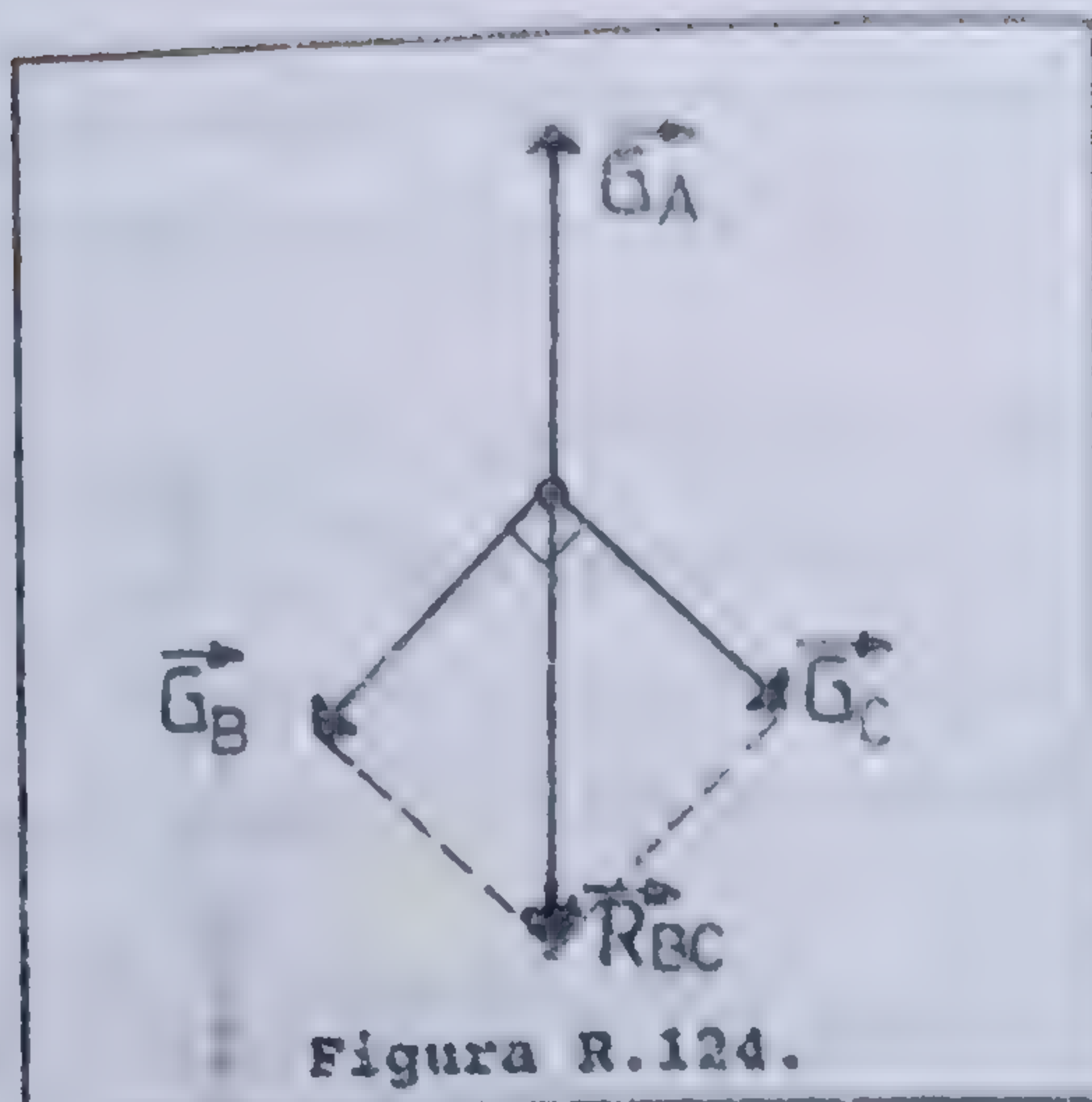


Figura R.124.

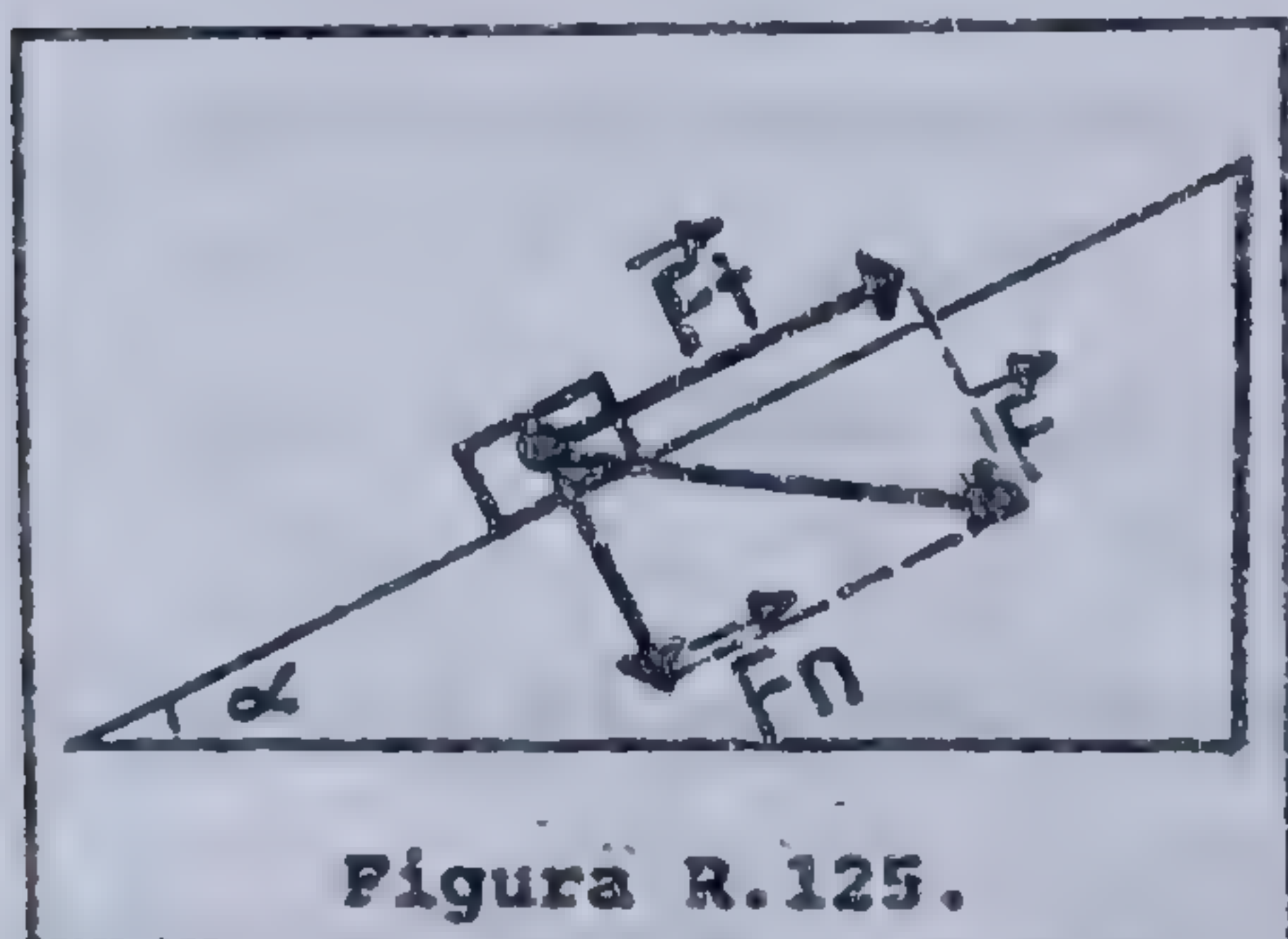


Figura R.125.

126.  $F = 0,8F'$ ;  $F = R$

$$R = \sqrt{P^2 + G^2}$$

$$\Delta l_1 = F/k; \Delta l_2 = F/k; \Delta l_1^2 - \Delta l_2^2 = 0,0009 \text{ m}^2$$

$$(F'^2 - F^2)/k^2 = 0,0009 \text{ m}^2;$$

$$F'^2(1 - 0,64) = 0,0009 \text{ m}^2 \cdot 10^4 \text{ N}^2/\text{m}^2; F' = 50 \text{ N}; F = 40 \text{ N}; G = 30 \text{ N};$$

$$\text{În final obținem: } m = 3 \text{ kg}; \Delta l_1 = 5 \text{ cm}; \Delta l_2 = 4 \text{ cm};$$

127. Considerând ca centru de rotație punctul A, avem:

$$F_c \cdot CA = F'_B \cdot BA; F_c = G; CA = 2 \cdot BA \text{ Rezultă: } F'_B = 2G.$$

Condiția de echilibru față de mișcarea de translație cere ca:  $\vec{R} = \vec{P}_C + \vec{F}'_B + \vec{F}'_A = 0$  Rezultă:  $F'_A = F_B - F_c = G$

$$\text{Deci: } F_B = F'_B = 2G = 160 \text{ N}; F_A = F'_A = G = 80 \text{ N}$$

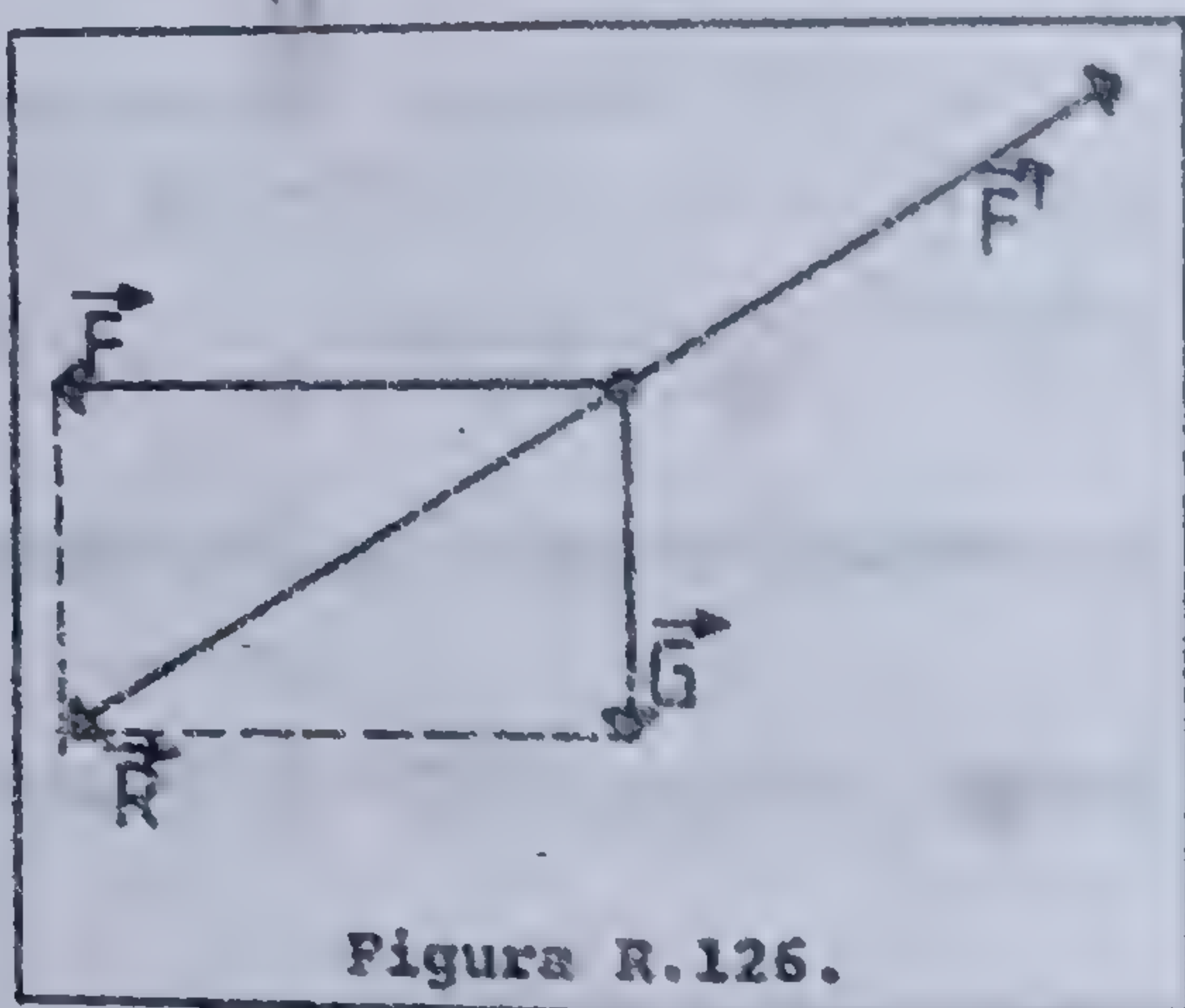
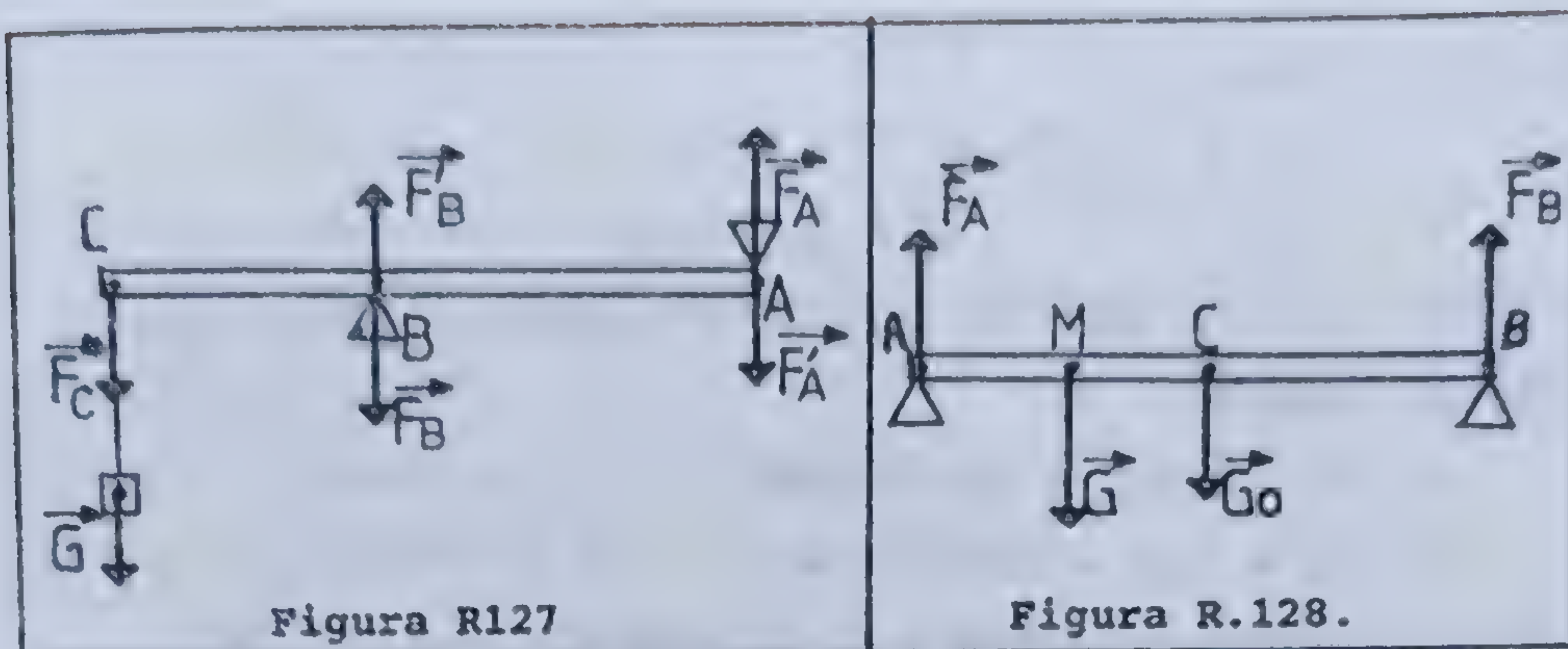


Figura R.126.





128. Se poate alege ca centru de rotație orice punct. Alegând punctul A, condiția de echilibru față de mișcarea de rotație devine:

$$G \cdot AM + G_0 \cdot AC = F_B \cdot AB; \text{ Rezultă: } F_B = 200\text{N}.$$

Aplicând condiția de echilibru față de translație avem:

$$F_A + F_B = G + G_0. \text{ Rezultă: } F_A = 500\text{N}.$$

129.  $F \cdot x = G \cdot l/2$ ;  $F = (G \cdot l)/2x$ ;  $F$  este minimă dacă  $x$  este maxim. Rezultă:  $x = l = 20\text{cm}$ ;  $F_{\min} = G/2 = 150\text{N}$ .

130. Centrul de greutate este la mijlocul scândurii.

$G \cdot b_0 = F \cdot b_r$ , unde  $F$  poate fi  $F_1$  sau  $F_2$ .

$$\text{Avem: } G \cdot l/2 \cdot \cos\alpha = F_1 \cdot l; G \cdot l/2 \cdot \cos\alpha = F_2 \cdot l \cdot \cos\alpha.$$

$$\text{Rezultă: } F_1 = G/2 \cdot \cos\alpha; F_2 = G/2; F_1 = F_2 \cdot \cos\alpha$$

Cum  $\cos\alpha < 1$ , avem:  $F_1 < F_2$ .

131. a) Bara rămâne orizontală când cele două resorturi au aceeași comprimare  $\Delta l$ . Notăm  $AD = x$ . Cele două condiții de echilibru conduc la ecuațiile:

$$F_A + F_B = G$$

$$F_A \cdot x = F_B(1 - x)$$

$$\text{Dar: } F_A = k_1 \cdot \Delta l \text{ și } F_B = k_2 \cdot \Delta l$$

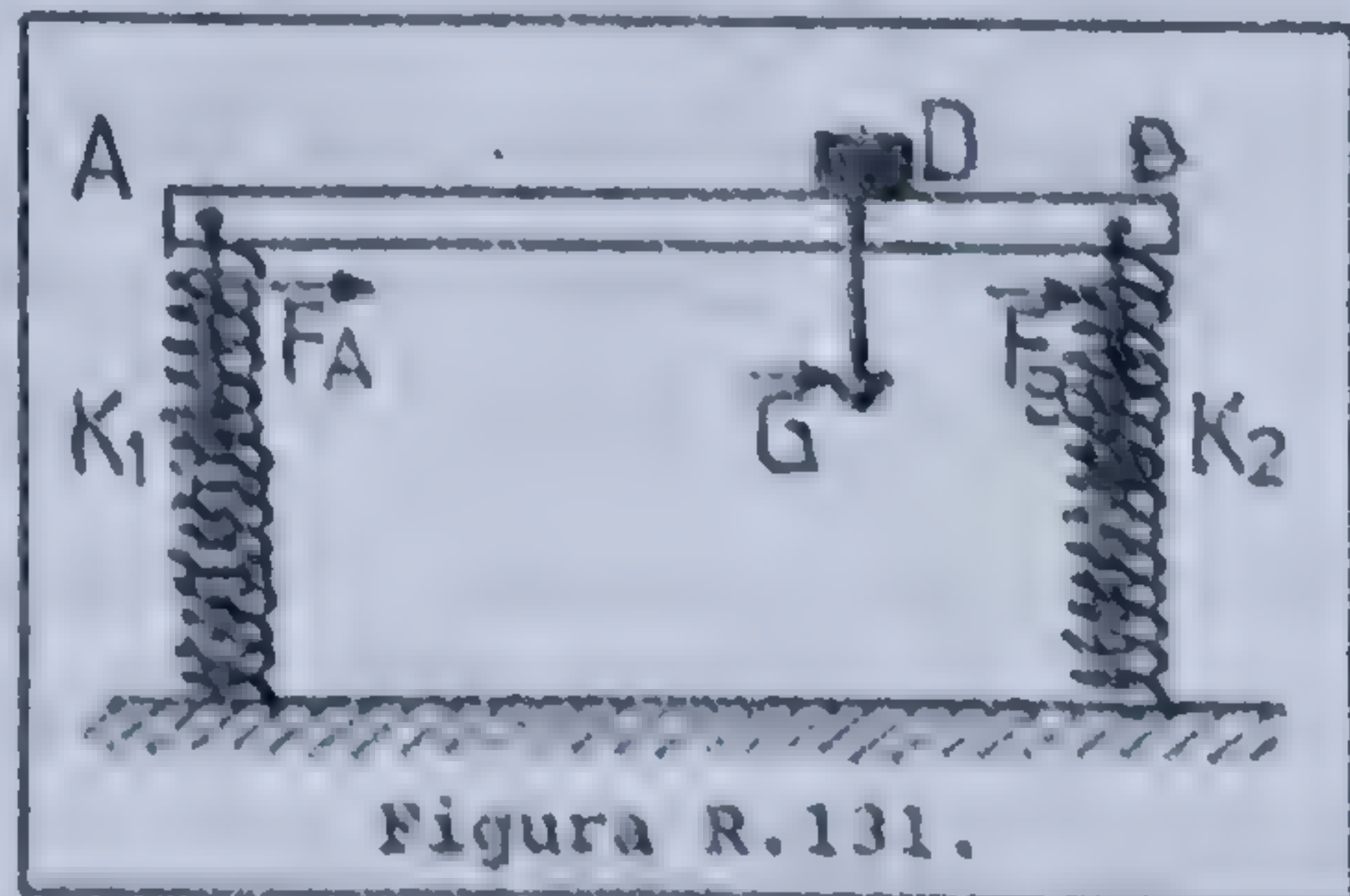


Figura R.131.



Obținem sistemul:

$$(k_1 + k_2)\Delta l = G$$

$$k_1 \cdot \Delta l \cdot x = k_2 \cdot \Delta l(1 - x)$$

A doua ecuație are soluția  $x = 0,6m$  iar prima permite aflarea alungirii  $\Delta l$ ;

$$b) \Delta l = mg/(k_1 + k_2) = 0.1m$$

$$c) \Delta E_p = mg\Delta h = mg(-\Delta l) = -5J$$

132. Considerând punctul O ca centru de rotație se observă că forțele  $\vec{G}_1$  și  $\vec{F}$  rotesc pârghia în sens contrar acelor de ceas în timp ce  $\vec{G}_2$  rotește în sensul acelor de ceas. Pentru a avea echilibru în raport cu mișcarea de rotație trebuie îndeplinită condiția:

$G_1 \cdot CO + F \cdot b_r = G_2 \cdot OD$ ; cu  $b_r = 0,3m$ ; rezultă  $F = 3N$ . Forța de reacțiune din O, împreună cu forțele  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$  și  $\vec{F}$  mențin pârghia în echilibru de translație.

Această forță de reacțiune va fi egală

în modul și de sens contrar rezultantei forțelor  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$  și  $\vec{F}$ . Compunem  $\vec{G}_1$  cu  $\vec{G}_2$  obținând:  $R_1 = 13,1N$ , apoi  $\vec{R}_1$  cu  $\vec{F}$  obținând:  $R = \sqrt{R_1^2 + F^2} = 13,4N$ .

133. Greutatea barei se aplică la mijlocul.ei. Considerând punctul A ca centru de rotație putem scrie:

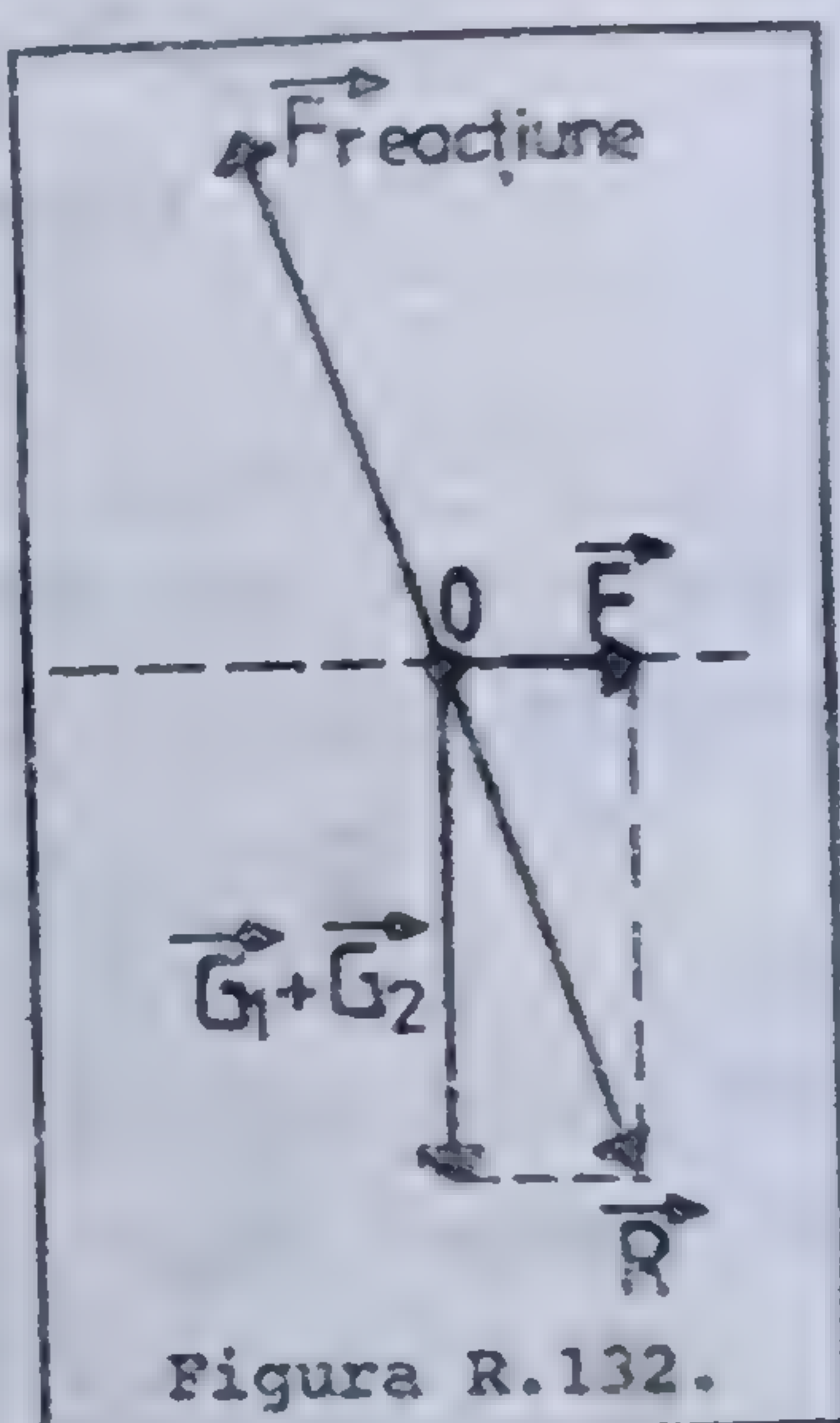
$$M_o = M_{r1} \text{ și } M_o = M_{r2} \text{ deci: } M_{r1} = M_{r2} \text{ sau:}$$

$$F_1 \cdot AB \cdot \cos\alpha = F_2 \cdot AB. \text{ Rezultă: } F_1/F_2 = 1/\cos\alpha$$

134. a) Bara este în echilibru de rotație (față de punctul A) ceea ce conduce la relația:  $F \cdot OA = G \cdot AB \cdot \cos\alpha$

$$h = AB \cdot \sin\alpha = (F \cdot OA \cdot \sin\alpha)/(mg \cdot \cos\alpha),$$

$$\text{Cum: } F = F_1/2, \text{ obținem: } h = 0,5m.$$





$$b) \eta = G_c / (G_c + F_t); F_t = G_c / 3 = 23,5N$$

$$\Delta E_c = L_0 + L_{fr} = mgh - F_t(BA + AC)$$

$$h/\sin\alpha + d = mgh/F_t; \text{ de unde rezultă: } d = 1,42m$$

135. În desen  $\vec{F}_B$  și  $\vec{F}_A$  reprezintă forțele cu care cutiile acționează asupra pârghiei, iar  $\vec{F}_A'$  și  $\vec{F}_B'$  forțele cu care pârghia acționează asupra cutiilor.

Echilibrul pârghiei se realizează dacă:

$$F_A \cdot l_1 = F \cdot l_2; \text{ rezultă } F_A = F \cdot l_2 / l_1$$

$$F_B = F + F_A = F \cdot (l_1 + l_2) / l_1.$$

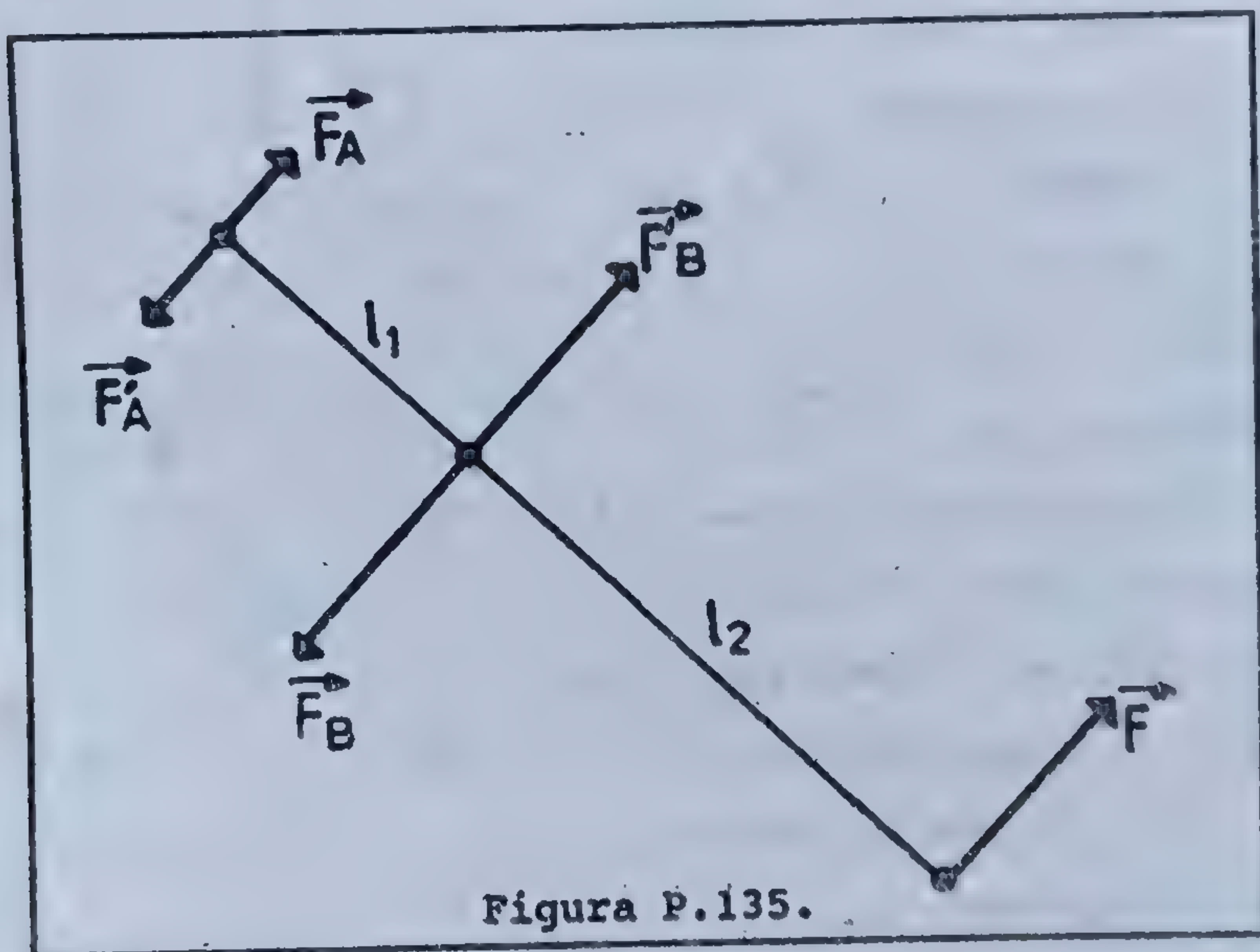


Figura P.135.

Calculând  $F_B/F_A = (l_1 + l_2)/l_1$ , rezultă că:

$$F_B > F_A \text{ deci și } F_B' > F_A'.$$

Observăm că cele două forțe de frecare sunt egale:

$$F_{fA} = F_{fB} = F_f = \mu mg$$

a) Cutiile nu se vor deplasa dacă forțele de frecare sunt mai mari decât forțele cu care sunt împinse:  $F_f > F_B' > F_A'$ . Rezultă  $\mu mg > F(l_1 + l_2)/l_1$ , adică cutiile nu se deplasează dacă:  $F < \mu mgl_1/(l_1 + l_2)$ .



b) Pentru  $F_2' > F_1 > F_3'$  se deplasează cutia B. Inegalitățile conduc la condiția:  $\frac{\mu mg l_1}{l_1 + l_2} < F < \frac{\mu mg l_1}{l_2}$

c) Pentru  $F_3' > F_1$  se deplasează ambele cutii. Acest lucru are loc când:  $F > \mu mg l_1 / l_1$ .

Încercați să verificați calitativ concluziile la care am ajuns improvizând experimentul cu mijloace simple.

136. Compunând

forțele din B și D,

rezultă:  $F_0 = 2 \cdot F$ .

Putem alege ca centru de rotație punctul C. Avem:

$$F \cdot AC = 2F \cdot CO;$$

$$CO = AC/2 = 0,45\text{m};$$

$$AO = AC + CO = 1,35\text{m}$$

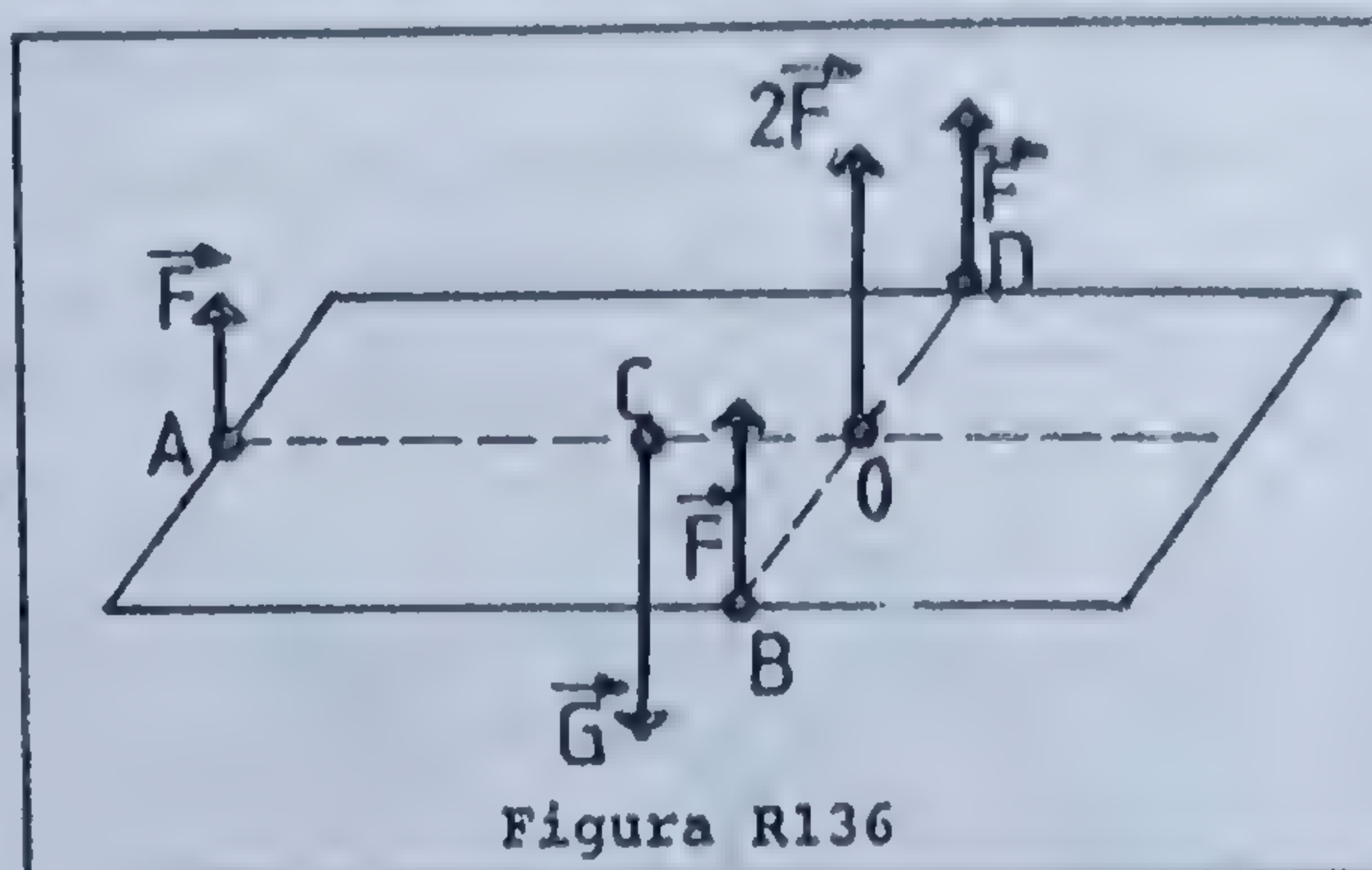


Figura R136

137. În figura R.137 am dese-

nat placa văzută de sus. Fie-

care muncitor acționează cu o

forță  $F = G$ . Compunând for-

țele din M și N vom obține o

rezultantă aplicată în L de

valoare  $2F$ . Compunând

această rezultantă cu forța

din A vom obține o forță care

trebuie să anuleze greutatea

plăcii (decă aplicată în

centrul de greutate O).

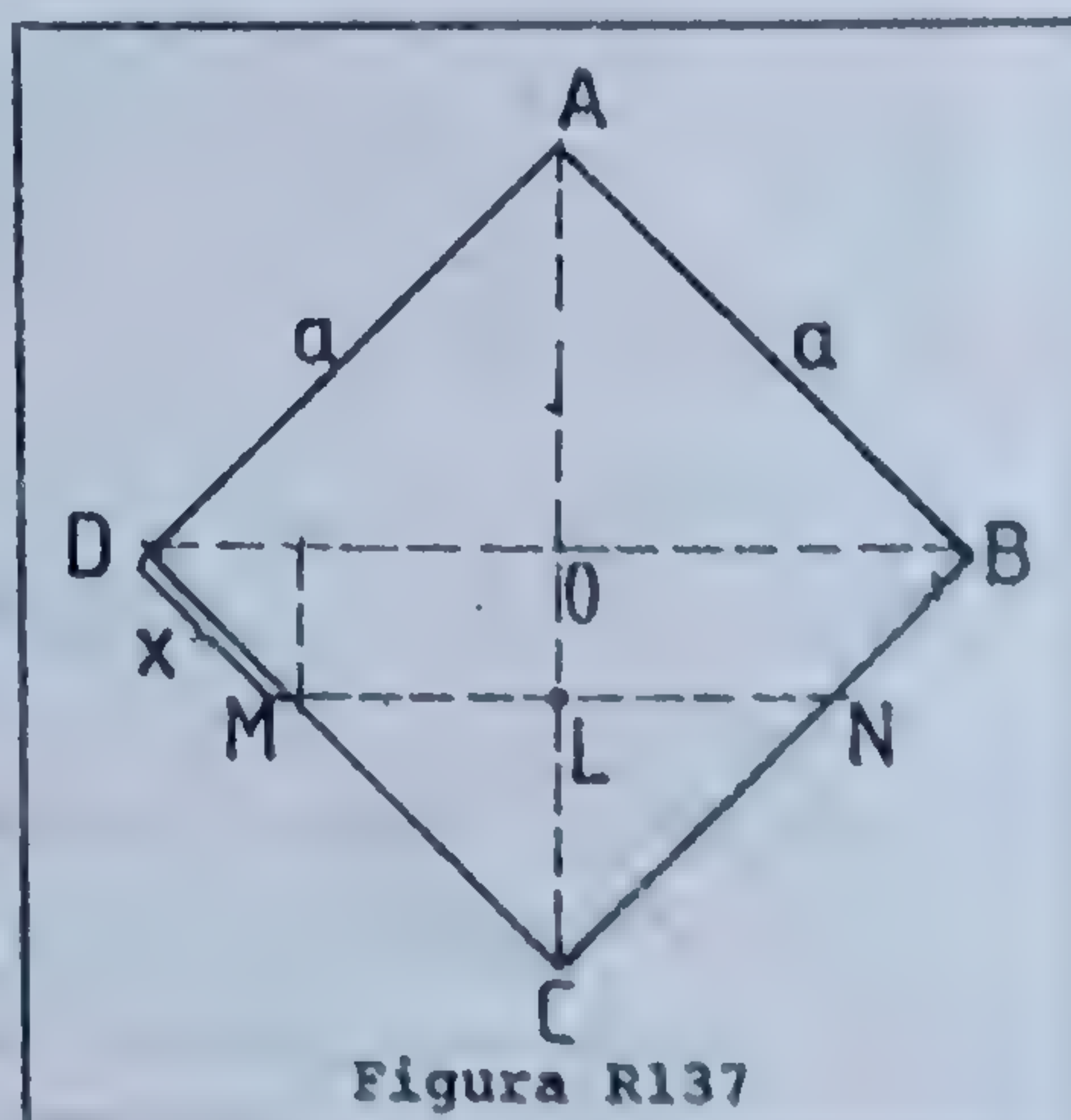


Figura R137

Rezultă:  $OL = AO/2 = AC/4 = a\sqrt{2}/4$ .

Se observă că:  $x = OL\sqrt{2} = a/2$ . Deci punctele M și N se găsesc la jumătatea laturilor CD și CB ale pătratului.



138.  $G_1 = S l_1 \rho_1 g$ ;  $G_2 = S l_2 \rho_2 g$ .

În figură C este centrul de greutate considerat ca punct de aplicație al rezultantei forțelor  $\vec{G}_1$  și  $\vec{G}_2$ .

Notăm:  $C_1 C = x$  și  $CC_2 = y$ .

Avem:  $x + y = (l_1 + l_2)/2$

și  $G_1 \cdot x = G_2 \cdot y$  de unde rezultă:

$$y = x \cdot G_1 / G_2 = x \cdot (l_1 \cdot \rho_1) / (l_2 \cdot \rho_2). \text{ Înlocuind pe } y \text{ în prima ecuație se obține: } x = \frac{l_2 \rho_2 (l_1 + l_2)}{2(l_1 \rho_1 + l_2 \rho_2)};$$

Se observă că dacă  $l_1 \rho_1 = l_2 \rho_2$  centrul de greutate C este la jumătatea distanței dintre  $C_1$  și  $C_2$ , adică  $x = (l_1 + l_2)/4$ ; când  $x = l_1/2$  centrul C este chiar pe suprafața de sudură a barelor, iar când  $x = l_2/2$  punctul C este la jumătatea barei.

139. Centrul de greutate este punctul de aplicație al greutateților  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$  și  $\vec{G}_3$ . Sistemul admite axa care unește vârfurile extreme ca axă de simetrie, deci vom căuta centrul de greutate pe această axă. Compunem  $\vec{G}_1$  cu  $\vec{G}_2$  obținând rezultanta  $\vec{G}_{12}$  pe care apoi o vom compune cu  $\vec{G}_3$ . Greutățile fiind proporționale cu ariile, vom scrie:

$$G_1 = k S_1 = k a l_1 / 2; \quad G_2 = k a l_2; \quad G_3 = k a l_3 / 2$$

unde a este lățimea plăcii.

La triunghi centrul de greutate este la intersecția medianelor, adică la  $1/3$  de bază.

Utilizând regula de compunere a forțelor paralele putem scrie:  $G_1 \cdot (l_1/3 + x) = G_2 \cdot (l_2/2 - x)$ . Înlocuind avem:

$$\frac{k a l_1}{2} \left( \frac{l_1}{3} + x \right) = k a l_2 \left( \frac{l_2}{2} - x \right); \quad \text{de unde rezultă: } x = \frac{3 l_2^2 - l_1^2}{3(2 l_2 + l_1)}$$

Compunând  $\vec{G}_{12}$  cu  $\vec{G}_3$  obținem:  $G_{12} (l_2 - y - x) = G_3 (y + l_3/3)$  sau:

$$\left( k a \frac{l_1}{2} + k a l_2 \right) \left( l_2 - y - \frac{3 l_2^2 - l_1^2}{3(2 l_2 + l_1)} \right) = k a \frac{l_3}{2} \left( y + \frac{l_3}{3} \right). \text{ Efectuând calculele}$$

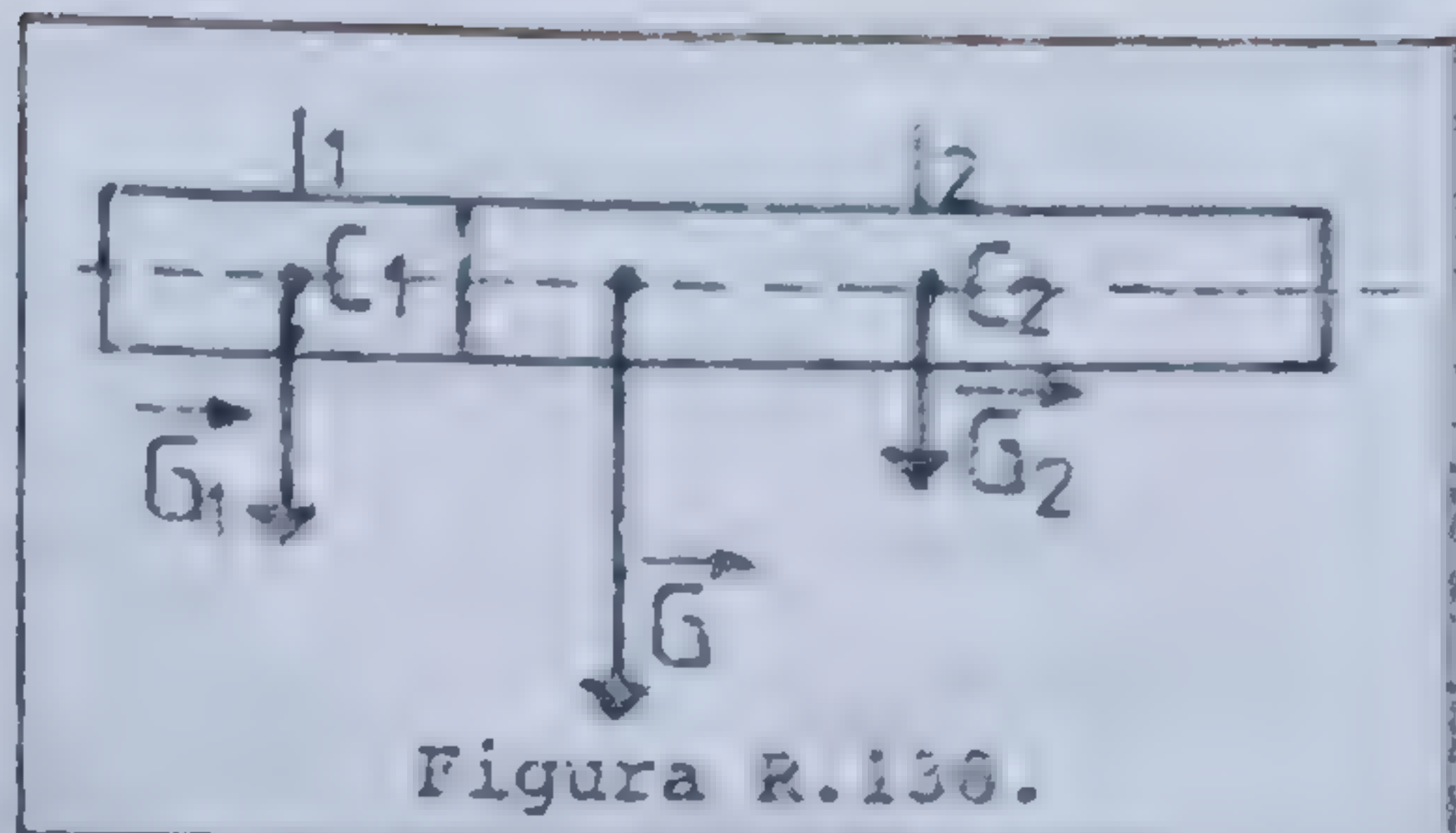
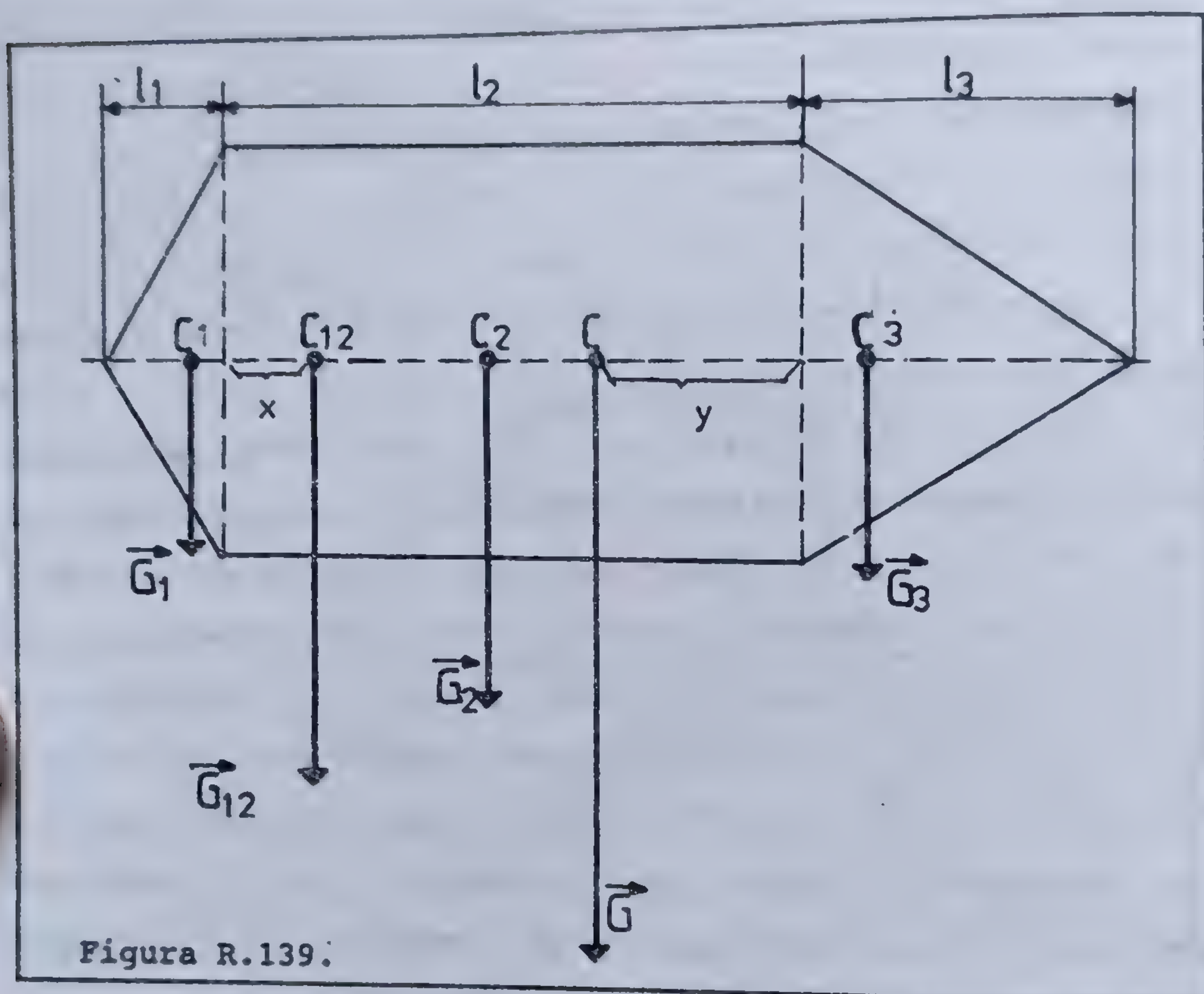


Figura R.138.



rezultă:  $y = \frac{l_1^2 + 3l_2^2 + 3l_1l_2 - l_3^2}{3(l_1 + 2l_2 + l_3)}$ . Punctul C se găsește față de vârful din dreapta la distanța:

$$d = y + l_3 = \frac{l_1^2 + 3l_2^2 + 2l_3^2 + 3l_1l_2 + 3l_1l_3 + 6l_2l_3}{3(l_1 + 2l_2 + l_3)}$$



140. Placa găurită acceptă diagonala MS ca axă de simetrie; fie C centrul ei de greutate. Placa negăurită avea centrul de greutate în O iar porțiunea găurită în Q. Putem considera că greutatea  $\vec{G}$  a plăcii negăurite este suma dintre greutatea plăcii găurite  $\vec{G}_1$  și greutatea porțiunii eliminate prin găurire  $\vec{G}_2$ . Avem deci:  $G_1 \cdot x = G_2 \cdot OQ$  sau:

$$G_1 \cdot x = G_2 \cdot l\sqrt{2}/4 \text{ de unde rezultă:}$$

$$x = (G_2 \cdot l\sqrt{2}) / (4 \cdot G_1) = (G_2/G_1) \cdot (l\sqrt{2}/4). \text{ Dar raportul greutateilor este egal cu raportul ariilor corespunzătoare:}$$



$$\frac{G}{S} = \frac{\pi \frac{d^2}{4}}{l^2 - \pi \frac{d^2}{4}} = \frac{\pi d^2}{4l^2 - \pi d^2}; \text{ rezultă: } x = \frac{\pi d^2 l \sqrt{3}}{4(4l^2 - \pi d^2)}$$

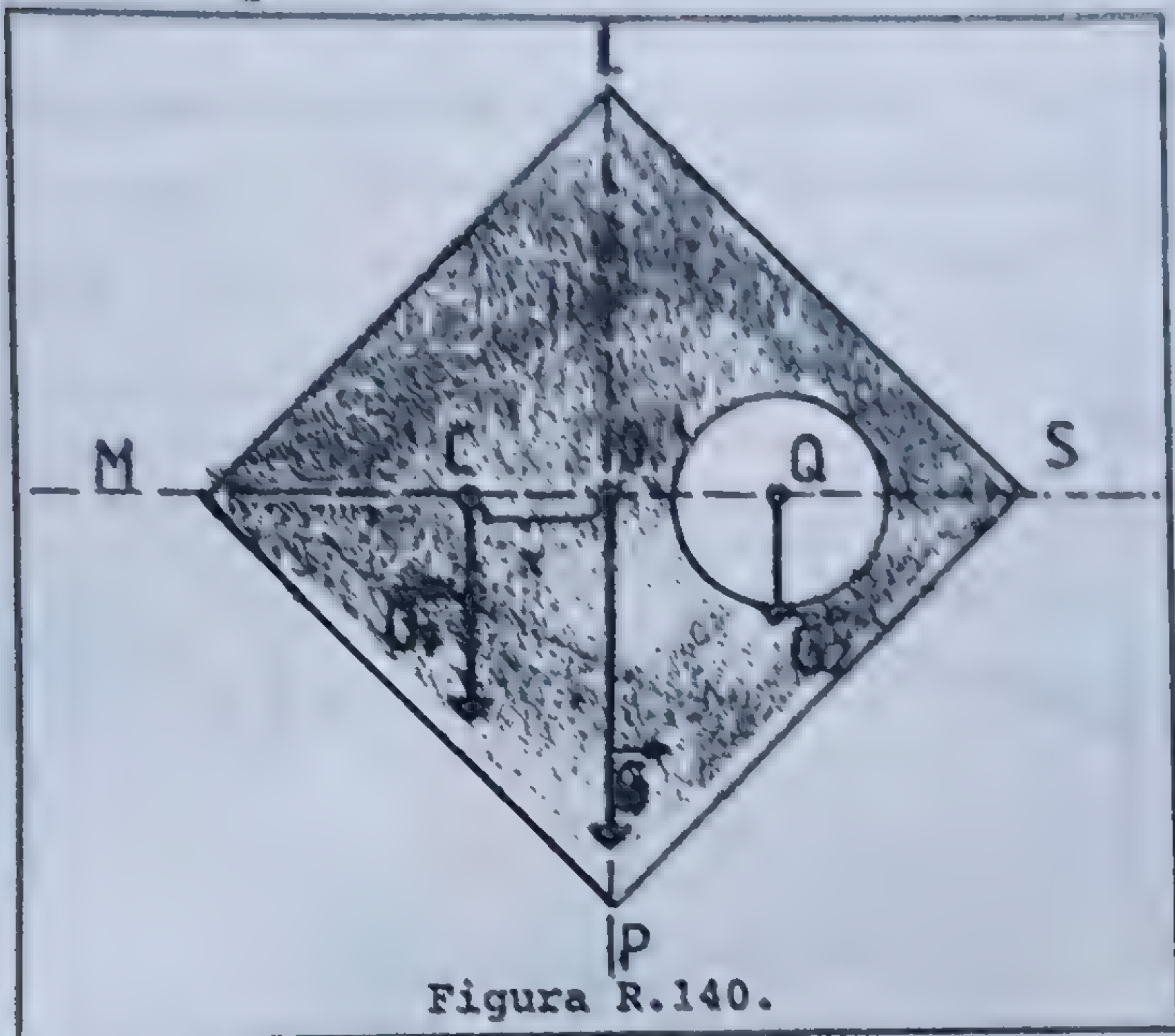


Figura R.140.

## Hidrostatica

141.  $G_{\text{total}} = G_0 + G_{\text{apa}} + G_{\text{mercur}} = G_0 + \rho_{\text{apa}} \cdot V_{\text{apa}} \cdot g + \rho_{\text{mercur}} \cdot V_{\text{mercur}} \cdot g$

Numeric  $G_{\text{total}} = 21,6\text{N}$ ;  $p = G_{\text{total}}/S = 5400\text{Pa}$

142.  $p > mg/l_1 \cdot l_2 = 1666\text{Pa}$

143.  $S = \pi \cdot D^2 / 4$ ;  $p = p_0 + F_t/S$ ;  $F_t = (p - p_0)\pi \cdot D^2 / 4 = 283\text{N}$

144.  $p_0 = p + pgh$ ;  $pgh = 2000\text{Pa} = 2p_0$ ;  $p = 988$ ;  $p_0 = 0,98 \cdot 10^3\text{N/m}^2$

145. Presiunea atmosferică acționează și din interior și din exterior, deci efectele se compensează. Forța rezultantă este dată numai de presiunea exercitată de apă.

Pentru capac:  $F = p \cdot S = pgl_0 a^2 = 2 \cdot 10^3\text{N}$ .

Pe fundul recipientului:  $F' = pg(l_0 + a)a^2 = 2,8 \cdot 10^3\text{N}$

Pe pereții laterali presiunea variază, de aceea vom lua o presiune medie, la nivelul centrului peretelui:

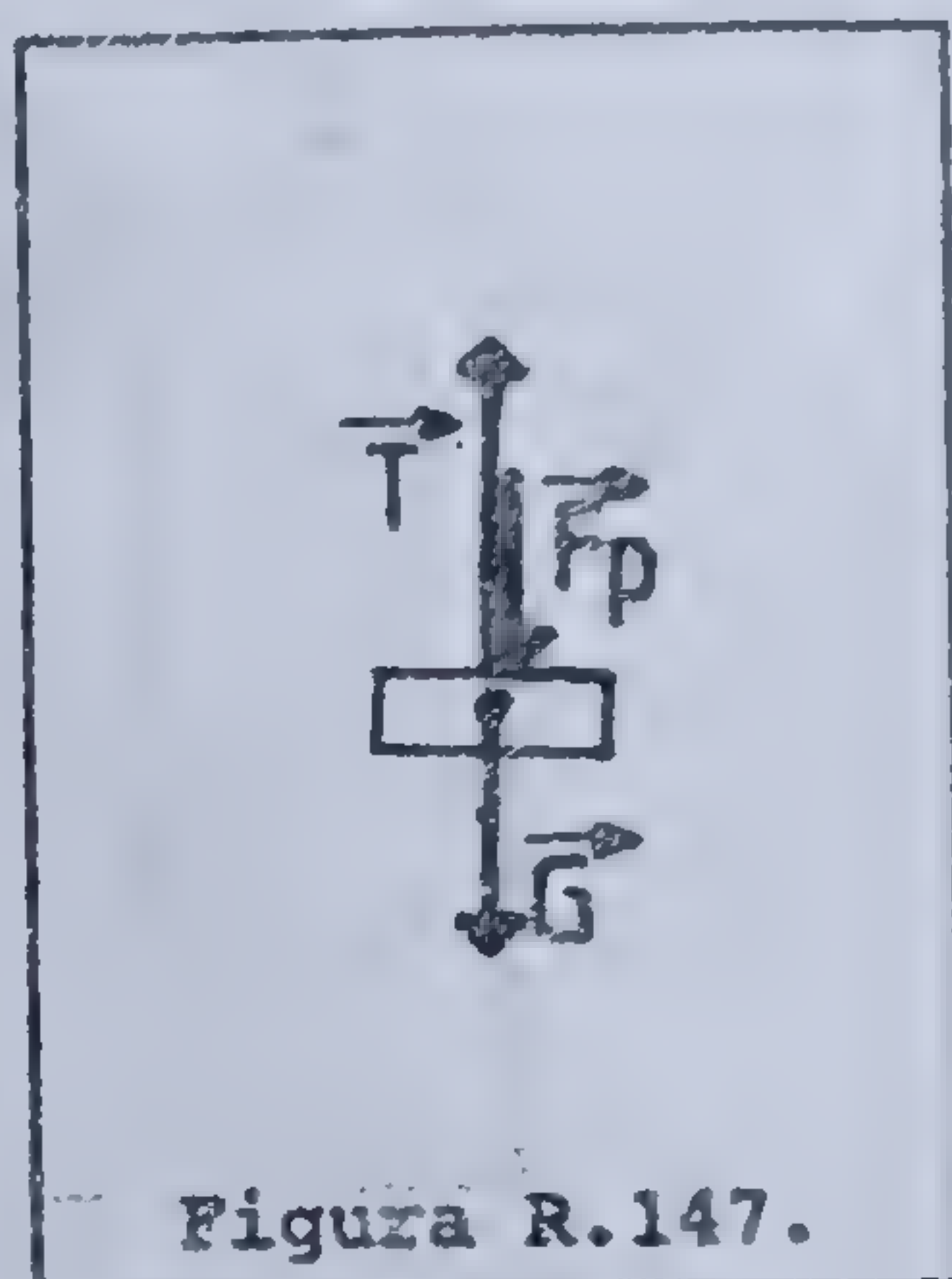
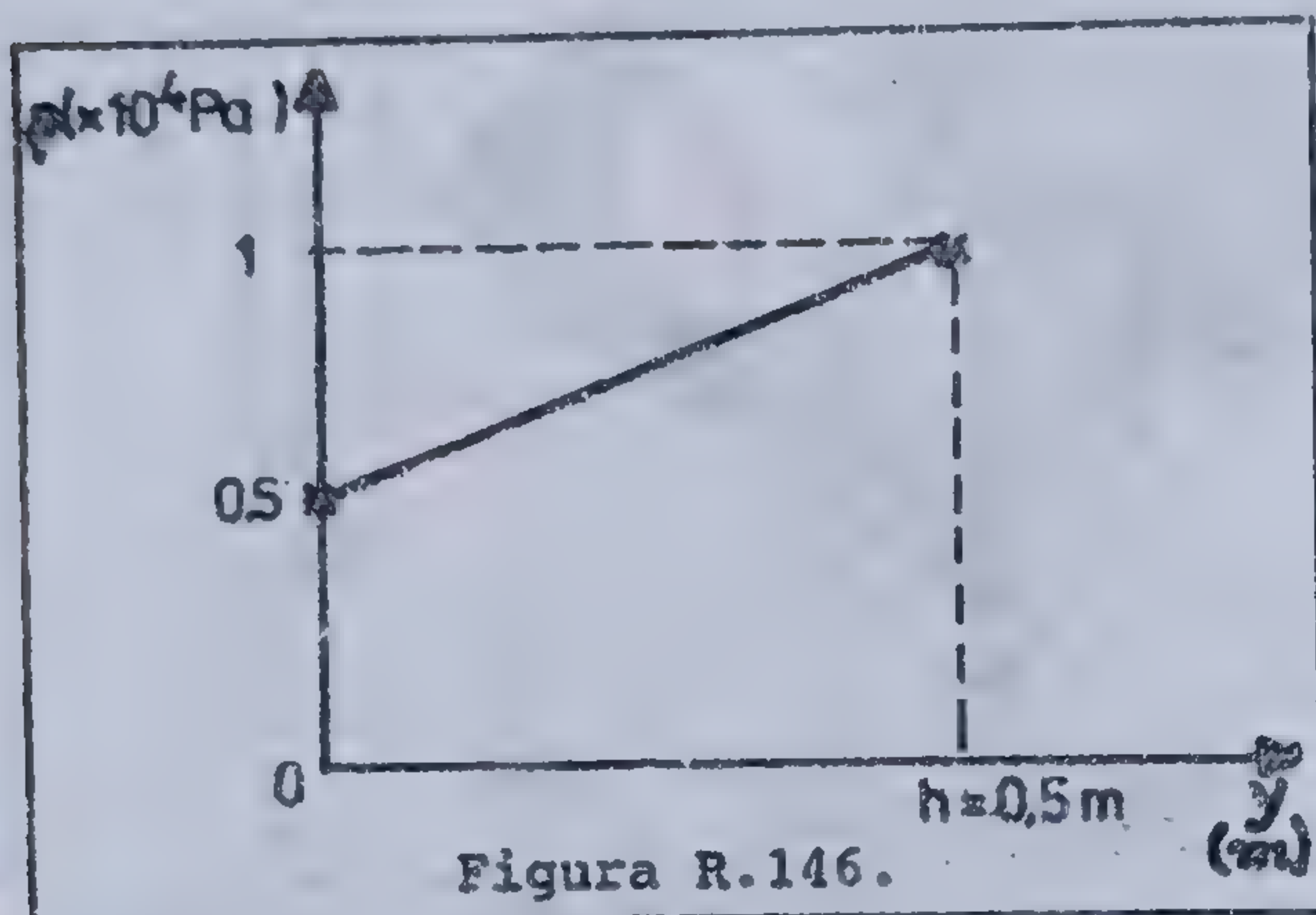
$$F'' = pg(l_0 + a/2)a^2 = 2,4 \cdot 10^3\text{N}$$



146. Vezi figura R.146.

a)  $p = \rho g H$  unde:  $H = h + l \cdot \sin \alpha$ . Avem:  $l = (p / \rho \cdot g - h) / \sin \alpha = 1 \text{ m}$

b)  $p_y = \rho g (l \cdot \sin \alpha + y)$ ;  $p_y = 10^4 (0,5 + y)$ , mărimile fiind exprimate în Sistemul Internațional. Graficul este o dreaptă, deci ajung două puncte pentru a o putea trasa; alegem:  $y=0$ ; rezultă  $p=0,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  și  $y=h$ ; rezultă  $p=10^4 \text{ Pa}$ .



147. Presiunea atmosferică acționează și de jos în sus și de sus în jos, deci efectele se compensează. Firul nu se rupe dacă:  $T < F = 2 \text{ N}$ . Echilibrul forțelor conduce la relația:  $T = F_p + G = \rho g h S_1 + mg$ ;  $T_{\max} = \rho g h_{\max} S_1 + mg = F$ ; Rezultă  $h_{\max} = 0,18 \text{ m}$ .

148.  $p_A = p_B$  (vezi fig R.148.) unde:

$$p_A = p_0 + \rho_{\text{Hg}} g x + \rho_{\text{alcool}} g l \text{ și:}$$

$$p_B = p_0 + \rho_{\text{apă}} g l$$

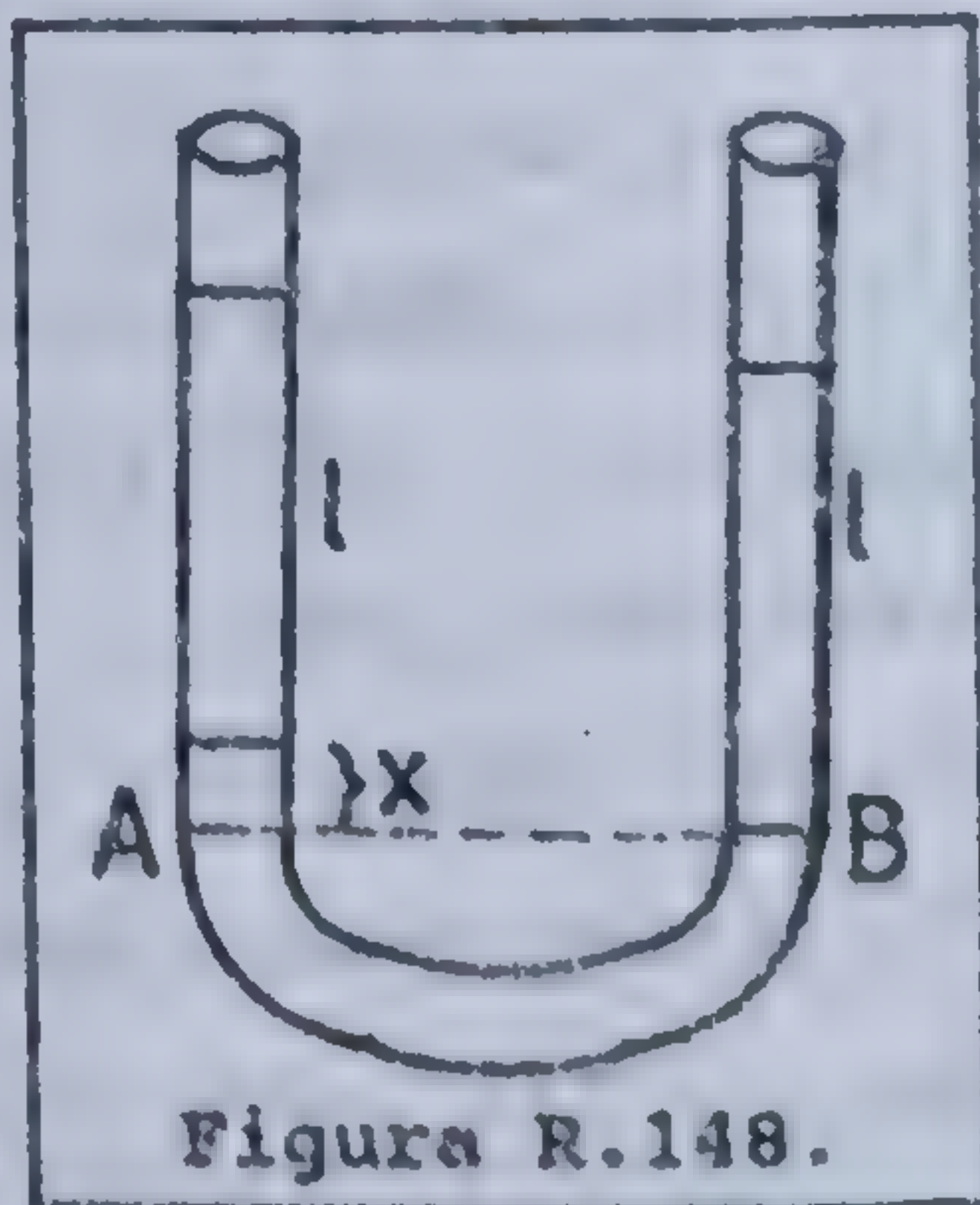
Egalând presiunile rezultă:

$$\rho_{\text{Hg}} x + \rho_{\text{alcool}} l = \rho_{\text{apă}} l \text{ de unde:}$$

$$x = l \cdot (\rho_{\text{apă}} - \rho_{\text{alcool}}) / \rho_{\text{Hg}} = 4,4 \text{ mm}$$

149. Datorită greutateii, pistonul  $P_1$  acționează pe suprafața lichidului cu o presiune  $p_1$ ;  $p_1 = G/S = mg/S = 10^4 \text{ Pa}$ .

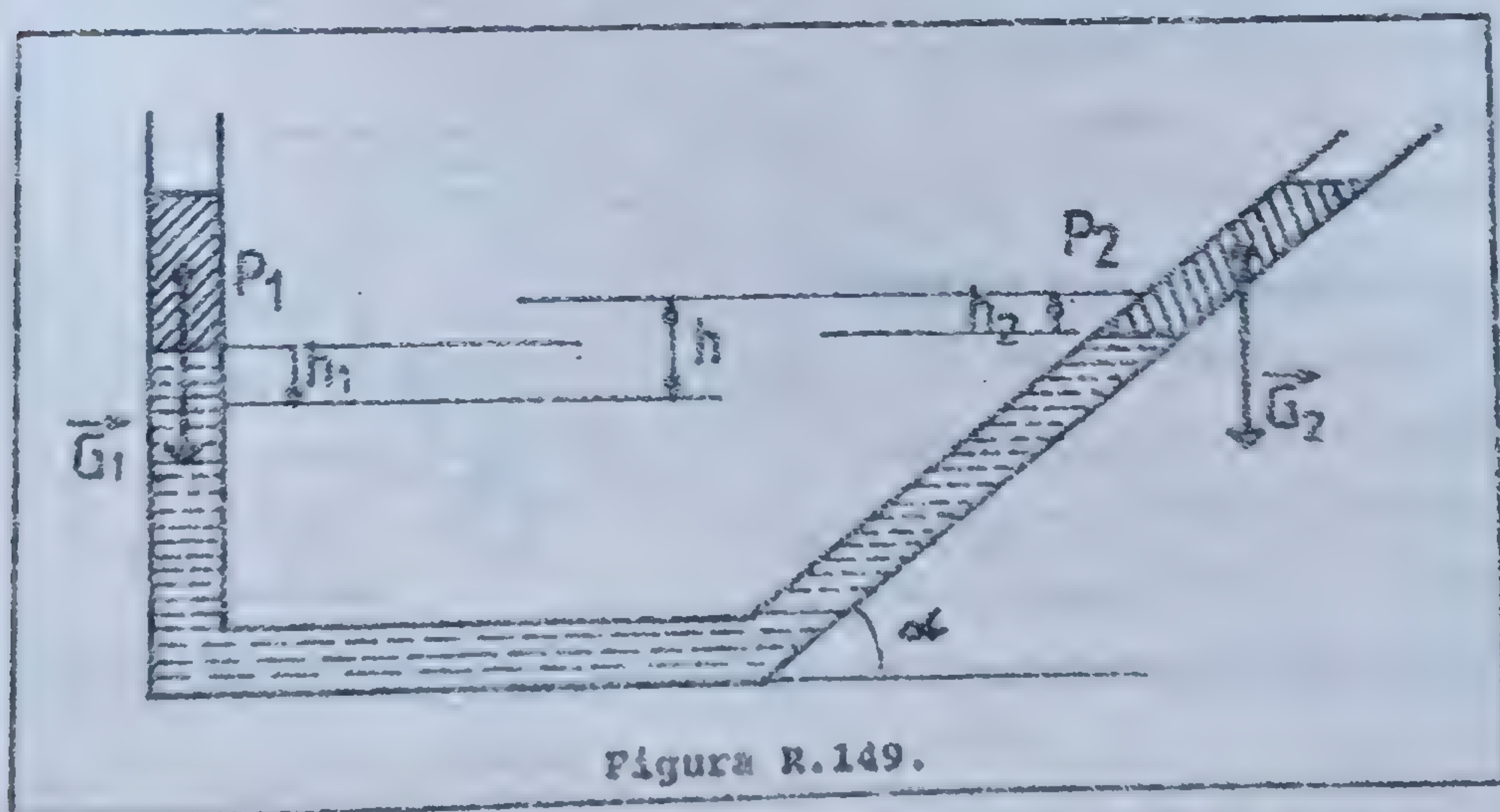
Analog pistonul  $P_2$  acționează cu o presiune  $p_2$ ;  $p_2 = mg/S'$





unde:  $S' = S/\sin\alpha$ . Deci:  $p_1 = m_1 \cdot \sin\alpha / S = p_1' \cdot \sin\alpha = 0,707 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .  
 Sistemul nu poate rămâne în echilibru pentru că la același nivel am avea presiuni diferite  $p_1 \neq p_2$  ( $p_1 > p_2$ ). Deci va trebui ca  $P_1$  să coboare și  $P_2$  să urce, astfel încât să apară o denivelare  $h$  care să facă posibilă diferența dintre cele două presiuni:  $p_1 - p_2 = \rho g h$ . Rezultă:  $h = (p_1 - p_2) / \rho g = 37 \text{ cm}$ .  
 Secțiunile fiind aceleași, pistoanele trebuie să avanseze cu aceeași distanță (în lungul tuburilor). Deci:  $h_1 = h_2 \cdot \sin\alpha$ ;  
 $h = h_1 + h_2 = h_1 \cdot (1 + \sin\alpha)$ ; de unde obținem:

$$h_1 = \frac{h}{1 + \sin\alpha} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g (1 + \sin\alpha)}$$
; în concluzie, așezând ușor cele două pistoane, primul coboară cu  $h_1 = 17,6 \text{ cm}$  iar al doilea urcă cu  $h_2 = 12,3 \text{ cm}$ .



130. La nivelul capătului de jos al tubului-sifon presiunea este egală cu presiunea atmosferică  $p_0$ . La nivelul suprafeței lichidului din vas presiunea este egală cu cea a aerului din vas. Diferența celor două presiuni se datorează presiunii hidrostatice  $p_0 - p = \rho g h$ ;  $p = p_0 - \rho g h = 0,95 \text{ atm}$ . Fără dopul de cauciuc scurgerea continuă până când lichidul ajunge la capătul din stânga al tubului.



151. Vezi figura

R.151., unde:

$\vec{F}_1$  este forța datorată presiunii din compartimentul 1;

$\vec{F}_2$  este forța datorată presiunii din

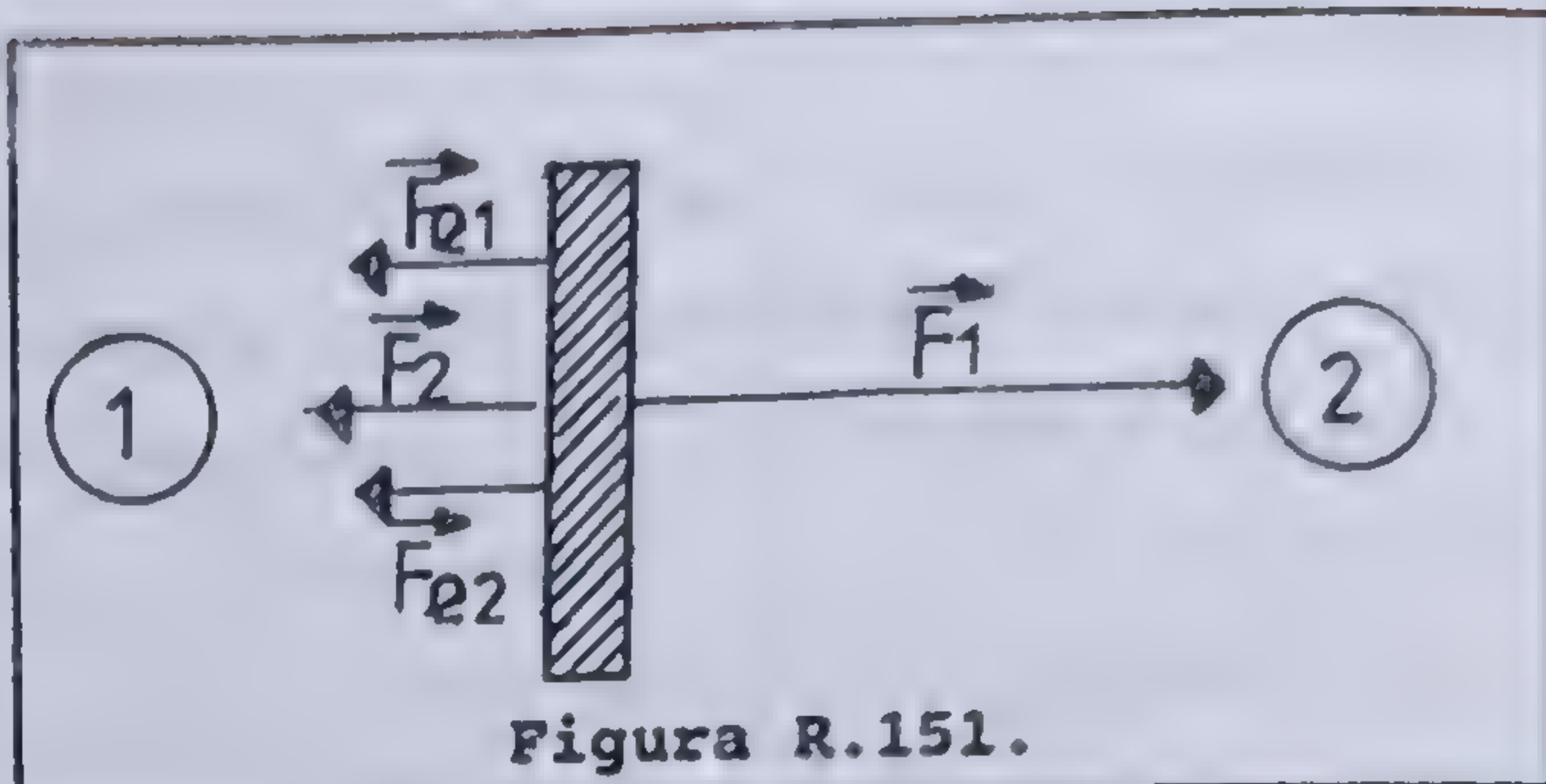


Figura R.151.

compartimentul 2;  $\vec{F}_{01}$  și  $\vec{F}_{02}$  sunt forțele elastice corespunzătoare resorturilor din compartimentele 1 și 2.

Pistonul fiind în echilibru avem:

$F_1 = F_2 + F_{01} + F_{02}$ ;  $p_1 \cdot S = p_2 \cdot S + kx + kx$  sau:  $(p_1 - p_2) \cdot S = 2 \cdot kx$ . Dar diferența de presiune dintre cele două compartimente  $\Delta p = p_1 - p_2$  este indicată de manometru:  $\Delta p = \rho g h$ . Deci avem:  $\rho g h S = 2 kx$  de unde rezultă:  $k = \rho g h S / 2x$ .

152. a) Notând cu 1

lungimea barajului și cu a

grosimea lui, vom observa

că răsturnarea implică o

rotație în jurul muchiei O

(perpendiculară pe planul

figurii). Condiția de echi-

libru față de rotație cere

ca:  $M_{r1} = M_0 + M_{r2}$ , adică:

$F_1 \cdot h_1 / 3 = G \cdot a / 2 + F_2 \cdot h_2 / 3$ .

Cum:  $F_1 = \rho_0 g \cdot (h_1 / 2) \cdot h_1 \cdot 1$

și  $F_2 = \rho_0 g \cdot (h_2 / 2) \cdot h_2 \cdot 1$  iar  $G = 1 a h \rho g$ , rezultă:

$(\rho_0 \cdot g \cdot h_1^3 \cdot 1) / 6 = (1 \cdot a^2 h \cdot \rho \cdot g) / 2 + (\rho_0 \cdot g \cdot h_2^3 \cdot 1) / 6$ ;

$\rho_0 \cdot (h_1^3 - h_2^3) / 3 = \rho \cdot a^2 \cdot h$  de unde:

Rezultanta forțelor de presiune nu depinde de lungimea

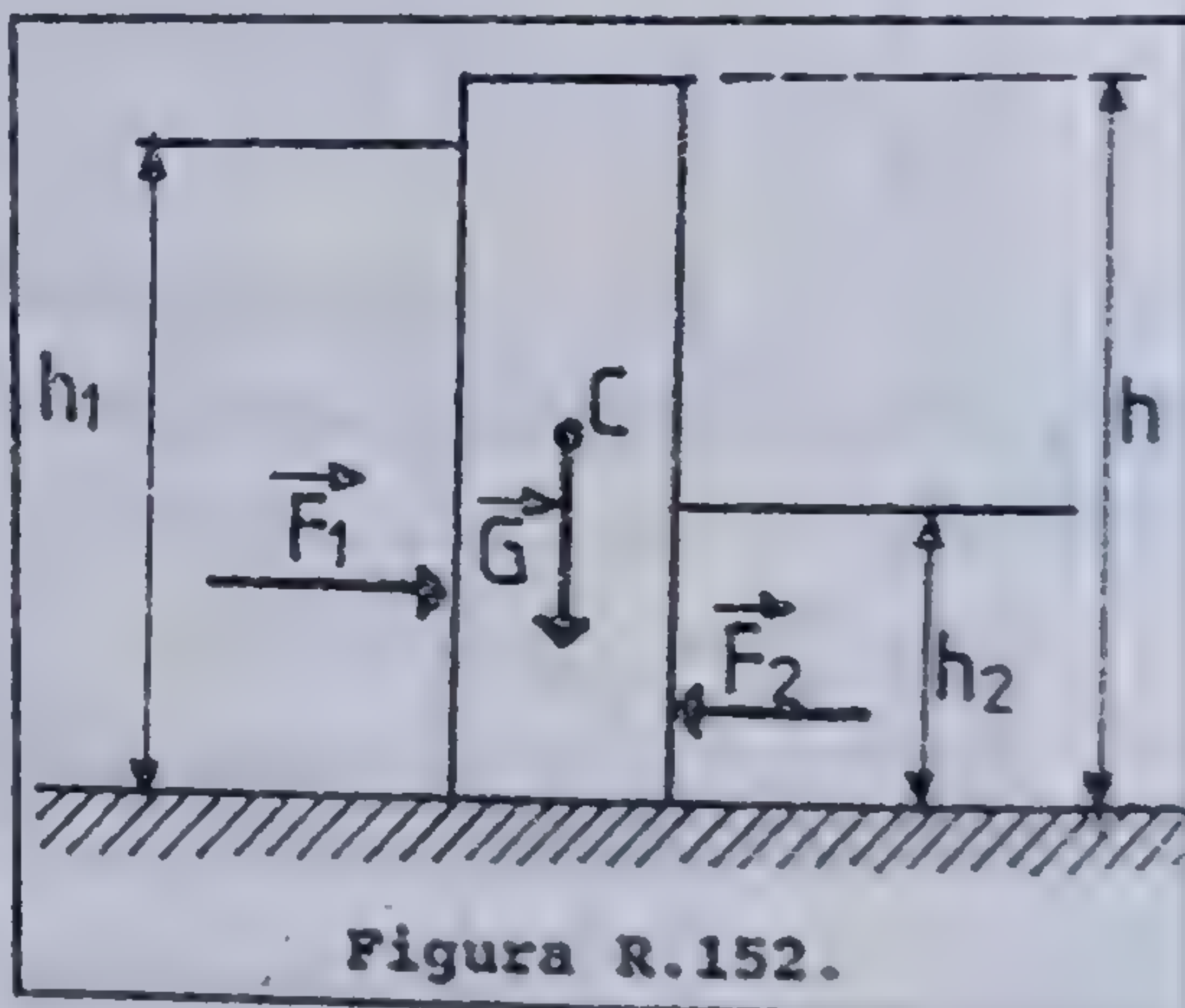


Figura R.152.

$$a = \sqrt{\frac{\rho_0 (h_1^3 - h_2^3)}{3 \rho h}} = 8,33 \text{ m}$$



lacului de acumulare.

b) Notăm cu  $h'$  adâncimea hidrocentralei față de nivelul apai (din amonte).

$$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{P \cdot t}{V \rho g h'}; \quad P = \frac{V \rho g h' \eta}{t} = 2250 \text{ MW}$$

c) Repetând raționamentul pentru cazul când nivelul apai scade cu  $\Delta h = 5 \text{ m}$  (deci  $h'' = h' - \Delta h$ ) obținem:

$$P' = \frac{V \rho g h'' \eta}{t} \quad \text{de unde rezultă:} \quad \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta h}{h'} = 8,3\%$$

153. a)  $F \cdot AO = F_B \cdot BO$ ;  $F_B = 200 \text{ N}$

b)  $mg / \pi r_2^2 = F_B r_2^2 / \pi r_1^2$ ;  $m = 320 \text{ kg}$

c)  $\eta = mg / L_{rs} = mgh / L_r$ ;  $L_r = mgh / \eta = 3200 \text{ J}$

154.  $\eta = \frac{F_2 h_2}{F_1 h_1} = \frac{F_2 \cdot S_1}{F_1 \cdot S_2}$ ;  $F_1 = \frac{F_2 \cdot S_1}{\eta \cdot S_2} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ N}$

$P \cdot t = F_1 \cdot h_1 \cdot N$  de unde;  $N = P \cdot t / F_1 \cdot h_1 = 480 \text{ apăsări}$

155. a)  $F_2 = k \Delta l = 20 \text{ N}$ ;  $F_1 = F_B = 5 \text{ N}$ ;  $F_A = 2 \text{ N}$

b)  $h_1 S_1 = \Delta l \cdot S_2$ ;  $h_1 = 40 \text{ cm}$

c)  $p = F_0 / S_2 + p_0 = 10,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$

156. Nu, greutatea aparentă a coloanei de mercur se schimbă.

Barometrul metalic indică corect.

157.  $p_1 = p_2 + \rho_{\text{aer}} \cdot g \cdot h$ ;  $\rho_{\text{Hg}} g \cdot h_1 = \rho_{\text{Hg}} g \cdot h_2 + \rho_{\text{aer}} g h$

$$\rho_{\text{Hg}} (h_1 - h_2) = \rho_{\text{aer}} h; \quad h = \rho_{\text{Hg}} (h_2 - h_1) / \rho_{\text{aer}} = 1052 \text{ m}$$

158.  $\Delta p = \rho_{\text{aer}} \cdot g \cdot h$ ;  $h = \Delta p / (\rho_{\text{aer}} \cdot g) = 266 \text{ m}$

159. Va intra aer pentru că presiunea este mai mică decât cea atmosferică.

160. Lungimea tubului ar fi de cel puțin 10 m.

161. a) Presiunea aerului din tub este egală cu presiunea de la nivelul suprafeței lichidului din tub adică cu presiunea hidrostatică de la adâncimea  $h-x$ . Avem:  $p = p_0 + \rho \cdot g(h-x)$ .

b) masa de aer închisă în tub rămâne aceeași. Deci:

$$\rho_{\text{aer}} \cdot V = \rho_{\text{aer}}' \cdot V'; \quad \rho_{\text{aer}} \cdot l \cdot S = \rho_{\text{aer}}' \cdot (l-x) S; \quad \rho_{\text{aer}}' = \rho_{\text{aer}} \cdot l / (l-x)$$

c) același cu al lichidului din vas.



162. a) Au sensuri contrare.

b) Numai dacă centrele de greutate coincid (corpul este omogen).

$$163. G = m_1 g; G - F_A = m_1 g; F_A = (m_1 - m_2) g; F_A = \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot m_1 / \rho.$$

Ecualând cele două expresii ale forței arhimedice obținem:

$$\rho_1 = \rho \cdot (m_1 - m_2) / m_1 = 0,89 \text{ g/cm}^3$$

$$164. G_1 - F_{A1} = G_2 - F_{A2}; \rho_1 V_1 g - \rho V_1 g = \rho_2 V_2 g - \rho V_2 g;$$

$$V_1(\rho_1 - \rho) = V_2(\rho_2 - \rho); V_1/V_2 = (\rho_2 - \rho)/(\rho_1 - \rho) = 1.$$

Deci volumele trebuie să fie egale.

165. Introduse în apă, corpurile vor avea greutateți aparente diferite:

$$G_1' = G_1 - F_{A1} = G - V_1 \rho g = G(1 - \rho/\rho_1) \text{ și analog:}$$

$G_2' = G(1 - \rho/\rho_2)$ . Aplicând condiția de echilibru a pârghiei obținem:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{G_2'}{G_1'} = \frac{1 - \rho/\rho_2}{1 - \rho/\rho_1} = \frac{1 - \frac{1,2}{3,56}}{1 - \frac{1,2}{21,5}} = 0,56$$

166. La capătul din stânga al frânghiei acționează o forță egală cu greutatea aparentă a corpului:

$$G_1 = G - F_A = mg - \rho_{\text{alcool}} \cdot g \cdot m/\rho_{\text{re}} = mg(1 - \rho_{\text{alcool}}/\rho_{\text{re}}) = 875 \text{ N}$$

La capătul din dreapta al frânghiei acționează reacțiunea la forța  $\vec{F}_1$ ; ea are o valoare ce poate fi calculată din randamentul scripetelui:  $\eta = G/F_1$ ;  $F_1 = G/\eta = 1000 \text{ N}$ . Utilizând condiția de echilibru a pârghiei găsim valoarea forței  $F$ :  $F \cdot SB = F_1 \cdot AS$ ;  $F = F_1 \cdot AS/SB = 250 \text{ N}$ .

167. a) Corpul plutește la suprafața mercurului:

$$G = F_A, \text{ deci } V \rho g = 2V \rho_1 g/3; \rho = 2\rho_1/3 = 9066 \text{ Kg/m}^3$$

b) Notăm cu  $x$  înălțimea porțiunii de corp cufundată în mercur. Porțiunea cufundată în apă va avea înălțimea  $(h-x)$ .

$$G = F_{A1} + F_{A2}; h \rho g = x \rho_1 g + (h-x) \rho_2 g;$$

$$h \rho = x \rho_1 + (h-x) \rho_2; x = h(\rho - \rho_2)/(\rho_1 - \rho_2) = 28,8 \text{ cm}$$



c)  $V_1 = x s = 28,8 \text{ cm}^3$ ;  $V_2 = (h-x)s = 16,2 \text{ cm}^3$

d) Nivelul mercurului coboară corespunzător unei scăderi de volum egală cu cea a porțiunii de corp acufundate în mercur:  $\Delta h_{\text{mercur}} = V_1/S = 2,88 \text{ cm}$ .

Nivelul apei coboară corespunzător unei scăderi de volum egală cu volumul corpului:  $\Delta h_{\text{apă}} = sh/S = 4,5 \text{ cm}$ .

168. a)  $p = \frac{G}{S} = \frac{L \cdot l \cdot h \cdot \rho \cdot g}{L \cdot l} = \rho g h = 160 \text{ Pa}$

b) Forța de apăsare se anulează când forța arhimedică devine egală cu greutatea scândurii. Înălțimea apei din vas va fi egală cu înălțimea apei față de fundul scândurii în timpul plutirii acesteia:  $L \cdot l \cdot h \cdot \rho \cdot g = L \cdot l \cdot h' \cdot \rho_{\text{apă}} \cdot g$ ;  $h' = 1,6 \text{ cm}$ .

Pe fundul bazinului, aria acoperită de apă este:

$S = d^2 - Ll = 3,96 \text{ m}^2$ . Volumul apei care curge până la desprinderea corpului de fundul bazinului este :

$v = S \cdot h' = 63,36 \text{ l}$ . La debitul de  $1 \text{ l/s}$  sunt necesare  $63,36$  secunde până la anularea forței de apăsare.

c) În primele  $63,36$  secunde forța arhimedică va crește de la  $0$  la o valoare egală cu greutatea corpului, apoi rămâne constantă. Pentru primul interval de timp vom considera o forță medie (aritmetică) care își deplasează punctul de aplicație de la fundul vasului până la jumătatea înălțimii volumului de lichid dezlucuit.

$$L_1 = (G/2) \cdot (h'/2) = (6,4 \text{ N}/2) \cdot 8 \text{ mm} = 25,6 \text{ mJ}$$

În intervalul următor de  $32 \text{ s}$  curg  $32 \text{ l}$  de apă, deci nivelul apei în bazin se ridică cu:

$$\Delta h = 32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / 4 \text{ m}^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

Forța arhimedică efectuează lucrul mecanic :

$$L_2 = F_A \cdot \Delta h = G \cdot \Delta h = 6,4 \text{ N} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 51,2 \text{ mJ}$$

Lucrul mecanic total este :  $L = L_1 + L_2 = 76,8 \text{ mJ}$

d) Corpul se răstoarnă și plutește pe fața care are



aria cea mai mare (echilibrul este instabil pentru că centrul de greutate este deasupra centrului de presiune; echilibrul stabil se realizează în cazul când energia potențială este minimă, adică atunci când centrul de greutate al corpului este cât mai aproape de suprafața apei).

169. a)  $F = p \cdot S = \rho g h S = 675 \text{ N}$

b)  $F_A = G; \rho S_1 h_1 g = 2 \rho_a S_1 h_1 g / 3; \rho = 2/3 \cdot \rho_a = 9 \text{ g/cm}^3$

c)  $G = F_{A1} + F_{A2}; \rho S_1 h_1 g = \rho_a S_1 x g + \rho_a S_1 (h_1 - x) g$

$$x = h_1 (\rho - \rho_a) / (\rho_a - \rho_a) = 28,8 \text{ cm}$$

170. a)  $p = \frac{G}{S} = \frac{mg}{l^2}; \quad l = \sqrt{\frac{mg}{p}} = 0,2 \text{ m}$

b)  $G + G_1 = F_A; m_1 = \rho_{\text{apă}} l^3 - m = 7,2 \text{ kg}$

c) În starea inițială:  $V_{\text{apă}} + V_{\text{cub}} = S h_1$

În starea finală:  $V_{\text{apă}} + V_{\text{cub}}' + V_1 = S \cdot h_2$

Scăzând relațiile membru cu membru și efectuând calculele rezultă:  $\Delta h = h_2 - h_1 = (V_{\text{cub}}' + V_1 - V_{\text{cub}}) / S$

$$V_{\text{cub}} = l^3; V_1 = m_1 / \rho_1; V_{\text{cub}}' = l^3 \cdot \rho_{\text{cub}} / \rho_{\text{apă}}. \text{ Numeric } \Delta h = 1 \text{ cm.}$$

171. a)  $mg = F_{A1} + F_{A2} = l^2 h \rho_{\text{apă}} g + l^2 (1-h) \cdot \rho_{\text{ulei}} g$

$$m = l^2 \cdot [h \rho_{\text{apă}} + (1-h) \rho_{\text{ulei}}] = 0,72 \text{ kg}$$

b)  $F_A = \Delta p S; \Delta p = F_A / l^2 = mg / l^2 = 720 \text{ N/m}^2$

c)  $(m + m_{\text{pb}}) g = (V + V_{\text{pb}}) \rho_{\text{apă}} g$

$$(m + \rho_{\text{pb}} V_{\text{pb}}) = (l^3 + V_{\text{pb}}) \cdot \rho_{\text{apă}} = 27 \text{ cm}^3$$

172. a)  $h = v \cdot t = 2 \text{ m/s} \cdot 5 \cdot 60 \text{ s} = 600 \text{ m}$

b)  $F_r + G_{\text{total}} = F_A$

$$G_{\text{total}} = G_b + G_s + G_n = 33,2 \text{ N}$$

$$F_A = V \rho_{\text{aer}} g = 52 \text{ N};$$

$$F_r' = F_A - G_{\text{total}} = 18,8 \text{ N}$$

c) Vezi fig. R.172.

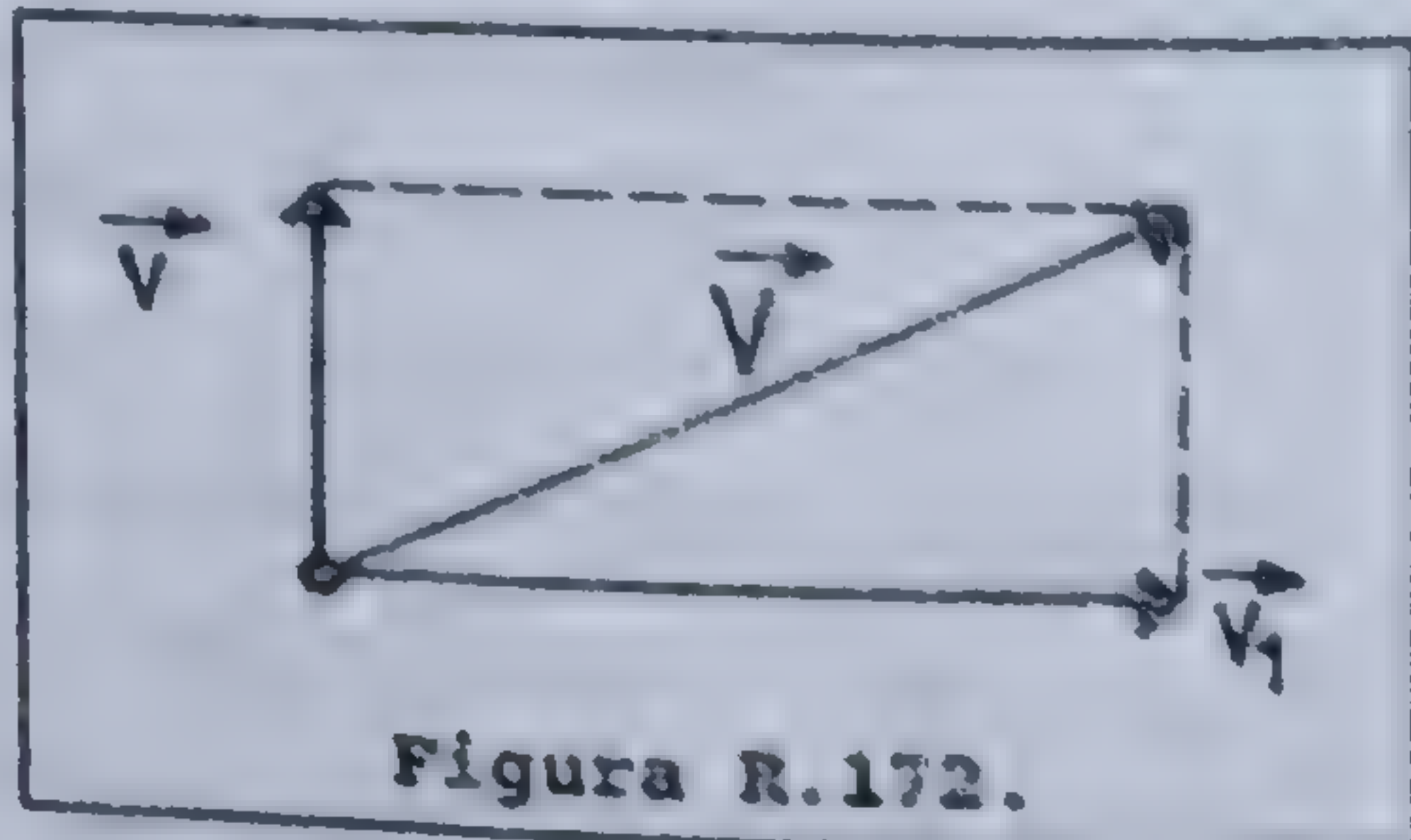


Figura R.172.



173. a)  $V=40\text{cm}^3$ ;  $m=\rho_{A1} V=0,12\text{kg}$

b)  $R = G_2 - F_A = m_2 g (1 - \rho_{ap\delta}/\rho_{A1})$ ;  $G_{1c} = G_1 \sin \alpha = m_1 g/2$ ;  
 $G_{1c} = R/2 = m_2 g (1 - \rho_{ap\delta}/\rho_{A1})/2$

$m_1 = m_2 (1 - \rho_{ap\delta}/\rho_{A1})$ ;  $m_1 + m_2 = m$

Obținem:  $m_2 = (3/5)m$ , deci:  $l_2 = (3/5) \cdot 10\text{cm} = 6\text{cm}$  și  $l_1 = 4\text{cm}$

c)  $G_{1c} = (2/5) \cdot mg \cdot (1/2) = 0,24\text{N}$ ;  $F_s = G_{1c}$ ;  $\Delta l = 8\text{mm}$

174. a) Calculăm greutatea aparente ale celor două corpuri:

$G_{1A} = G_1 - F_{A1} = m_1 g - \rho_A g m_1 / \rho_1 = 68\text{N}$

$G_{2A} = G_2 - F_{A2}' - F_{A2}'' = m_2 g - \rho_A g m_2 / 2\rho_2 \rightarrow \rho_B g m_2 / 2\rho_2 = 20\text{N}$

$G_{1A} \cdot MO = G_{2A} (1 - MO)$ ;  $MO = 1,13\text{m}$

b) Latura bazinului este:  $a=0,4\text{m}$  iar a cubului de masă

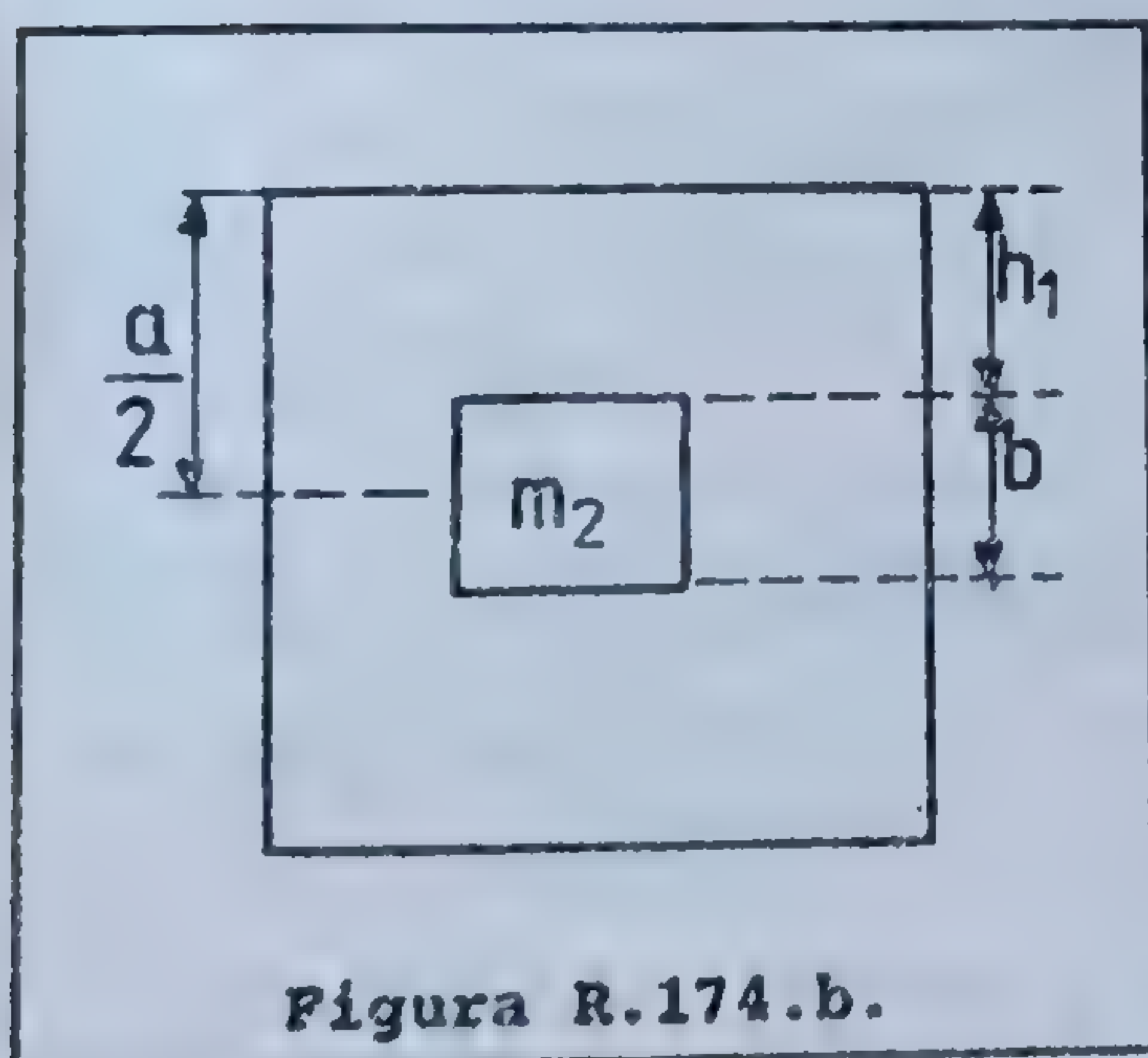


Figura R.174.b.

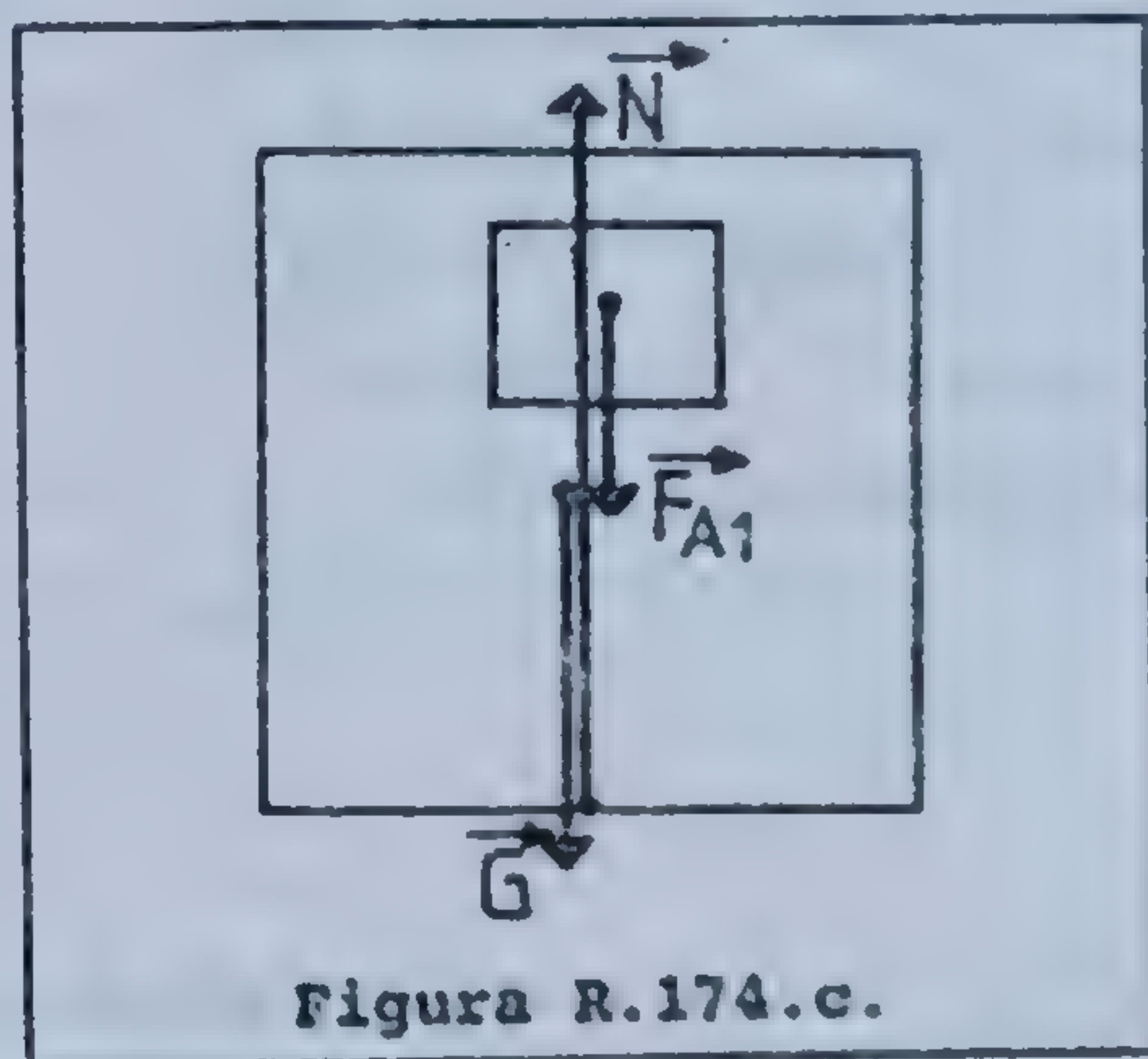


Figura R.174.c.

$m_2$  este  $b=0,1\text{ m}$ .  $p_{sup}=p_0+\rho_B g h_1=p_0+\rho g (a/2-b/2)=100900\text{N/m}^2$

$p_{inf}=p_0+\rho_B g \cdot a/2+\rho_A g \cdot b/2=101500\text{ N/m}^2$

c)  $N=G+F_{A1}$  unde  $G$  este greutatea apei din bazinul A ( $G=630\text{N}$ ) iar  $F_{A1}$  este reacțiunea la forța arhimedică ( $F_{A1} = 10\text{N}$ ). Deci:  $N=640\text{N}$ .

175. a) Vezi fig. R.175.a.  $F_A=G_1+G_2$ ;  $L_0(\rho_0-\rho_1)-l\rho_0=x(\rho_2-\rho_0)$

$$x = \frac{L_0(\rho_0-\rho_1)-l\rho_0}{\rho_2-\rho_0} = \frac{\frac{L_0}{2}(\rho_0-2\rho_1)}{\rho_2-\rho_0} = 8\text{mm}$$

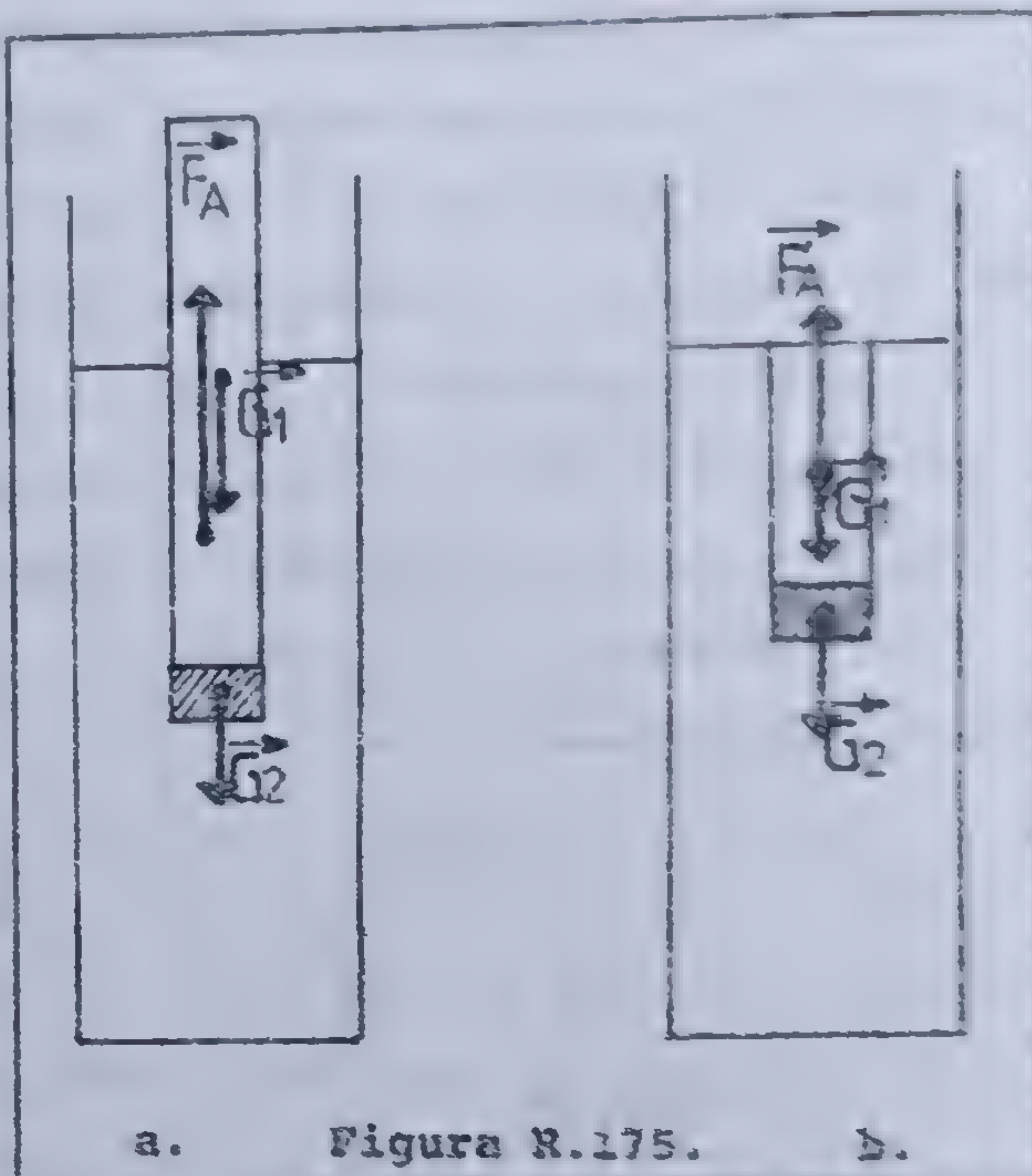


b) Vezi figura R.175.b.:  $F_A' = G_1' + G_2$

$$(L' + x)\rho_o = x\rho_2 + L'\rho_1 \quad L' = x(\rho_2 - \rho_o) / (\rho_o - \rho_1)$$

$$L_o - L' = v \cdot t; \quad t = (L_o - L') / v = 26666s = 7h24min26s$$

c) Lumânarea nu se răstoarnă dacă centrul de greutate al ansamblului lumânare-cilindru este situat sub punctul de aplicație al forței arhimedice. Să determinăm poziția centrului de greutate al ansamblului lumânare-cilindru (față de suprafața de contact lumânare-cilindru):

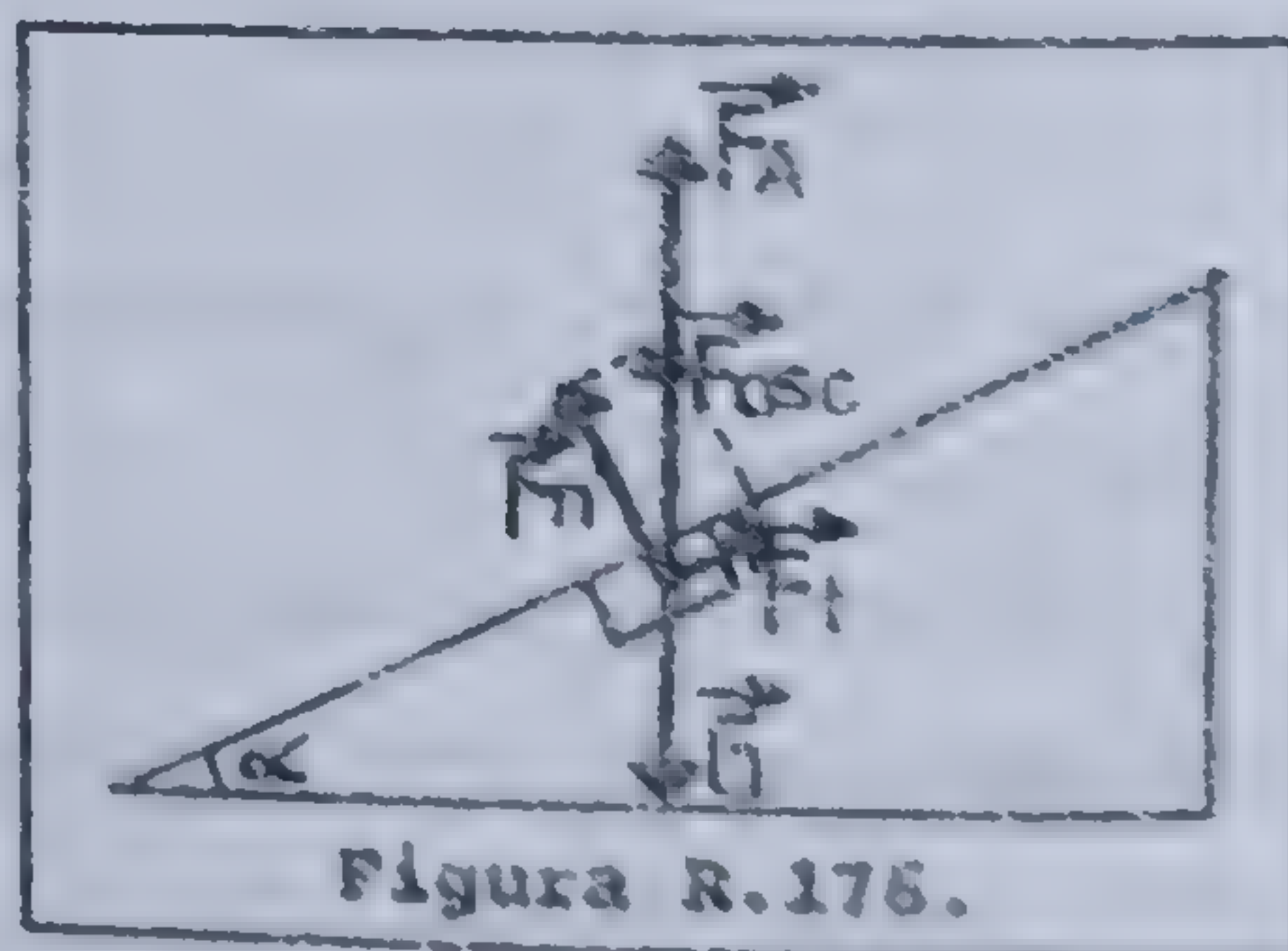


$$G_1(L_o/2 + x_o) = G_2(x/2 - x_o); \quad x_o = \frac{1}{2} \frac{\rho_2 x^2 - \rho_1 L_o^2}{\rho_1 L_o + \rho_2 x} = 1,4 \text{ mm}$$

176. a) Notăm cu  $F_{asc}$  forța ascensională (rezultanta dintre forța arhimedică și greutatea corpului):

$$F_{asc} = F_A - G = (\rho_o g V / \rho) - (mg) = mg(\rho_o / \rho - 1)$$

Componenta tangențială  $F_t$  a forței ascensionale este:



$$F_t = F_{asc} \sin \alpha = mg \cdot (\rho_o / \rho - 1) \cdot h / l; \quad F_1 = F_t + F_2$$

$$F_2 = F_1 - F_t, \text{ rezultă } F_t = (F_1 + F_2) / 2$$

b)  $F_1 - F_2 = 2 \cdot F_t = 2 \cdot G \cdot (\rho_o / \rho - 1) \cdot h / l$ ; obținem:

$$G = \frac{\rho l (F_1 - F_2)}{2(\rho_o - \rho) h}$$



177. a)  $\rho_1 = m/V = 1200 \text{ kg/m}^3$

b)  $\rho_2 = \frac{m}{V - V_{\text{gol}}} = \frac{m}{V - V/5} = \frac{5m}{4V} = 1,25\rho_1 = 1500 \text{ kg/m}^3$

c)  $G_{\text{ap}} = G - F_a = mg - V \cdot \rho \cdot g = 60 \text{ N} - 50 \text{ N} = 10 \text{ N}$

d) Bucata rămasă prezintă două elemente de simetrie:

- planul diametral care trece prin O și O';

- planul paralel cu bazele cilindrului care trece prin centrul acestuia. Centrul de greutate se va găsi simultan în cele două plane, deci se va găsi pe dreapta lor de intersecție. Vom desena planul de simetrie care

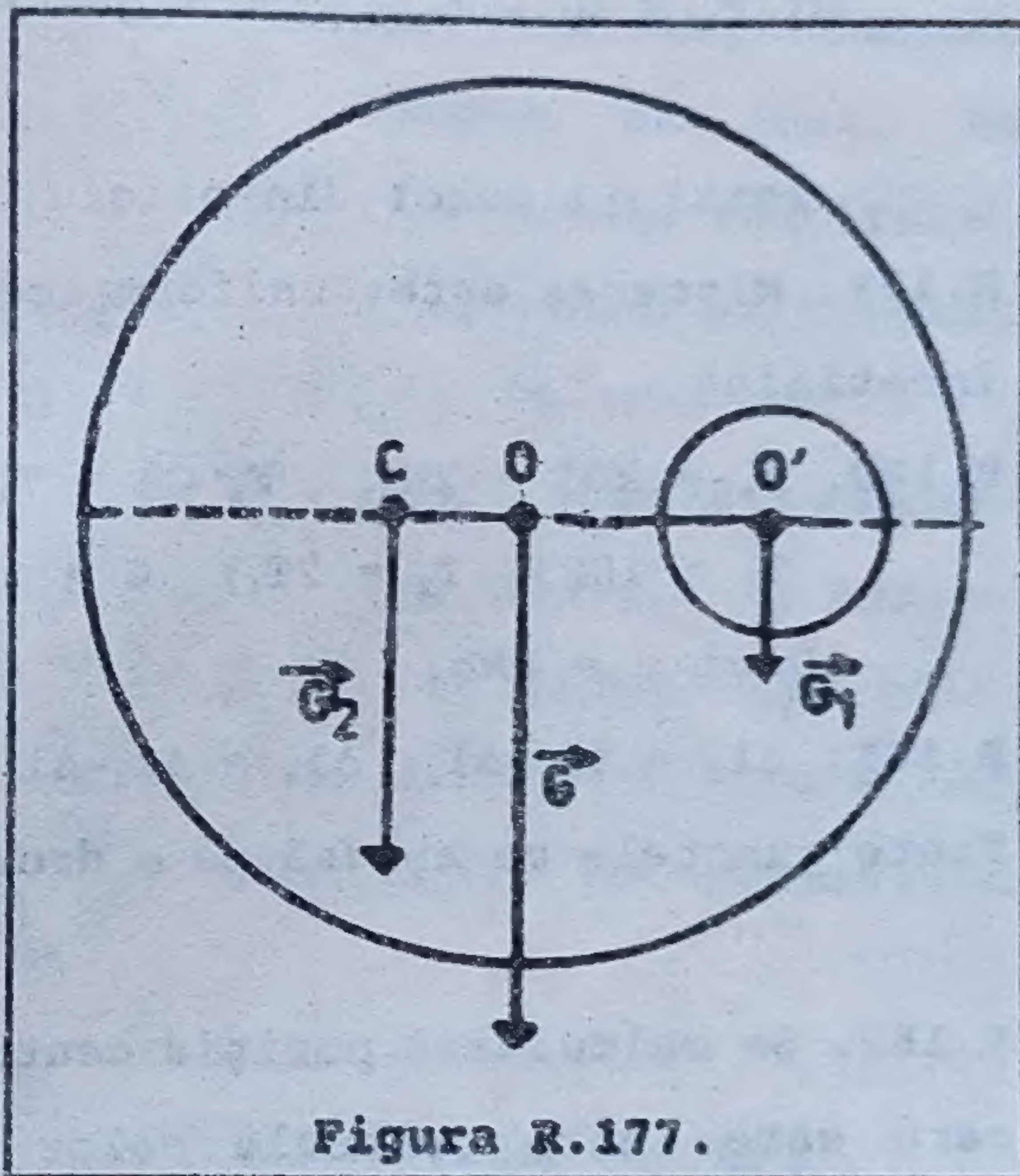


Figura R.177.

trece prin centrul cilindrului (figura R.177.). Centrul de greutate va fi pe dreapta OO' în stânga punctului O. Notăm cu  $\vec{G}$  greutatea inițială a cașcavalului, cu  $\vec{G}_1$  greutatea porțiunii consumate de Jerry și cu  $\vec{G}_2$  greutatea cașcavalului rămas (lui Tom!).

Putem considera greutatea  $\vec{G}$  ca rezultanta greutăților  $\vec{G}_1$  și  $\vec{G}_2$ , deci putem scrie relația  $G_2 \cdot CO = G_1 \cdot OO'$  (1)

Vom exprima greutatea  $G_1$  și  $G_2$  în funcție de greutatea  $G$  plecând de la raportul:  $\frac{G_1}{G} = \frac{\pi r^2 h}{\pi R^2 h} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{(R/4)^2}{R^2} = 1/16$ ; obținem  $G_1 = G/16$  și atunci:  $G_2 = (15/16)G$ . Înlocuind aceste greutăți în relația (1) rezultă  $CO \cdot 15G/16 = OO' \cdot G/16$ . Deci:  $CO = OO'/15 = R/30 = 3,33 \text{ mm}$ .



178. a)  $F_{e1} = G_{e1} = m_1 \cdot g \cdot h/l = 2\text{N}$ ;  $\Delta l_1 = F_{e1}/k_1 = 2\text{cm}$   
 b)  $F_{e2} = G_{e2} + F_{e1} = G_{e2} + G_{e1} = 7\text{N}$ ;  $k_2 = F_{e2}/\Delta l_2 = 28\text{N/m}$   
 c)  $F_A = F_{e2} = 7\text{N}$ ;  $F_A \cdot AC = F_B \cdot BC$ ;  $F_A \cdot AC = F_B (AC - a)$ .  
 Rezultă:  $AC = 10\text{cm}$   
 d)  $F_A = G_3 - G_{3\text{aparent}} = m_3 g - F_B = 20\text{N}$ .

Test: (1 punct din oficiu)

R.179. Mișcarea este: uniform accelerată; uniformă; uniform încetinită. (1 punct)

R.180.  $F_s = k\Delta l = 2\text{N}$ ;  $F_s \cdot OA = T_1 \cdot OB$  de unde rezultă:

$$T_1 = 10\text{N}; \quad T_2 = 2T_1; \quad G = mg = 2T_2 = 8T_1 = 80\text{N};$$

Deci  $m = 8\text{kg}$ . (2 puncte)

R.181.  $\Delta l_3 = \Delta l_1 + \Delta l_2$ ;  $\Delta l_4 = \Delta l_2 - \Delta l_1$ ,  $\Delta l_5 = \Delta l_3 + \Delta l_4 = 2\Delta l_2$

Toate punctele se așează pe o dreaptă ce trece prin origine.

(2 puncte)

R.182. Se calculează poziția centrului de greutate al piesei care este între centrele celor două cuburi, la 7,4cm de suprafața cubului mai greu; Se pune condiția:  $M_r = M_g$

a) și b)  $F$  este aceeași;  $F = G/4 = 25\text{N}$  (1 punct)

c)  $12,6F = 5G$ ;  $F = 39,6\text{N}$  (0,5 puncte)

d)  $7,4F = 5G$ ;  $F = 67,5\text{N}$  (0,5 puncte)

R.183.  $F_{e1} = 40\text{N}$ ;  $T_{BD} = 20\text{N}$ ;  $T_{fir} = 5\text{N}$ ;  $R = 10\text{N}$ ; (1 punct)

a)  $\Delta l_2 = 2\text{cm}$  (0,5 puncte)

b)  $m = 1\text{kg}$  (0,5 puncte)

#### RECOMANDĂRI FINALE:

În cazul problemei P.178, gândiți-vă să luați în considerare frecarea; o modalitate, pe care o sugerăm noi, este de a da o valoare potrivită coeficientului de frecare ( $\mu=0,1$ ) și de a cere valorile masei  $m$ , pentru care sistemul



este în echilibru (restul datelor rămânând aceleași); alte modalități încercați să le găsiți voi înșivă. La P.182 gândiți-vă care ar fi lucrul mecanic necesar răsturnării piesei în fiecare din cele patru situații.

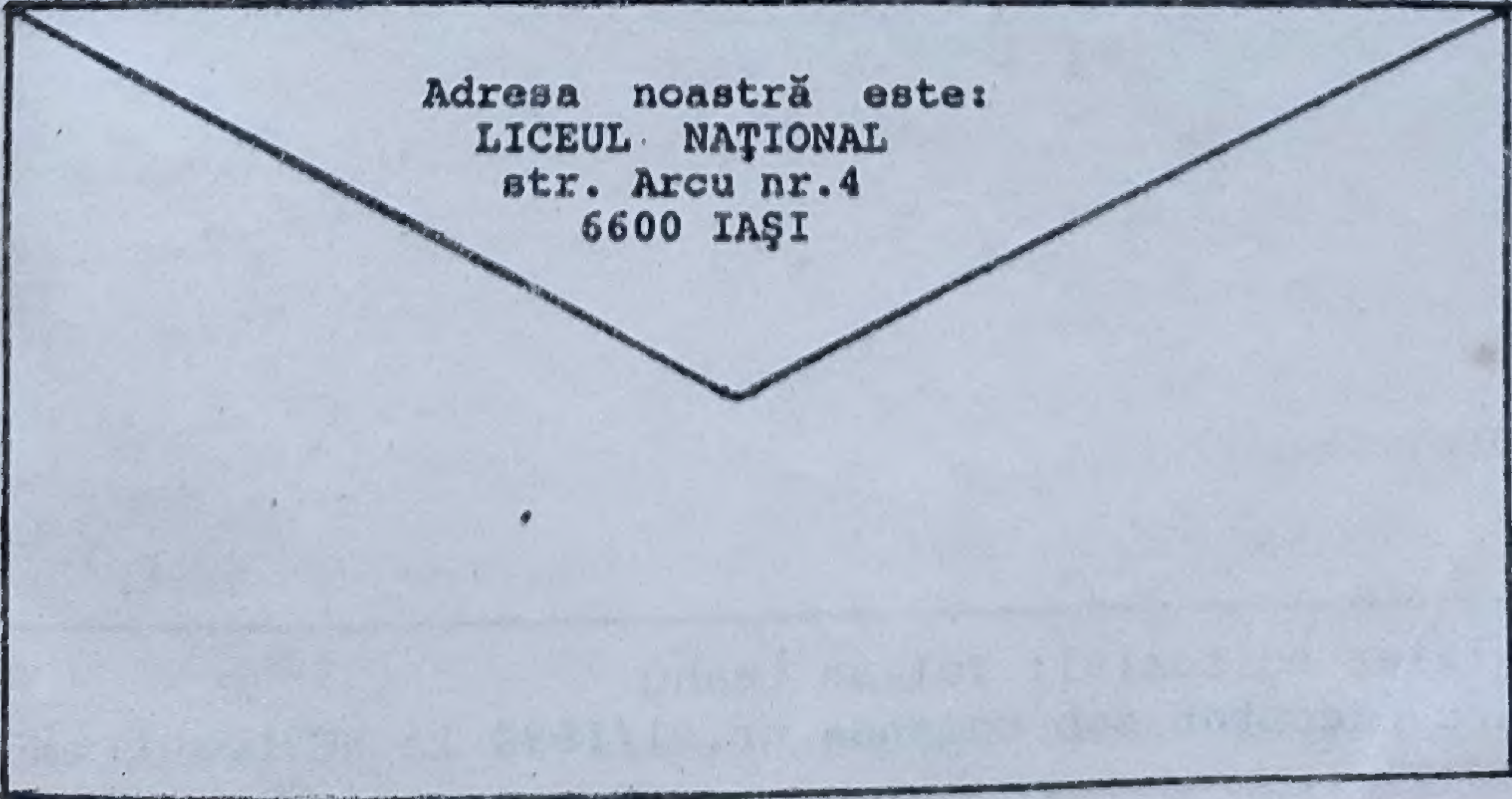
În general, dacă ați reușit să rezolvați singuri marea majoritate a problemelor, puteți încerca să luați în considerare aspecte noi și să generalizați unele rezultate.

Veți ajunge astfel să gândiți mai profund și treptat să formulați singuri întrebări și chiar probleme noi.

Arătați colegilor și profesorului de fizică încercările voastre. Reușitele deosebite se pot publica în revistele de fizică; fiți convingși că acest lucru este posibil!

Autorii cărții vor fi bucuroși și onorați dacă vor primi astfel de încercări (sau orice fel de observații privind îmbunătățirea lucrării).

**VĂ RECOMANDĂM PERSEVERENȚĂ ȘI VĂ DORIM MULT SUCCES!**



Adresa noastră este:  
LICEUL NAȚIONAL  
str. Arcu nr.4  
6600 IAȘI



Această carte este rodul colaborării în cadrul „Proiectului pentru îmbogățirea învățării fizicii”, cu sprijin din partea Ministerului Învățământului, Fundației Soros și Christopher Clark.

ISBN 973-95852-7-2